



Área académica de ingeniería en Computadores

I Semestre 2022

CE3102 - Análisis Numérico para Ingeniería

Programación de métodos numéricos: Solución de problemas de análisis de circuitos por medio del método de la Pseudoinversa.

Profesor:

Juan Pablo Soto Quirós

Realizado por:

José Julián Camacho Hernández - 2019201459

Juan Pablo Carrillo Salazar - 2019380111

José Leonardo Guillén Fernández - 2019031688

Fabián Ramírez Arrieta - 2018099536

Mayo, 2022, Costa Rica

Índice

Índice	2
Introducción	3
Problema por resolver	4
Análisis matemático	5
Bibliografía	8

Introducción

A continuación, se hará el estudio de un problema de la vida real y como se puede resolver a partir del cálculo de la pseudo inversa de una matriz.

El problema por analizar corresponde al análisis y solución de un circuito eléctrico en corriente directa. En el cual, con el uso de las leyes fundamentales para el análisis de circuitos y el uso del método de la pseudo inversa para resolver el sistema de ecuaciones resultante, se obtendrá una aproximación de los valores respectivos para los voltajes en los nodos del circuito para luego hacer la comparación con los valores teóricos obtenidos con anterioridad.

Problema por resolver

Un caso interesante por resolver en nuestra área como ingenieros en computadores, ya que es un ámbito en el cual tenemos buenas bases y experiencia, es el análisis y solución de un circuito en corriente directa, más específicamente para un caso en el que se realiza un análisis de nodos, el cuál es un método que nos permite obtener los valores de voltaje alrededor del circuito gracias a la Primera Ley de Kirchhoff.

Conceptos importantes:

Nodo: Un nodo es cualquier punto en un circuito donde se encuentren conectados dos o más componentes.

Convención de corrientes: Para el análisis de cualquier circuito electrónico, las corrientes que salen del nodo son positivas, mientras que las que entran son negativas.

Primera Ley de Kirchhoff: La suma de las corrientes de entrada de un nodo es igual a la suma de las corrientes de salida.

Pasos para aplicar el análisis de nodos:

- 1- Se selecciona un nodo como referencia y se le asignan las tensiones v_1 , v_2 , etc.... a los nodos restantes.
- 2- Se dibuja la trayectoria o el sentido de las corrientes presentes en el circuito.
- 3- Se aplica la Ley de Corrientes de Kirchhoff a cada uno de los nodos de no referencia, usando la ley de Ohm para expresar las corrientes en términos de las tensiones de los nodos.
- 4- Se resuelve el sistema de ecuaciones de los nodos para obtener los valores de los voltajes de nodo desconocidos.

A partir de eso, se plantea resolver el siguiente circuito mediante análisis de nodos:

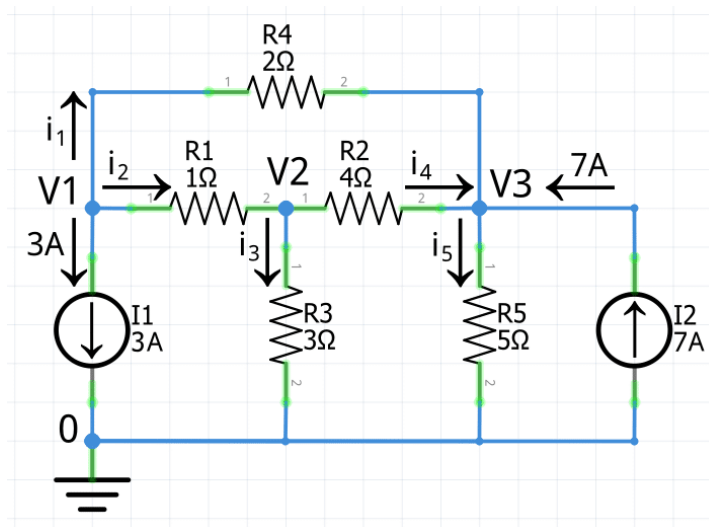


Ilustración 1. Circuito por resolver

Análisis matemático

Nodo 1:

Al aplicar la Ley de Corrientes de Kirchhoff en el nodo 1, se obtiene la siguiente ecuación:

$$3A + i_1 + i_2 = 0$$

Donde al usar la Ley de Ohm podemos expresar las corrientes i_1 e i_2 en términos de voltajes, quedando la ecuación así:

$$3 + \frac{V_1 - V_3}{2} + \frac{V_1 - V_2}{1} = 0$$

Por último, despejando y realizando algo de álgebra se tiene la primera ecuación para el sistema de ecuaciones:

$$3V_1 - 2V_2 - V_3 = -6 \quad (1)$$

Nodo 2:

Al aplicar la Ley de Corrientes de Kirchhoff en el nodo 2, se obtiene la siguiente ecuación:

$$i_2 = i_3 + i_4$$

Donde al usar la Ley de Ohm podemos expresar las corrientes i_2 , i_3 e i_4 en términos de voltajes, quedando la ecuación así:

$$\frac{V_2 - V_1}{1} = \frac{V_2 - 0}{3} + \frac{V_2 - V_3}{4}$$

Por último, despejando y realizando algo de álgebra se tiene la segunda ecuación para el sistema de ecuaciones:

$$12V_1 - 5V_2 - 3V_3 = 0 \quad (2)$$

Nodo 3:

Al aplicar la Ley de Corrientes de Kirchhoff en el nodo 3, se obtiene la siguiente ecuación:

$$i_5 - i_4 - i_1 = 7A$$

Donde al usar la Ley de Ohm podemos expresar las corrientes i_5 , i_4 e i_1 en términos de voltajes, quedando la ecuación así:

$$\frac{V_3 - 0}{5} - \frac{V_3 - V_2}{4} - \frac{V_3 - V_1}{2} = 7A$$

Por último, despejando y realizando algo de álgebra se tiene la tercera ecuación para el sistema de ecuaciones:

$$-10V_1 - 5V_2 - 11V_3 = 140 \quad (3)$$

Sistema de ecuaciones:

A partir de las ecuaciones (1), (2) y (3) se puede armar el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3V_1 - 2V_2 - V_3 = -6 \\ 12V_1 - 5V_2 - 3V_3 = 0 \\ -10V_1 - 5V_2 - 11V_3 = 140 \end{cases}$$

Ahora podemos resolver este sistema utilizando el método de la pseudo inversa, para el cual tendremos lo siguiente:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 12 & -5 & -3 \\ -10 & -5 & -11 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 140 \end{pmatrix}$$

Uso del método de la Pseudoinversa:

Ahora llamamos a la función Pseudoinversa pasando los valores de la matriz A y del vector b:

```
fn main() {
  let mut A=[[3.0,-2.0,-1.0],[12.0,-5.0,-3.0],[-10.0,-5.0,-11.0]];
  let mut b=[-6.0,0.0,140.0];
  Pseudoinversa(A,b,0.00000001,100);
}
```

Obteniendo como resultado el siguiente vector con los valores para las incógnitas V1, V2 y V3 respectivamente:

```
----- Solucion Xk -----
1.0638297872337765  14.808510638296838  -20.4255319148929
```

Nota: El funcionamiento de esta solución se puede verificar al ejecutar el método de la pseudoinversa el cual se encuentra en el archivo pseudoinversa.rs, debido a que el método actualmente tiene como datos de prueba esta matriz A y el vector b.

Coincidiendo con los resultados presentes en la página de donde se extrajo el ejercicio, en donde los valores obtenidos para cada uno de los voltajes fueron los siguientes:

$$\begin{cases} V_1 = \frac{50}{47} V \\ V_2 = \frac{696}{47} V \\ V_3 = -\frac{960}{47} V \end{cases}$$

A partir de lo cual hemos podido verificar que nuestra implementación del método de la pseudoinversa ha sido correcta.

Bibliografía

M. (2021, 2 abril). *Teorema de Nodos*. MiElectrónicaFácil.com. Recuperado 25 de mayo de 2022, de <https://mielectronicafacil.com/analisis-de-circuitos/teorema-de-nodos/#resolver-sistema-de-ecuaciones>

McAllister, W. (s. f.). *El método del voltaje en los nodos (artículo)*. Khan Academy.

Recuperado 25 de mayo de 2022, de <https://es.khanacademy.org/science/electrical-engineering/ee-circuit-analysis-topic/ee-dc-circuit-analysis/a/ee-node-voltage-method>