Examen 2

1) $t \in \left[-\frac{1}{2F_0}, \frac{1}{2F_0}\right]$ $\quad x(t) = |A\,\text{Sen}(2\pi F_0 t)|^2$

$T = \frac{1}{2F_0} - \left(-\frac{1}{2F_0}\right) = \frac{2}{2F_0} = \frac{1}{F_0} = T_0 \qquad t \in \left[-\frac{T_0}{2}, \frac{T_0}{2}\right]$

$x(t) = A^2\,\text{Sen}^2(2\pi F_0 t) = A^2\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2\pi 2 F_0 t)\right] = \frac{A^2}{2} - \frac{A^2}{2}\cos(2\pi 2F_0 t) \qquad \cos(\theta) = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2}$

$a_0 \Rightarrow \omega_0$ $\qquad \omega_n = 2\pi 2 F_0$

Por trigonométrica: $x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{N} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n\,\text{Sen}(n\omega_0 t)$ $\qquad n\omega_0 = 2\omega_0$

$n = 2 \quad n = -2$

Para que cada exler de la base le corresponde una frecuencia diferente

$C_n = \frac{a_n - j b_n}{2} \qquad a_n = \frac{\langle x(t), \cos(n\omega_0 t)\rangle}{\|\cos(n\omega_0 t)\|^2}$

$x(t) = \frac{A^2}{2} - \frac{A^2}{2}\cos(2\omega_0 t) = a_0 + a_2\cos(2\omega_0 t)$ $\qquad a_0 = \frac{A^2}{2}$; $a_2 = -\frac{A^2}{2}$

$C_0 = a_0$; $C_2 = -A^2$

$C_{-2} = A^2$

$X(t) = \frac{A^2}{2} - \frac{A^2}{2}\cos(2\omega_0 t) = a_0 + a_2\cos(2\omega_0 t)$ $a_0 = \frac{A^2}{2}$; $a_2 = -\frac{A^2}{2}$

$C_0 = a_0$; $C_2 = -A^2$

$C_{-2} = A^2$

Punto 3: $y(t) = \left(1 + \frac{m(t)}{A_c}\right)c(t)$ hallar el espectro en frecuencia

$Y(\omega) = F\{y(t)\} = F\left\{\left(1 + \frac{m(t)}{A_c}\right)c(t)\right\} = F\left\{c(t) + \frac{m(t)c(t)}{A_c}\right\}$

$= F\{c(t)\} + \frac{1}{A_c}F\{m(t)c(t)\} = C(\omega) + \frac{1}{A_c}F\{m(t)c(t)\}$

Cuantos cosenos y senos necesito para hacer un delta de dirac?

$C(\omega) = F\{c(t)\} = F\{A_c \operatorname{Sen}(2\pi F_c t)\} = A_c F\left\{\frac{e^{j2\pi F_c t} - e^{-j2\pi F_c t}}{2j}\right\}$

$C(\omega) = \frac{A_c}{2j}\left[F\{e^{j2\pi F_c t}\} - F\{e^{-j2\pi F_c t}\}\right]$

$F^{-1}\{X(\omega \pm \omega_0)\} = x(t)e^{\mp j\omega_0 t}$ $\cancel{F\{F^{-1}}\{X(\omega \pm \omega_0)\}\} = F\{x(t)e^{\mp j\omega_0 t}\}$

$F\{x(t \pm t_0)\} = X(\omega)e^{\pm j\omega_0 t}$

$\boxed{F\{x(t)e^{\mp j\omega_0 t}\} = X(\omega \pm \omega_0)}\ (*)$ $F\{1 \cdot e^{\pm j\omega_0 t}\} =$

$F\{\delta(t)\} = 1 = \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)e^{-j\omega t}dt = e^0 = 1$

$C(\omega) = \frac{A_c 2\pi}{2j}\left[\delta(\omega - 2\pi F_c) - \delta(\omega + 2\pi F_c)\right]$

Por Dualidad $F\{1\} = 2\pi\delta(-\omega) = 2\pi\delta(\omega)$

$C(\omega) = \frac{A_c}{2j}\left[2\pi\delta(\omega - 2\pi F_c) - 2\pi\delta(\omega + 2\pi F_c)\right]$

$C(\omega) = \frac{A_c\pi}{j}\left[\delta(\omega - 2\pi F_c) - \delta(\omega + 2\pi F_c)\right]$

Como es Señal Modulada en Amplitud: (AM)

$F_c \gg F_{max\ m(t)}$

$m(t)c(t) = m(t)\left[A_c \operatorname{Sen}(2\pi F_c t)\right]$

$m(t)c(t) = A_c m(t)\left[\frac{e^{j2\pi F_c t} - e^{-j2\pi F_c t}}{2j}\right]$

$= F\left\{\frac{A_c}{2j}m(t)e^{j2\pi F_c t}\right\} - F\left\{\frac{A_c}{2j}m(t)e^{-j2\pi F_c t}\right\}$

$= \frac{A_c}{2j}\left[M(\omega - 2\pi F_c) - M(\omega + 2\pi F_c)\right]$ → $\frac{A_c}{A_c}$

$Y(\omega) = \frac{A_c\pi}{j}\left[\delta(\omega - 2\pi F_c) - \delta(\omega + 2\pi F_c)\right] + \frac{1}{2j}\left[M(\omega - 2\pi F_c) - M(\omega + 2\pi F_c)\right]$

Modular Amplitud:
Acondicionar una Señal para llevarla a un medio se modula respecto a una portadora de F baja a F Alta.
$F_{portadora} \gg F_{max}\ m(t)$
la desplazamos en frecuencia a la señal portadora
espectro de Frecuencia más grande
↓
Desplazamiento de Frecuencia en AM

Rec → en frec sinc

Mensaje Youtube 48000

F_c → Portadora

Dif [transformada Rapida y Transf Directa]
la sumas más rapida

En frec Angular solo el rango es de $[0$ a $2\pi)$ para evitar aliasing

la Portadora está cambiando en función del mensaje