

Hypothesentests: Einseitiger und Zweiseitiger Test mit Fehlern 1. und 2. Art

Einführung in Hypothesentests

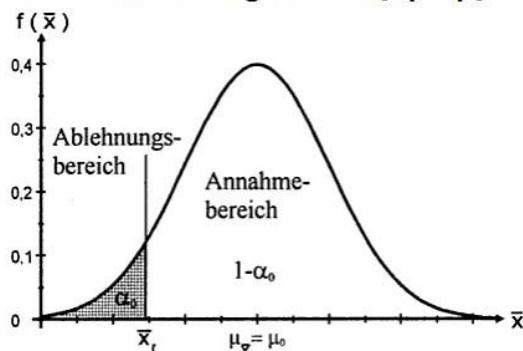
Ein Hypothesentest ist ein statistisches Verfahren, das verwendet wird, um zu entscheiden, ob eine Behauptung (Hypothese) über eine Grundgesamtheit auf Basis einer Stichprobe verworfen werden kann oder nicht. Es gibt zwei Arten von Hypothesen: die Nullhypothese (H_0), die besagt, dass es keinen Effekt oder Unterschied gibt, und die Alternativhypothese (H_1), die das Gegenteil besagt.

Einseitiger vs. Zweiseitiger Test

1. Einseitiger Hypothesentest

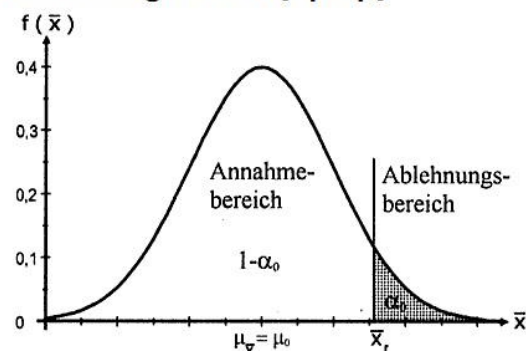
Ein einseitiger Hypothesentest prüft, ob eine Variable größer oder kleiner als ein bestimmter Wert ist, d.h. die Alternativhypothese ist entweder $H_1: \mu > \mu_0$ oder $H_1: \mu < \mu_0$. Das Signifikanzniveau α wird nur auf einer Seite der Verteilung betrachtet.

Abb. IV-2 linksseitiger Test $H_0: \mu \geq \mu_0$



$$P(\bar{X} \leq \bar{X}_r) = \alpha_0$$

rechtsseitiger Test $H_0: \mu \leq \mu_0$



$$P(\bar{X} \geq \bar{X}_r) = \alpha_0$$

Bild ist aus der Web-Seite:

https://viles.uni-oldenburg.de/navtest/viles2/kapitel03_Hypothesentests/modul01_Allgemeine~~lAspekte~~lDes~~lTestmodells/ebene01_Konzepte~~lund~~lDefinitionen/03_01_01_01.php3

2. Zweiseitiger Hypothesentest

Ein zweiseitiger Hypothesentest prüft, ob eine Variable unterschiedlich von einem bestimmten Wert ist, d.h. die Alternativhypothese ist $H_1: \mu \neq \mu_0$. Hier wird das Signifikanzniveau α auf beide Seiten der Verteilung aufgeteilt.

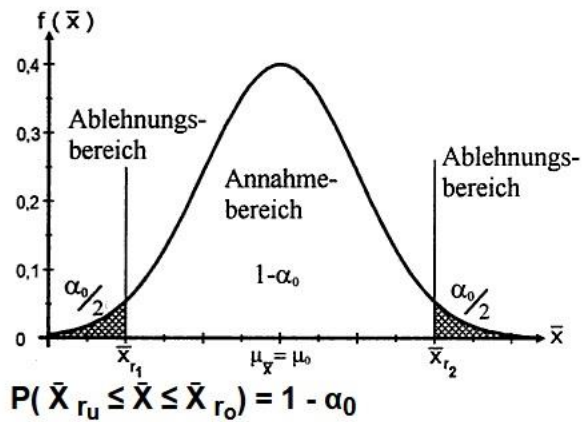


Bild ist aus der Web-Seite:

https://viles.uni-oldenburg.de/navtest/viles2/kapitel03_Hypothesentests/modul01_Allgemeine~~lAspekte~~lides~~lTestmodells/ebene01_Konzepte~~lund~~lDefinitionen/03_01_01_01.php3

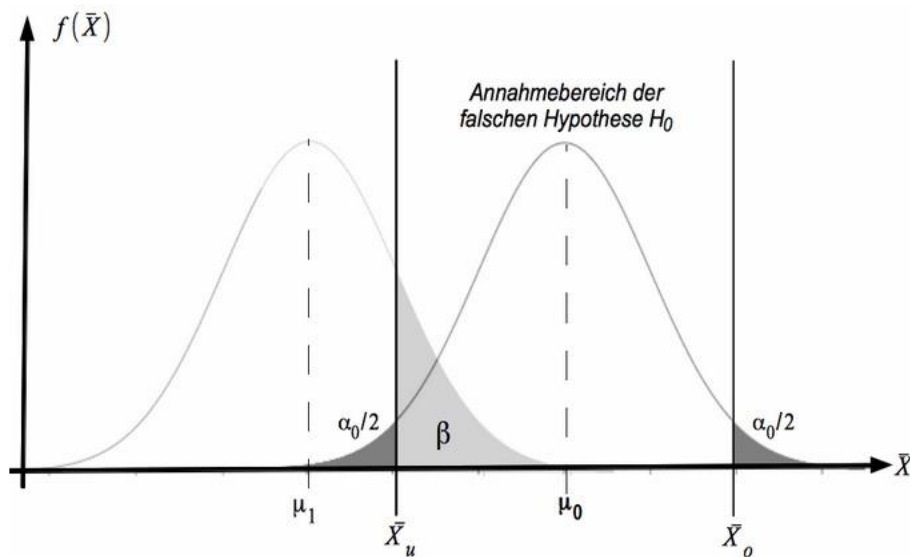
Fehler 1. und 2. Art

Fehler 1. Art (Alpha-Fehler)

Ein Fehler 1. Art tritt auf, wenn die Nullhypothese abgelehnt wird, obwohl sie wahr ist. Das Signifikanzniveau α gibt die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art an. Ein typisches Signifikanzniveau ist $\alpha = 0.05$, was bedeutet, dass in 5 % der Fälle die Nullhypothese fälschlicherweise abgelehnt wird.

Fehler 2. Art (Beta-Fehler)

Ein Fehler 2. Art tritt auf, wenn die Nullhypothese beibehalten wird, obwohl sie falsch ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fehler 2. Art auftritt, wird durch β angegeben. Je kleiner β ist, desto größer ist die Teststärke ($1 - \beta$), d.h. die Wahrscheinlichkeit, einen tatsächlichen Effekt zu entdecken.



α_0 : Fehler erster Art, β Fehler zweiter Art

Bild ist aus der Web-Seite:

https://viles.uni-oldenburg.de/navtest/viles2/kapitel03_Hypothesentests/modul01_Allgemeine~~|Aspekte~~|des~~|Testmodells/ebene01_Konzepte~~|und~~|Definitionen/03_01_01_01.php3

Z-Verteilung und t-Verteilung

Die Z-Verteilung wird verwendet, um Hypothesentests durchzuführen, wenn die Varianz der Grundgesamtheit bekannt ist und die Stichprobe groß genug ist ($n > 30$). Ein Z-Test ermöglicht es, den Abstand eines Wertes vom Mittelwert in Standardabweichungen zu berechnen. Sonst nehmen wir eine t-Verteilung, d.h. $n < 30$.