La educación es de todos

Mineducación

INSTITUTO NACIONAL PARA CIEGOS

INCI

FÍSICA

Guía de Apoyo Educativo en el área de

Ciencias Naturales

Movimiento circular, energía, fluidos y termodinámica grado 10º de educación media

Autor:

Fabián Ricardo Carvajal Córdoba

Aclaración

Se recomienda desactivar la lectura de las dimensiones de gráficos en su lector de pantalla, y usar Microsoft Word 2010 o versiones superiores. Para el software Jaws versión 16.0 seguir la ruta:

Presione tecla Insert + V luego clic en Opciones Generales. Clic en Cantidad de Información. Clic en Pestaña gráficos "Incluir dimensiones de gráficos" para desactivar.

En la siguiente guía de apoyo de ciencias naturales para grado décimo encontrará ecuaciones e imágenes que tendrán una descripción inmediatamente después de encontrarla.

En cada capítulo encontrará ejemplos que ayudan a comprender el uso de las ecuaciones y conceptos que se presentan. A continuación encontrará la respuesta que se sugiere para comparar y comprobar los avances de la lectura del capítulo.

Al final de cada capítulo encontrará una serie de actividades y problemas de todas las secciones leídas. A lo largo de la lectura de esta guía encontrarás números en notación científica, alfabeto griego y notación algebraica, así que se sugiere estudiar o repasar el tema para mejor comprensión.

Los laboratorios sugeridos en algunas secciones se deben realizar bajo la supervisión de un adulto o el docente a cargo.

Contenido

Índice de imágenes

Índice de tablas

Capítulo 1: el movimiento circular

El estudio del movimiento de los objetos celestes ha sido del interés de físicos, filósofos, matemáticos, astrónomos y de muchas personas que desean desentrañar sus misterios. Las leyes de la dinámica y la ley de gravitación universal, propuestas por Newton proporcionaron un modelo de explicación del comportamiento del universo.

Los movimientos de rotación, muy frecuentes en la naturaleza, no sólo son descritos por los objetos celestes, muchos mecanismos como motores y máquinas basan su funcionamiento en este movimiento.

Hasta el momento hemos considerado los objetos como partículas puntuales, sin embargo, cuando consideramos que los objetos tienen dimensiones, debemos ampliar nuestro estudio al movimiento de los cuerpos sólidos, los cuales no se pueden considerar como cuerpos puntuales ya que pueden experimentar movimiento de rotación.

En este capítulo, estudiaremos el movimiento de rotación y estableceremos relación con el movimiento de los objetos celestes.

La velocidad en el movimiento circular

La velocidad angular

Consideremos dos esferas sujetas a una varilla que gira alrededor del punto *O.* En consecuencia las esferas describen circunferencias con centro en dicho punto. Si el radio de la circunferencia que describe la esfera 1 es de 2 m, la distancia recorrida mientras da una vuelta es:

$$s = 2\pi \cdot r = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2\ m = 12{,}6\ m$$

La ecuación se lee, s = 2pi ·r =2·3,14·2 m = 12,6 m. Recordar que el símbolo · significa el producto.

Ahora, si la esfera da una vuelta en 3 segundos, tenemos que la rapidez media es:

Rapidez media = camino recorrido/tiempo empleado

Rapidez media = 12,6 m/3s = 4,2 m/s

El radio de la trayectoria de la esfera 2 es mayor que el radio de la esfera 1. Puesto que la varilla es rígida, mientras esta gira, las dos esferas permanecen una al lado de la otra. La rapidez de la esfera 2 debe ser mayor que la rapidez de la esfera 1. Durante un intervalo de tiempo, la varilla describe determinado ángulo el cual corresponde a lo que se conoce como desplazamiento angular.

Definición:

El desplazamiento angular, Du*, se define como el ángulo determinado por la línea que une el centro de la trayectoria con el objeto. La unidad de medida del desplazamiento angular es el* ***radián*** *(rad).*

En la siguiente Imagen, se ilustra el desplazamiento angular de un objeto que se mueve desde del punto *A* al punto *B*.

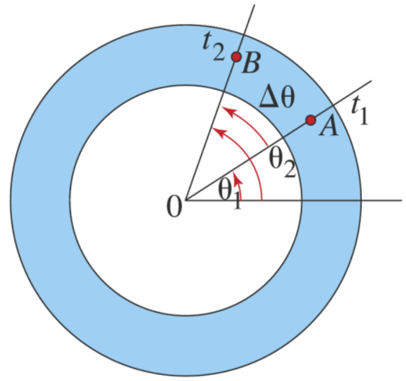

Imagen 1. Desplazamiento angular

Descripción de la Imagen 1. Desplazamiento angular. Dos circunferencias concéntricas encierran una superficie donde se ubican los puntos A y B. El punto A describe un ángulo theta 1 en un tiempo t_1. Y el punto B describe un ángulo theta 2 en un tiempo t_2. La resta entre los dos ángulos es delta theta.

Se puede observar que el objeto en el instante t_1 ocupa la posición determinada por el ángulo θ_1 (theta 1) y en un instante posterior t_2 ocupa la posición determinada por el ángulo θ_2 (theta 2). La velocidad angular media, v, que describe el movimiento del objeto, es el cociente entre el ángulo de barrido $\Delta\theta$ (delta theta) y el tiempo empleado Δt (delta t). Es decir,

$$\vec{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

La ecuación se lee, omega vector = delta theta/delta t = (theta 2 menos theta 1)/ (t 2 menos t 1).

En el SI, la velocidad angular se mide en radianes por segundo (rad/s).

Para el ejemplo de la introducción, se puede decir que las esferas no se mueven con la misma rapidez; sin embargo, la velocidad angular para las dos es la misma, puesto que, en el mismo intervalo de tiempo, los ángulos barridos por las dos son iguales.

La expresión para la velocidad angular media es análoga a la definición de velocidad media definida en tu curso de cinemática. Sabemos que cuando el intervalo de tiempo se hace muy pequeño, la velocidad media se aproxima a la velocidad instantánea. Así mismo, cuando el intervalo de tiempo para un objeto que describe un movimiento circular se hace muy pequeño, la velocidad angular media se aproxima al valor de la velocidad angular instantánea.

Ejemplo

La distancia media de la Tierra al Sol es $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m. Si se considera que la trayectoria que describe la Tierra alrededor del Sol es circular.

Determinar:

a. La velocidad angular de la Tierra alrededor del Sol.
b. La rapidez de la Tierra alrededor del Sol.

Solución

Para determinar la velocidad angular, sabemos que la Tierra da una vuelta alrededor del Sol en 365 días, es decir, en $3{,}2\times10^{7}$ segundos. Por tanto,

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi\, rad}{3{,}2 \times 10^{7} s} = 2{,}0 \times 10^{-7}\, rad/s$$

La ecuación se lee, omega = delta theta/delta t = (2 pi rad)/(3,2 ×10 a la 7) = 2,0 ×10 a la menos 7).

La velocidad angular de la Tierra en su movimiento alrededor del Sol es $2{,}0 \times 10^{-7}$ rad/s.

Para determinar la rapidez, tenemos que:

Rapidez media = camino recorrido/tiempo empleado

$$\text{Rapidez media} = (2\cdot\pi\cdot 1{,}5\times 10^{11}\ \text{m})/(3{,}2\times 10^{7}\ \text{s}) = 2{,}9\times 10^{4}\ \text{m/s}$$

La rapidez de la Tierra es $2{,}9 \times 10^{4}$ m/s, lo cual equivale a 104.400 km/h.

Relación entre la velocidad lineal y la velocidad angular

Para un objeto que describe una trayectoria circular, el vector velocidad instantánea *v* es tangente a la trayectoria, cuya norma corresponde a la rapidez *v* del objeto en determinado instante. La velocidad en un movimiento circular se denomina **velocidad lineal**.

En algunas situaciones, por ejemplo en el movimiento de traslación de la Tierra, a velocidades angulares muy pequeñas le pueden corresponder velocidades lineales de valor grande, lo cual nos indica que la velocidad angular no siempre determina la velocidad lineal con la que un móvil describe un movimiento circular. Por tal razón, en un movimiento circular, es conveniente conocer los valores de las dos velocidades, angular y lineal, y establecer una relación entre estas.

Cuando un objeto describe una trayectoria circular de radio *r*, al desplazamiento angular, $\Delta\theta$ (delta theta) le corresponde una distancia recorrida, Δs *(delta s)*.

Puesto que se cumple que:

$$\Delta s = r \cdot \Delta\theta, \text{ (delta s = r · delta theta)}$$

Despejando $\Delta\Theta$ (delta theta) tenemos:

$\Delta\theta = \Delta s/r$, (delta theta = delta s/r)

Ahora, como:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

La ecuación se lee, omega = delta theta/delta t.

Tenemos que:

$$\omega = \frac{\Delta s/r}{\Delta t} = \left(\frac{1}{r}\right)\left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)$$

La ecuación se lee, omega = (delta s / r)/ delta t = (1/r)(delta s/delta t).

Siendo $\Delta s/\Delta t$ (delta s/delta t) la rapidez media *v* del objeto, es decir:

$$\omega = \left(\frac{1}{r}\right)(v) = \frac{v}{r}$$

La ecuación se lee, omega = (1/r)(v) = v/r.

Por lo tanto, la relación entre la norma de la velocidad lineal y la velocidad angular es:

$$v = \omega \cdot r$$

La ecuación se lee, v = omega · r.

Ejemplo

El segundero de un reloj mide 1 cm. Para el movimiento del extremo y del punto medio del segundero determinar:

a. La velocidad angular.
b. La velocidad lineal.

Solución

a. Como la velocidad angular es igual para todos los puntos del segundero, tenemos que:

$$\vec{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

La ecuación se lee, omega vector = delta theta / delta t.

Al remplazar:

$$\omega = \frac{2\pi\, rad}{60\ s}$$

La ecuación se lee, omega = 2 pi rad / 60 s.

Al calcular:

$$\omega = 0{,}1\ rad/\ s$$

La ecuación se lee, omega = 0,1 rad/s.

La velocidad angular de cualquier punto del segundero es 0,1 rad/s, lo cual equivale a 6° en cada segundo.

La velocidad lineal se calcula por medio de la ecuación

$$v = \omega \cdot r$$

La ecuación se lee, v = omega · r.

- Para el extremo del segundero,

$$v = 0{,}1\ s^{-1} \cdot 1\ cm = 0{,}1\ cm/\ s$$

La ecuación se lee, v = 0,1 s a la menos 1 · 1 cm = 0,1 cm/s.

- Para el punto medio del segundero, tenemos:

$$v = 0{,}1\ s^{-1} \cdot 0{,}5\ cm = 0{,}05\ cm/\ s$$

La ecuación se lee, v = 0,1 s a la menos 1 · 0,5 cm = 0,05 cm/s.

La velocidad lineal del punto medio del segundero es 0,05 cm/s y la de su extremo es 0,1 cm/s. Aunque la velocidad angular es igual en todos los puntos del segundero, el extremo del segundero se mueve con mayor rapidez.

Movimiento circular uniforme

Cuando la norma de la velocidad lineal, es decir, la rapidez de un objeto que describe un movimiento circular permanece constante a lo largo de la trayectoria, se dice que dicho movimiento es circular uniforme. Dado que en este movimiento, la norma de la velocidad lineal, v, y el radio de la trayectoria, r, son constantes, se puede concluir a partir de la expresión:

$$v = \omega \cdot r$$

La ecuación se lee, v = omega · r.

Donde la velocidad angular, ω (omega), también es constante. En consecuencia, el valor de la velocidad angular media coincide con el valor de la velocidad angular en cualquier instante. Por lo tanto,

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

La ecuación se lee, omega = delta theta / delta t.

El movimiento circular uniforme que describe un cuerpo, se puede apreciar que:

- En el instante t = 0 s, el objeto se encuentra en la posición P_0 cuyo vector posición, con respecto al centro de trayectoria, forma un ángulo θ_0 (theta 0) con el semieje horizontal positivo.
- En el instante posterior t, el objeto se encuentra en la posición P, cuyo vector posición, con respecto al centro de trayectoria, forma un ángulo θ con el semieje horizontal positivo.

Por ende, tenemos que el desplazamiento angular en el tiempo t es $\Delta\theta$, es decir:

$$\Delta\theta = \omega \cdot t$$

La ecuación se lee, delta theta = omega · t.

Se puede verificar que en ambos casos la forma de las ecuaciones es la misma, solo que, para el movimiento rectilíneo el desplazamiento Δx, y la velocidad, v, se miden metros y m/s, respectivamente. Mientras que, para el movimiento circular uniforme, el desplazamiento angular, Δθ, se mide en radianes y la velocidad angular, v, en rad/s.

Todo objeto que describe un movimiento circular uniforme emplea siempre el mismo tiempo en realizar una vuelta o revolución. Este tiempo se denomina período y la cantidad de revoluciones que realiza el objeto en cada unidad de tiempo, frecuencia.

Definición:

El período se define como el tiempo que tarda un objeto que describe un movimiento circular uniforme, en realizar una revolución. Se denota con la letra T y se expresa en unidades de tiempo.

Definición:

La frecuencia (f) es el número de revoluciones que realiza un objeto en cada unidad de tiempo. Se expresa en revoluciones por segundo (rev/s), lo cual, usualmente, se escribe como s^{-1} (s a la menos 1). En ocasiones, la frecuencia se expresa en revoluciones por minuto (r.p.m.).

Si un cuerpo describe un movimiento circular uniforme y en un tiempo t realiza n revoluciones, el período y la frecuencia se expresan como:

$$T = \frac{t}{n}$$

La ecuación se lee, T mayúscula = t/n.

$$f = \frac{n}{t}$$

La ecuación se lee, f = n/t.

Por ende, el período T (T mayúscula) y la frecuencia f se relacionan mediante la expresión:

$$f = \frac{1}{T}$$

La ecuación se lee, f = 1 / T mayúscula.

Ejemplo

Un satélite geoestacionario siempre se encuentra sobre el mismo punto del Ecuador de la Tierra a una distancia de 36.000 km sobre la superficie terrestre. Para un satélite geoestacionario determinar:

a. El período de revolución.
b. La frecuencia del satélite.
c. La distancia recorrida por el satélite en 1 día.
d. La velocidad angular.
e. La rapidez del movimiento.

Solución

a. Puesto que el satélite siempre se encuentra sobre el mismo punto de la Tierra, su período de revolución coincide con el período de revolución de la Tierra, es decir, T = 24 horas.
b. Para determinar la frecuencia tenemos que:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{24\ h} = 0{,}04\ \mathrm{rev/h}$$

La ecuación se lee, f = 1/ T mayúscula = 1/24 h = 0,04 rev/h.

La frecuencia del satélite es 0,04 rev/h.

c. Como el radio de la Tierra es 6.400 km, tenemos que el radio de la trayectoria del satélite, es:

$$r = 6400\ km + 36000\ km = 42400\ km$$

La ecuación se lee, r = 6400 km + 36000 km = 42400 km.

Por tanto, la distancia recorrida por el satélite en un día es:

$$2\pi \cdot r = 2\pi\ \cdot 42400\ km = 266.407\ km$$

La ecuación se lee, 2 pi · r = 2 pi · 42400 km = 266.407 km.

d. Para determinar la velocidad angular tenemos:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

La ecuación se lee, omega = delta theta / delta t.

$$\omega = \frac{2\pi}{24\ h} = 0{,}26\ rad/h$$

La ecuación se lee, omega = 2 pi / 24 h = 0,26 rad /h.

El valor de la velocidad angular del satélite es igual al de la velocidad angular de un punto de la Tierra. e. Para la medida de la velocidad lineal:

$$Rapidez = \frac{distancia\ recorrida}{tiempo\ empleado}$$

La ecuación se lee, rapidez = distancia recorrida / tiempo empleado.

$$Rapidez = \frac{266.407\ km}{24\ h} = 11.100\ km/h$$

La ecuación se lee, rapidez = 266.407 km / 24 h = 11.100 km/h.

La rapidez del satélite es 11.100 km/h, la cual es mayor que la rapidez de un punto del Ecuador.

Aceleración centrípeta

Cuando un objeto describe un movimiento circular uniforme su rapidez permanece constante; sin embargo, su velocidad cambia de dirección, de lo cual se deduce que experimenta aceleración. Para determinar dicha aceleración considera que el movimiento circular es la composición de dos movimientos, uno en línea recta con velocidad constante y otro hacia el centro O de la trayectoria.

Para un tiempo t, el objeto describe un movimiento circular con velocidad lineal, $\vec{v}$ (v vector), y su trayectoria es el arco A B de longitud s. En el movimiento a través de este arco se puede considerar que el objeto se desplaza en línea recta una distancia aproximada a s y, al mismo tiempo, se dirige hacia el centro de la circunferencia una distancia h.

Al aplicar el teorema de Pitágoras, al triángulo OAC cuyos lados miden r, s y r + h, tenemos que:

$$(r+h)^2 = r^2 + s^2$$

La ecuación se lee, (r + h) al cuadrado = r cuadrado + s cuadrado.

Por tanto,

$$r^2 + 2 \cdot r \cdot h + h^2 = r^2 + s^2$$

La ecuación se lee, r cuadrado + 2 · r · h + h cuadrado = r cuadrado + s cuadrado.

Es decir,

$$2 \cdot r \cdot h + h^2 = s^2$$

La ecuación se lee, 2 · r · h + h cuadrado = s cuadrado.

Si el intervalo de tiempo es muy pequeño, el segmento A B se aproxima a la trayectoria curva. En este caso, la cantidad h^2 (h cuadrado) se hace extremadamente pequeña en comparación con 2·r·h, por tanto, 2·r·h = s^2, luego:

$$h = \frac{s^2}{2 \cdot r}$$

La ecuación se lee, h = s cuadrado / (2·r).

Como la distancia s recorrida con rapidez constante se expresa como:

$$s = v \cdot t$$

La ecuación se lee, s = v·t.

Entonces:

$$h = \frac{v^2 \cdot t^2}{2 \cdot r}$$

La ecuación se lee, h = (v cuadrado · t cuadrado) / (2·r).

Es decir, para el movimiento en dirección hacia el centro de la circunferencia, tenemos:

$$h = \frac{1}{2}\left(\frac{v^2}{r}\right)t^2$$

La ecuación se lee, h = ½ (v cuadrado / r) t cuadrado

Al comparar esta expresión con la obtenida para un objeto que describe un movimiento acelerado:

$$\Delta x = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

La ecuación se lee, delta x = (a · t cuadrado)/2

Tenemos que la aceleración en la dirección hacia el centro es:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

La ecuación se lee, a sub c = v cuadrado / r.

Esta aceleración se denomina aceleración centrípeta y es experimentada por los cuerpos que describen un movimiento circular. Por ende, cuando un cuerpo describe un movimiento circular está sometido a una aceleración centrípeta representada por un vector dirigido hacia el centro de la circunferencia.

Fuerza centrípeta

Como lo establece la primera ley de Newton, si sobre un cuerpo en movimiento no actúa fuerza alguna o la fuerza neta es cero, el cuerpo describe un movimiento rectilíneo uniforme. Pero, si el cuerpo describe un movimiento circular, su trayectoria no es rectilínea y, en consecuencia, su velocidad cambia de dirección constantemente, lo cual significa que debe actuar alguna fuerza sobre él. A la fuerza que ocasiona dicho cambio en la dirección se le conoce como fuerza centrípeta.

El vector fuerza centrípeta $\vec{F_c}$ (vector F sub c) se representa en dirección radial hacia el centro de la trayectoria y es perpendicular al vector velocidad. En el movimiento circular uniforme aunque la norma de la velocidad permanece constante, se presenta una aceleración centrípeta, a_c (a sub c), en la misma dirección de la fuerza centrípeta, $\vec{F_c}$ (vector F sub c).

De acuerdo con la segunda ley de Newton, para un cuerpo de masa m, que gira con rapidez v y describe una circunferencia de radio r, la fuerza centrípeta, $\vec{F_c}$ (vector F sub c) se expresa como:

$$F_c = m \cdot a_c$$

La ecuación se lee, F sub c = m · a sub c.

Como:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

La ecuación se lee, a sub c = v cuadrado / r.

Tenemos:

$$F_c = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

La ecuación se lee, F sub c = m · (v cuadrado/r).

Es importante aclarar que la fuerza centrípeta que actúa sobre un cuerpo es ejercida por otros cuerpos y actúa en la dirección radial hacia el centro de la trayectoria. Es decir, la fuerza centrípeta puede ser según el caso, elástica, de rozamiento, gravitacional, eléctrica, entre otras.

Ejemplo

Un automóvil de masa 1.000 kg toma una curva de 200 m de radio con rapidez de 108 km/h (30 m/s). Determinar la fuerza de rozamiento necesaria para que el automóvil continúe su trayectoria sobre la vía circular.

Solución

Como el automóvil describe un arco de circunferencia, debe actuar sobre él una fuerza centrípeta, que en este caso es la fuerza de rozamiento, $\vec{F}_r$ (F sub r) ejercida por el piso de la carretera sobre las ruedas, ocasionando que el automóvil siga sobre la vía y no se salga en la dirección tangencial.

Por tanto,

$$F_r = F_c$$

La ecuación se lee, F sub r = F sub c.

Luego,

$$F_r = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

La ecuación se lee, F sub c = m · (v cuadrado/r).

$$F_r = 1.000\ kg\ \cdot \frac{(30\ m/s)^2}{200\ m} = 4.500\ N$$

La ecuación se lee, F sub c = 1000 kg · (30 m/s) al cuadrado / 200 m = 4.500 m.

La fuerza de rozamiento que actúa sobre el automóvil es 4.500 N.

Ejemplo

En el modelo del átomo de hidrógeno de Bohr, un electrón gira alrededor del núcleo. Si la fuerza centrípeta que experimenta el electrón debido a la fuerza eléctrica que ejerce el protón sobre él es $9{,}2 \cdot 10^{-8}$ N, el radio del átomo mide $5 \cdot 10^{-11}$ m y la masa del electrón es $9{,}21 \cdot 10^{-31}$ kg, determinar la rapidez con la cual gira el electrón.

Solución

Puesto que la fuerza centrípeta es igual a la fuerza eléctrica para dicha fuerza, al despejar v de la ecuación tenemos que:

Al remplazar

$$v = \sqrt{\frac{F_c \cdot r}{m}}$$

La ecuación se lee, v = raíz cuadrada de (F sub c · r / m)

Al calcular

$$v = \sqrt{\frac{(9{,}2 \ \cdot 10^{-8} N)(5 \cdot 10^{-11}\ m)}{9{,}21 \cdot 10^{-31}\ kg}}$$

La ecuación se lee, v = raíz cuadrada de [(9,2·10 $^{-8}$ N)(5·10 $^{-11}$ m)/(9,21·10 $^{-31}$)].

La rapidez del electrón alrededor del protón en el modelo de átomo de hidrógeno de Bohr es de 2,5·10 $^{-7}$ m/s.

Fuerza centrífuga

En algunos contextos se afirma que sobre un cuerpo que describe un movimiento circular actúa una fuerza centrífuga. Para determinar los casos en los cuales es adecuado utilizar el término, consideremos la siguiente situación: cuando viajamos en un vehículo y este toma una curva hacia la derecha, tenemos la sensación de ser empujados hacia la izquierda. Lo contrario ocurre si el vehículo gira hacia la izquierda, pues tenemos la sensación de ser empujados hacia la derecha. La fuerza que aparentemente sentimos se denomina fuerza centrífuga, designada así por la tendencia de los cuerpos a moverse hacia afuera de la curva tomada. En realidad no se trata de una fuerza, lo cual podemos explicar a partir del principio de inercia, pues en el giro del vehículo, sobre él actúa la fuerza centrípeta, pero quienes nos encontramos en el interior del vehículo no la experimentamos y en consecuencia tendemos a continuar moviéndonos en línea recta, lo cual nos produce la sensación de experimentar fuerza centrífuga. Para acompañar el vehículo en su movimiento al tomar la curva, nos sujetamos o quizás la puerta nos ejerce una fuerza F que desde nuestra visión en un sistema de referencia no inercial, el vehículo, consideramos que se anula con la fuerza centrífuga. Para un observador en la vía, sobre el pasajero actúa la fuerza centrípeta, pues su sistema de referencia es inercial.

Aunque la fuerza centrífuga es de igual intensidad y dirección opuesta con la fuerza centrípeta, una no es la reacción de la otra, puesto que la fuerza centrífuga solo existe para observadores en sistemas de referencia no inerciales y es considerada como una fuerza ficticia, es decir, que aparenta ser real, pero no existe cuando el movimiento es analizado por un observador en un sistema de referencia inercial.

Gravedad simulada

En la actualidad, es muy frecuente escuchar hablar acerca de las exploraciones a los planetas más cercanos a la Tierra, pero sabemos que las condiciones en el espacio exterior no son las más favorables para el cuerpo humano. Por ejemplo, la sensación de ingravidez o microgravedad resulta ser nociva para el cuerpo humano, por tanto, para realizar estudios se hace necesario generar la existencia de una gravedad simulada en el interior de las naves espaciales, similar a la terrestre. Pero, ¿cuál sería la manera de generar gravedad simulada en el espacio? Una manera de generar una aceleración sería producir un aumento de velocidad con aceleración constante sobre la nave espacial lo cual bajo ciertas condiciones podría simular la aceleración de la gravedad. Sin embargo, este método no es tan favorable ya que el consumo de combustible para mantener los motores encendidos, sería excesivo. Un resultado similar puede lograrse a través del movimiento de rotación de un objeto, el cual al girar con determinada frecuencia, genera una aceleración centrípeta que simule la aceleración de la gravedad, de tal manera que:

$$g = \omega^2 \cdot r$$

La ecuación se lee, g = omega al cuadrado · r.

Esta rotación inicialmente debe ser lenta si se desea garantizar a los viajeros una adaptación gradual a las nuevas condiciones de vida, pues una rotación muy vertiginosa produciría en el cuerpo humano náuseas y otros efectos colaterales. Este tipo de movimiento suele ser percibido en algunas atracciones mecánicas.

Movimiento circular variado

A continuación vamos a detallar un cuerpo que describe un movimiento circular, el cual experimenta una variación (aumento o disminución) de la velocidad angular.

La aceleración angular

Imaginemos un cuerpo describiendo una trayectoria circular. Se puede apreciar que en el instante t_0 la velocidad angular del objeto es ω_0 y que en un tiempo posterior t la velocidad angular es ω. Por tanto, la aceleración angular media a es:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0}$$

La ecuación se lee, alfa = delta omega / delta t = (omega menos omega $_0$) / (t menos t $_0$).

La unidad de aceleración angular en el SI es el radián por segundo al cuadrado (rad/s²), que se acostumbra escribir s $^{-2}$.

Se tiene entonces que en el instante t_0, la velocidad lineal es:

$$v_0 = \omega_0 \cdot r$$

La ecuación se lee, v_0 = omega $_0$ · r.

Y en un instante posterior t, la velocidad lineal es:

$$v = \omega \cdot r$$

La ecuación se lee, v = omega · r.

Por tanto,

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0} = \frac{\frac{v}{r} - \frac{v_0}{r}}{t - t_0} = \frac{1}{r} \cdot \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

La ecuación se lee, alfa = (omega menos omega $_0$) / (t menos t $_0$) = (v/r menos v_0/r)/ (t menos t_0) = (1/r)· (v menos v_0) / (t menos t_0).

Como la aceleración e define:

$$a = \frac{v - v_o}{t - t_0}$$

La ecuación se lee, a = (v menos v_0)/ (t menos t_0)

Entonces,

$$\alpha = \frac{a}{r}$$

La ecuación se lee,

Siendo a tangente a la trayectoria, por lo cual se denomina aceleración tangencial a_t (a sub t), e indica la variación de la norma de la velocidad lineal con respecto al tiempo. Así, la norma de la aceleración tangencial, a_t, se relaciona con la aceleración angular mediante la expresión:

$$a_t = \alpha \cdot r$$

La ecuación se lee, a sub t = alfa · r.

El movimiento circular uniformemente variado

Un cuerpo describe un movimiento circular uniformemente variado cuando la aceleración angular es constante. Por tanto, si en el instante t=0, la velocidad angular del objeto es ω_0 (omega $_0$) y un instante posterior t la velocidad angular es ω (omega), la aceleración angular se expresa como:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

La ecuación se lee, alfa = (omega menos omega cero)/t.

Es decir, la velocidad angular de un movimiento circular uniformemente variado es:

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

La ecuación se lee, omega = omega $_0$ + alfa · t.

Y la ecuación para el desplazamiento angular en este movimiento es:

$$\Delta\theta = \omega_0 \cdot t + \frac{\alpha \cdot t^2}{2}$$

La ecuación se lee, delta theta = omega $_0$ · t + alfa · t cuadrado / 2.

Las componentes de la aceleración

En un movimiento circular uniformemente variado, se determinan dos tipos de aceleración: la aceleración tangencial a_t y la aceleración centrípeta a_c.

- La aceleración tangencial, a_t se relaciona con la razón de cambio de la norma de la velocidad con respecto al tiempo.
- La aceleración centrípeta, a_c, se relaciona con la variación de la dirección del vector velocidad lineal.

Para un cuerpo que describe una trayectoria circular se representan los vectores aceleración tangencial, a_c, que es tangente a la trayectoria y la aceleración centrípeta, a_c, cuya dirección es radial hacia el centro de la trayectoria.

Se puede observar que:

• Si la aceleración tangencial, a_t, tiene la misma dirección de la velocidad, v entonces la rapidez aumenta.

• Si la aceleración tangencial, a_t, tiene dirección opuesta a la velocidad, v entonces la rapidez disminuye.

Ejemplo

1. Un disco que gira con frecuencia de 45 r.p.m., se detiene después de 5 segundos. Calcular su aceleración angular.

Solución

La frecuencia de 45 r.p.m. equivale a 0,75 rev/s, así:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}75\ rev/s} = 1{,}33\ s$$

La ecuación se lee, T mayúscula = 1/f = 1 /(0,75 rev/s) = 1,33 s.

Luego, la velocidad angular inicial es:

$$\omega_0 = \frac{2\pi \, rad}{1,33 \, s} = 4,72 \, rad/\, s$$

La ecuación se lee, omega $_0$ =(2 pi rad) / 1,33 s = 4,72 rad/s.

Como la velocidad angular final es 0, tenemos que:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0} = \frac{0 - 4,72 \, rad/\, s}{5 \, s} = \, -0,944 \, rad/s^2$$

La ecuación se lee, alfa = (omega menos omega cero)/(t menos t_0) = (0 −4,72 rad/s)/ 5 s = −0,944 rad/s^2.

Ejemplo

Un objeto atado a una cuerda de 50 cm de longitud gira sobre una superficie con velocidad de 5 m/s. Por efecto de la fricción, el objeto disminuye su velocidad con aceleración angular constante y se detiene a los 4 segundos.

Determinar:

a. La velocidad angular inicial.
b. La aceleración angular.
c. La aceleración tangencial.
d. El desplazamiento angular.

Solución

a. La velocidad angular inicial se calcula como:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{5\,m/s}{0{,}5\,m} = 10\,rad/s$$

La ecuación se lee, omega = v/r = (5 m/s) / (0,5 m) = 10 rad/s.

b. La aceleración angular se calcula a partir de:

$$\alpha = \frac{0 - 10\,rad/s}{4\,s} = -2{,}5\,rad/s^2$$

La ecuación se lee, alfa = (0 −10 rad/s) / 4 s = −2,5 rad/s^2.

c. La aceleración tangencial

$$a_t = \alpha \cdot r = -2{,}5\,s^{-2} \cdot 0{,}5\,m = 1{,}2\,m/s^2$$

La ecuación se lee, a_t = alfa · r = (−2,5 s a la menos 2)·(0,5 m) = 1,2 m/s^2.

d. El desplazamiento angular se obtiene mediante la ecuación para Δθ:

$$\Delta\theta = \omega_0 \cdot t + \frac{\alpha \cdot t^2}{2} = 10\,s^{-1} \cdot 4\,s + \frac{(-2{,}5\,s^{-2})(4\,s)^2}{2} = 20\,rad$$

La ecuación se lee, delta theta = omega 0 · t + alfa · t cuadrado / 2 = (10 s a la −1)·(4 s) + (−2,5 s a la −2) (4 s)^2 / 2 = 20 rad.

La mecánica celeste

El problema de la interpretación del movimiento de los cuerpos celestes ha sido objeto de estudio desde la antigüedad. Los hombres primitivos se maravillaron con el espectáculo que ofrecían el universo y todos los fenómenos que en él se mostraban. Pero ante la imposibilidad de encontrarles alguna explicación, estos fueron asociados con la magia, y se buscó en el cielo la causa de los sucesos que se presentaban en la Tierra. Esto, unido a la superstición y al poder que daba el conocimiento de las estrellas, dominó las creencias humanas durante varios años.

Sin embargo, gracias al desarrollo de los pueblos, poco a poco, se fue llevando a la humanidad por rumbos nuevos acerca de una ciencia que se fue creando a partir de la observación de los astros y que, hoy en día, se denomina astronomía.

Desarrollo de la astronomía

En el progreso astronómico primitivo, los seres humanos fijaron su atención en el objeto más luminoso que observaban: el Sol. Más adelante se centraron en la Luna y, finalmente, en las estrellas y los planetas.

Inicialmente, la observación de los movimientos cíclicos del Sol, la Luna y las estrellas mostró su utilidad para la predicción de fenómenos como el ciclo de las estaciones, cuyo conocimiento era útil, ya que de ello dependía directamente la supervivencia del ser humano: si la actividad principal era la caza, se hacía fundamental predecir el instante en que se producía la migración estacional de los animales que le servían de alimento; posteriormente, cuando nacieron las primeras comunidades agrícolas, era de vital importancia conocer el momento exacto para sembrar y, también, para recoger los frutos.

El fenómeno del día y la noche fue un hecho explicado de manera obvia, fundamentado en la presencia o ausencia del Sol en el cielo. De esta manera, el día fue tal vez la primera unidad de tiempo utilizada. De igual forma, fue importante reconocer que la calidad de la luz nocturna dependía de las fases de la Luna, y el ciclo de veintinueve a treinta días era otra manera cómoda de medir el tiempo. Así, los calendarios primitivos se basaron en el ciclo de las fases de la Luna. Con respecto a las estrellas, para los observadores fue sencillo entender que son puntos brillantes que guardan entre sí las mismas distancias relativas, es decir, conservan un esquema fijo. De esta manera, parecía natural interpretar que las estrellas se encontraban fijas a una especie de bóveda sólida que rodeaba la Tierra, pero que el Sol y la Luna no deberían estar incluidos en ella: la Luna, noche tras noche cambia su posición relativa, y hasta visiblemente, en el curso de una misma noche. Para el Sol, esto es menos obvio, ya que, cuando el Sol está en el cielo, las estrellas no son visibles; pero, el cielo nocturno contiene las estrellas de la otra mitad del cielo, y el aspecto de esta mitad visible cambia noche tras noche.

Más adelante, en Grecia, se observaron avances importantes en cuanto a la astronomía. Se podía ubicar, a simple vista, siete cuerpos celestes: la Luna, el Sol, Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno. Además, plantearon teorías relacionadas con la forma de la Tierra y el movimiento de los astros: sostenían que la Tierra era esférica y era el centro del universo. Por otra parte, consideraron que las estrellas y otros cuerpos, celestes se movían con respecto a la Tierra siguiendo trayectorias circulares que, para ellos, eran las trayectorias perfectas.

Para los griegos, el cielo (por ser el lugar donde habitan los dioses) era perfecto e inmutable y la Tierra (donde viven los seres humanos), imperfecta, en la cual todas las cosas podían cambiar. Esta teoría permaneció vigente en Europa por mucho tiempo.

Modelo geocéntrico

Durante muchos siglos se analizaron los cielos para predecir la posición de los astros; sin embargo, fue Ptolomeo quien recogió y desarrolló un modelo, de gran exactitud y muy complejo, iniciado por Aristóteles, y denominado modelo geocéntrico. Este modelo consistía en:

- La Tierra en el centro y ocho esferas rodeándola. En ellas estarían la Luna, el Sol, las estrellas y los cinco planetas conocidos en aquel tiempo: Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno.
- Los planetas se movían en círculos más internos engarzados a sus respectivas esferas (epiciclos). La esfera más externa era la de las estrellas fijas, las cuales siempre permanecían en las mismas posiciones relativas, las unas con respecto a las otras, girando juntas a través del cielo.

Este modelo no describía con claridad qué había detrás de la última esfera, pero desde luego, no era parte del universo observable por el ser humano.

La teoría de Ptolomeo encajó bien con una interpretación rígida y literal de la Biblia: la Tierra debía ser perfecta, en reposo y situada en el centro mismo del universo. Por ello, el modelo geocéntrico se mantuvo en vigor a lo largo de toda la Edad Media, como un dogma más de la Iglesia oficial. Pero este modelo de Ptolomeo presentó algunas dificultades:

- La explicación del movimiento de la Luna, sobre todo con el tamaño aparente que debería presentar en las cuadraturas: Ptolomeo debía suponer que la Luna seguía un camino que la situaba en algunos instantes dos veces más cerca de la Tierra que en otras, por lo que habría ocasiones en que la Luna debería aparecer con tamaño doble del que realmente tiene.
- Aceptaba la suposición arbitraria de que los centros de los epiciclos de Venus y Mercurio estaban permanentemente fijos en una línea trazada desde la Tierra al Sol; o sea, los deferentes de ambos planetas, al igual que el Sol, se movían una vez cada año alrededor de la Tierra.

- Las predicciones de las posiciones planetarias se apoyaban en medidas de ángulos, no de distancias.

Otro antiguo observador griego, Aristarco de Samos en el siglo II a.C., había propuesto el modelo heliocéntrico, según el cual el Sol estaba en el centro del universo y la Tierra era solo un planeta que giraba a su alrededor. Sus ideas quedaron en el olvido porque se consideraban en contra del sentido común, pero fueron rescatadas en el siglo XVI por Nicolás Copérnico, un astrónomo polaco, quien estudiando los movimientos del Sol, la Luna y los planetas, intentó encontrar un modelo cosmológico inteligible de todo el universo. Copérnico propuso un sistema solar con el Sol en el centro y los planetas describiendo trayectorias circulares a su alrededor.

Además, Copérnico consideró que la Tierra describía un movimiento de rotación diario hacia el Este, girando sobre un eje inclinado, y que los planetas, incluida la Tierra, se movían en circunferencias, cuyo centro se ubicaba en un punto cercano al Sol.

De esta manera, fue posible explicar por qué el Sol parece estar más cerca de la Tierra en algunas épocas del año que en otras: para el hemisferio norte el Sol parece estar más lejos de la Tierra en verano.

Copérnico asignó un orden a los planetas a partir del Sol: Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter y Saturno. Para explicar el movimiento de los planetas, ideó un sistema de epiciclos, en el que cada planeta se movía en un círculo superpuesto a su gran órbita circular alrededor del Sol.

En la época de Ptolomeo y la de Copérnico, los datos que se utilizaban para calcular las posiciones de los astros no eran muy precisos. Conclusión a la cual llegó Tycho Brahe, un noble y astrónomo danés quien cambió las técnicas de observación y el nivel de precisión de las mismas.

Tycho consiguió apoyo económico del rey Federico II, quién le donó la isla de Huen para construir el castillo de Uraniborg, que significa "Castillo de los Cielos". Allí se dedicó a construir los instrumentos necesarios para hacer nuevas mediciones. Muy pronto Uraniborg se convirtió en un complejo instituto de investigación, el cual, incluso, contaba con su propia imprenta para publicar los trabajos de investigación. De esta manera, Uraniborg se consolidó en el lugar de reuniones de científicos, técnicos y estudiantes interesados en la astronomía.

Sin embargo, Tycho observó que Uraniborg no era adecuado para grandes hallazgos, por lo cual construyó un observatorio subterráneo llamado Stjerneborg, "Castillo de estrellas", que constaba de cinco salas de observación con distintos instrumentos. Las observaciones se hacían por medio de un techo móvil.

Como en aquella época no había telescopio, Tycho diseñó y construyó aparatos enormes que, al ser fijados a las paredes del edificio, le permitían realizar mediciones de gran precisión. Los procedimientos de Tycho resultaron muy eficaces y los datos que obtuvo, de una precisión asombrosa.

Dos eventos importantes ocurrieron en esta época. En 1572, apareció en el firmamento una estrella que, al inicio, fue muy brillante y después fue perdiendo su brillo hasta que desapareció en una constelación denominada Casiopea, y en 1577, la aparición de un cometa. Para ese entonces, Tycho ya tenía instrumentos para calcular su posición y encontró que estos hechos se presentaban más allá de la Luna.

Estos fenómenos ponían en tela de juicio las bases de la astronomía griega: los cielos no eran inmutables, sino que cambiaban. Sin embargo, no eran suficientes estas ideas para derrumbar la teoría establecida. El mismo Tycho no dudaba, de que la Tierra fuera el centro del universo, pero, al mismo tiempo, admiraba el modelo propuesto por Copérnico, así que decidió hacer su propio modelo combinando los dos anteriores, denominado modelo geoheliocéntrico:

Cuando Tycho Brahe murió, en 1601, su asistente Johannes Kepler obtuvo todos los datos de las observaciones de Marte.

Kepler decidió investigar por qué los planetas estaban separados en esas órbitas y por qué solo hay seis planetas visibles. Durante años, buscó responder a estas preguntas mediante modelos geométricos. En Praga, en el nuevo observatorio de Tycho, Kepler se dedicó a estudiar la órbita de Marte. Después de un año y medio de esfuerzos inútiles, utilizando todo tipo de combinaciones de círculos para predecir la posición del planeta a lo largo del año, concluyó que la órbita de Marte no era un círculo y que no existía ningún punto específico alrededor del cual su movimiento fuera uniforme, es decir, con velocidad constante.

De acuerdo con sus observaciones, la órbita de Marte era alargada, pero no tenía una teoría que explicara por qué era así. Después estudió la órbita de la Tierra y encontró una relación que le sorprendió por su simplicidad: la línea que une el Sol a un planeta recorre áreas iguales en tiempos iguales. Esta relación permitía encontrar las posiciones de los planetas. Con esta relación, Kepler calculó la órbita de Marte y encontró, finalmente, que era una elipse y que el Sol estaba en uno de sus focos. De esta manera, descubrió las conocidas leyes de Kepler.

Leyes de Kepler

Las leyes de Kepler son leyes empíricas muy fuertes y relativamente simples. Con ellas Kepler realizó diferentes cálculos, que fueron publicados en 1627.

Primera ley: los planetas se mueven en órbitas elípticas alrededor del Sol, que permanece en uno de los focos de la elipse. Cada planeta se mueve alrededor del Sol describiendo una elipse.

Segunda ley: los planetas se mueven de tal forma que la línea trazada desde el Sol a su centro barre áreas iguales, en intervalos de tiempo iguales.

Tras años de observación y de soportar pobreza, enfermedades y otras penalidades, Kepler, encontró su tan anhelada tercera ley.

Tercera ley: los cuadrados de los períodos de revolución (T) de los planetas son proporcionales a los cubos de su distancia promedio al Sol (R).

En términos matemáticos esta ley se escribe como:

$$T^2 = k \cdot R^3$$

La ecuación se lee, T mayúscula al cuadrado = k · R mayúscula al cubo.

Donde k es una constante, T (T mayúscula) es el período del planeta y R (R mayúscula) es la distancia promedio del planeta al Sol.

De acuerdo con la tercera ley para cualquier planeta del sistema solar, se cumple que:

$$\frac{(\text{periodo de revolución})^2}{(\text{Distancia promedio al sol})^3} = \text{Constante}$$

La ecuación se lee, (periodo de revolución)^2 / (distancia promedio al sol)^3 = constante.

Esta ley es diferente a las otras dos, ya que no se refiere a un solo planeta, sino que relaciona un planeta con cada uno de los otros.

En la tabla 1, se pueden observar las distancias promedios al Sol y el período de revolución de los planetas del sistema solar.

Tabla 1. Promedios de planetas al Sol

Planeta	T (s)	R (m)
Mercurio	$7{,}6 \times 10^{6}$	$5{,}8 \times 10^{10}$
Venus	$1{,}9 \times 10^{6}$	$1{,}1 \times 10^{11}$
Tierra	$3{,}15 \times 10^{7}$	$1{,}5 \times 10^{11}$
Marte	$5{,}9 \times 10^{7}$	$2{,}3 \times 10^{11}$
Júpiter	$3{,}7 \times 10^{8}$	$7{,}8 \times 10^{11}$
Saturno	$9{,}2 \times 10^{8}$	$1{,}4 \times 10^{12}$
Urano	$2{,}6 \times 10^{9}$	$2{,}9 \times 10^{12}$
Neptuno	$5{,}2 \times 10^{9}$	$4{,}5 \times 10^{12}$

Ejemplo

A partir de la aplicación de la tercera ley de Kepler y con los datos de la tabla 5.3, determinar el valor de la constante para el planeta Tierra y para el planeta Marte.

Solución

Para la Tierra:

Al despejar k

$$k = \frac{(\mathrm{T_{Tierra}})^2}{(R_{Tierra})^3}$$

La ecuación se lee, k = (T mayúscula sub Tierra)^2 / (R mayúscula sub Tierra)^3.

Al calcular:

$$k = \frac{(3{,}15\ \cdot 10^7\mathrm{s})^2}{(1{,}5 \cdot 10^{11}m)^3} = 2{,}9 \cdot 10^{-19} s^2/m^3$$

La ecuación se lee, k = (3,15 · 10 a la 7 s)^2 / (1,5 · 10 a la 11 m)^3 = 2,9 · 10 a la −19 s^2/m^3.

Para marte:

Al despejar k

$$k = \frac{(\mathrm{T_{Marte}})^2}{(\mathrm{R_{Marte}})^3}$$

La ecuación se lee, k = (T mayúscula sub Tierra)^2 / (R mayúscula sub Tierra)^3.

Al calcular

$$k = \frac{(5{,}9\ \cdot 10^7\mathrm{s})^2}{(2{,}3 \cdot 10^{11})^3} = 2{,}9 \cdot 10^{-19} s^2/m^3$$

La ecuación se lee, k = (5,9 · 10 a la 7 s)^2 / (2,3 · 10 a la 11 m)^3 = 2,9 · 10 a la −19 s^2/m^3.

El valor de la constante en la tercera Ley de Kepler para los planetas del sistema solar es $2{,}9 \cdot 10^{-19} s^2/m^3$ (2,9 · 10 a la −19 s^2/m^3).

El trabajo de Kepler contribuyó a la aceptación del modelo planetario heliocéntrico, pero aún quedaban dificultades por vencer: romper con la tradición que exigían las órbitas circulares de los astros y la consideración acerca de que la Tierra tenía un lugar privilegiado en el centro del universo. En 1604, con la aparición de una nueva estrella en el cielo, Galileo se convenció, gracias al estudio de la obra de Kepler, de que la hipótesis de la inmutabilidad de las estrellas no se cumplía. Para este tiempo, debido a la invención del telescopio, Galileo observó que la Luna no era lisa, sino que tenía cráteres, e incluso, calculó la altura de algunas montañas. Este descubrimiento se unió al de la observación de los satélites que giran alrededor del planeta Júpiter, como si fuera un sistema solar en miniatura; contrario a lo que pensaban los griegos acerca de que todos los astros giraban alrededor de la Tierra. Después de la muerte de Galileo, el modelo propuesto por Kepler se difundió, y poco a poco fue aceptado. Uno de los problemas que se debatió entonces fue la idea de cómo un objeto podía mantener un movimiento elíptico alrededor del Sol. Entonces, el astrónomo Edmund Halley se propuso resolver la controversia, para ello dirigió sus inquietudes a su gran amigo Isaac Newton. La impresionante obra de Newton comenzó con la definición de la masa, la cantidad de movimiento, la inercia y la fuerza. Después, presentó las tres leyes del movimiento y una gran cantidad de descubrimientos matemáticos y físicos que tenían que ver con los problemas que preocupaban a los científicos de su época. Una de sus contribuciones más importantes es la ley de la gravitación universal.

Ejemplo

Considerar que la trayectoria de Saturno es circular y calcular la rapidez media del movimiento de Saturno alrededor del Sol. Compararla con la rapidez de la Tierra cuyo valor es $2{,}9 \cdot 10^4$ m/s (2,9 · 10 a la 4 m/s).

Solución

Como el radio de la órbita es igual a la distancia media que separa a Saturno del Sol y su valor es $1{,}4 \cdot 10^{12}$ m, la distancia recorrida mientras Saturno da una revolución es:

$$2\pi \cdot R = 2\pi \cdot 1{,}4 \cdot 10^{12} m = 8{,}8 \cdot 10^{12} m$$

La ecuación se lee, 2 pi · R mayúscula = 2 pi · (1,4 · 10 a la 12 m) = 8,8 · 10 a la 12 m.

Por tanto, la rapidez es:

$$v = \frac{8{,}8 \cdot 10^{12} m}{9{,}2 \cdot 10^{8} s} = 9{,}6 \cdot 10^{3} \mathrm{m/s}$$

La ecuación se lee, v = (8,8 · 10 a la 12 m)/ (9,2 · 10 a la 8 s) = 9,6 · 10 a la 3 m/s.

La rapidez de Saturno en su órbita es 9,6 · 10 ^{3} m/s, la cual es el 33% de la rapidez con la cual la Tierra recorre su órbita alrededor del Sol.

La ley de gravitación universal

Los planetas describen una trayectoria elíptica alrededor del Sol y puesto que no describen movimiento rectilíneo uniforme, debe actuar sobre ellos una fuerza centrípeta que produce el cambio en la dirección del movimiento. Isaac Newton, en el siglo XVII, explicó el origen de esta fuerza en lo que se conoce como ley de gravitación universal.

Definición:

Dos cuerpos cualquiera de masas m_1 y m_2, separados una distancia r se atraen con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.

La ley de gravitación universal se expresa como:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

La ecuación se lee, F mayúscula = G mayúscula · (m_1 · m_2) / r^2.

Donde G se denomina constante de gravitación universal y su valor en el S.I. es:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}$$

La ecuación se lee, G mayúscula = 6,67 · 10^{-11} N· m^2 / kg^2.

La fuerza se produce siempre entre dos cuerpos (atracción gravitatoria), pero muchas veces, por su pequeño valor es poco perceptible.

Es importante notar que, de acuerdo con el principio de acción y reacción, las fuerzas que los cuerpos se ejercen son de igual intensidad y opuestas, como se puede observar en la Imagen 2.

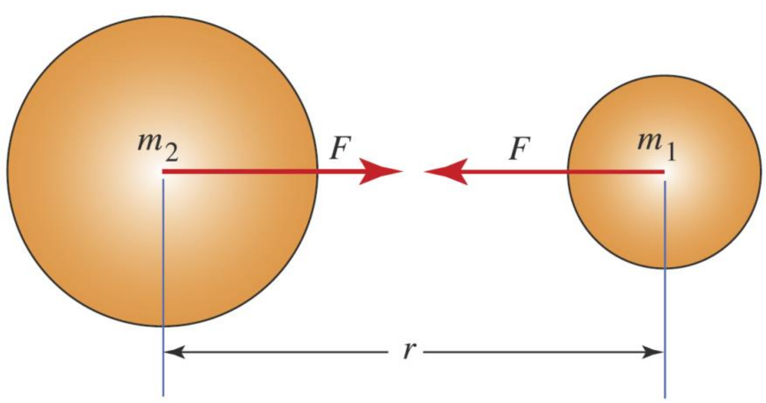

Imagen 2. ***Acción y reacción***

Descripción de la Imagen 2. Acción y reacción. Dos masas con geometría esférica están separadas una distancia r medida desde cada uno de sus *centros. La fuerza desde el centro de cada una se dirige hacia la otra masa de igual manera.*

De acuerdo con la ley de gravitación universal, el Sol ejerce sobre los planetas una fuerza de atracción, F, directamente proporcional a la masa del Sol (M_s) y a la masa del planeta (m_p) en consideración. Siendo además, inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, r, que separa los centros de ambos astros. Es decir,

$$F = G \cdot \frac{M_s \cdot m_p}{r^2}$$

La ecuación se lee, F = G mayúscula · (M_s · m_p)/r^2.

Newton con su interpretación del universo estableció que el movimiento de los planetas obedece a las mismas leyes que se aplican al movimiento de los cuerpos en la Tierra. Debido al movimiento de rotación de la Tierra y a la acción de la fuerza gravitacional se puede explicar la producción de las mareas. Las mareas solares, cuyo resultado se produce debido a la atracción ejercida por el Sol y las mareas lunares, las cuales resultan de la atracción ejercida por Luna.

Ejemplo

Determinar la masa del Sol, a partir del período de revolución de la Tierra alrededor de él y de la distancia que los separa, asumiendo que la trayectoria es circular y teniendo en cuenta que la trayectoria de los planetas es elíptica.

Solución

La Tierra en su movimiento alrededor del Sol experimenta fuerza centrípeta, la cual corresponde a la fuerza gravitacional. Si la velocidad de la Tierra en su órbita alrededor del Sol es 2,9 · 10 ^{4} m/s, entonces tenemos que:

$$F_{grav} = F_c$$

La ecuación se lee, F sub $_{grav}$ = F_c.

Como:

$$F_{grav} = G \cdot \frac{M_s \cdot M_r}{r^2}$$

La ecuación se lee, F sub $_{grav}$ = G mayúscula · (M_s · M_r)/r^2.

Y también:

$$F_c = m_r \cdot \frac{v^2}{r}$$

La ecuación se lee, F_c = m_r · (v^2 / r).

Entonces,

$$G \cdot \frac{M_s \cdot M_r}{r^2} = M_r \cdot \frac{v^2}{r}$$

La ecuación se lee, G mayúscula · (M_s · M_r)/r^2 = M_r · (v^2 / r).

Al simplificar por M_r/r.

$$G \cdot \frac{M_s}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

La ecuación se lee, , G mayúscula · M_s/r^2 = v^2 / r.

Al remplazar se obtiene:

$$\left(6{,}67 \cdot 10^{-11}\mathrm{N}\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}\right) \cdot \frac{M_s}{1{,}5 \cdot 10^{11}\mathrm{m}} = (2{,}9 \cdot 10^{4}\mathrm{m/s})^2$$

La ecuación se lee, (6,67 · 10 $^{-11}$ N· m^2 / kg^2) · Ms/ (1,5 · 10 ^{11} m) = (2,9 · 10 ^{4} m/s)^2.

Luego al despejar M_s:

$$M_s = \frac{(2{,}9 \cdot 10^4\ m/s)^2 \cdot (1{,}5 \cdot 10^{11}\mathrm{m})}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\mathrm{N}\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}}$$

La ecuación se lee, M_s = (2,9 · 10 ^{4} m/s)^2 · (1,5 · 10 ^{11} m) / (6,67 · 10 $^{-11}$ N· m^2 / kg^2).

Por tanto,

$$M_s = 1{,}9 \cdot 10^{30}\ Kg$$

La ecuación se lee, M_s = 1,9 · 10 ^{30} Kg.

La masa del Sol es 1,9 · 10 ^{30} Kg. Este resultado nos permite afirmar que es posible determinar la masa de un objeto celeste a partir del período de revolución y del radio de la órbita de un objeto que gira alrededor de él.

Masa inercial y masa gravitacional

Cuando un objeto de masa m se suelta cerca de la superficie de la Tierra, actúa sobre él una fuerza de atracción dirigida hacia el centro del planeta y, en consecuencia, experimenta una aceleración. A partir de la ley de gravitación universal, sabemos que sobre el objeto actúa la fuerza gravitacional F_{grav} (F sub $_{grav}$) que se expresa como:

$$F_{grav} = G \cdot \frac{m_T \cdot m}{r^2}$$

La ecuación se lee, F sub $_{grav}$ = G mayúscula · (m_T · m)/r^2.

Donde m_T es la masa de la Tierra, m la masa del objeto, denominada masa gravitacional, y r es la distancia que separa el cuerpo del centro de la Tierra.

La fuerza gravitacional ocasiona que el objeto experimente una aceleración, que de acuerdo con la segunda ley de Newton, es:

$$F = m \cdot a$$

En esta expresión la masa del objeto, *m*, es una medida de la inercia del cuerpo, por lo cual se denomina masa inercial. Para determinar la relación entre la masa inercial y la masa gravitacional, igualamos las dos expresiones para F y obtenemos que:

$$m \cdot a = G \cdot \frac{m \cdot m_T}{r^2}$$

La ecuación se lee, m · a = G mayúscula · (m · m_T) / r2.

Si las dos masas, representadas por m en ambos miembros de la igualdad anterior tienen el mismo valor, obtenemos que:

$$a = G \cdot \frac{m_r}{r_{tierra}^2}$$

La ecuación se lee, a = G mayúscula · (m_r)/ (r $_{Tierra}$ al cuadrado)

Así, para un objeto cerca de la superficie de la Tierra, cuya distancia al centro es r_{Tierra} = 6,4×10 ^{6} m, tenemos que:

$$a = 6{,}67 \ \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{N} \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{6{,}0 \ \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}}{(6{,}4 \cdot 10^6)^2} = 9{,}8\ m/s^2$$

La ecuación se lee, a = (6,67 · 10 $^{-11}$ N· m^2 / kg^2)·(6,0 · 10 ^{24} kg)/(6,4 · 10 ^{6} kg) = 9,8 m/s^2.

Este resultado muestra que suponer que las masas inercial y gravitacional tienen el mismo valor, nos lleva a encontrar un resultado que ya hemos utilizado y es que la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra es 9,8 m/s^2. Lo cual sugiere que nos podemos referir a la masa inercial o a la masa gravitacional indistintamente como la masa del cuerpo, aunque no debemos perder de vista que sus significados son diferentes. Así mismo, tenemos que la aceleración de la gravedad a una distancia r del centro de la Tierra es:

$$g = G \cdot \frac{m_r}{r^2}$$

La ecuación se lee, g = G mayúscula · (m_r/r^2).

Cuyo resultado indica que la aceleración de la gravedad en un punto ubicado en las proximidades de la Tierra depende de la masa de la Tierra y de la distancia a la que se encuentra el punto con respecto al centro de ella. Por tanto, cuando la distancia a la superficie de la Tierra aumenta, la aceleración de la gravedad disminuye. En la tabla 2, se presentan las masas y los radios del Sol y los planetas.

Tabla 2. Masas y radios de planetas

Planeta	**Masa (Kg)**	**Radio (m)**
Sol	$2,0 \cdot 10^{30}$	$7,0 \cdot 10^{8}$
Mercurio	$3,3 \cdot 10^{23}$	$2,4 \cdot 10^{6}$
Venus	$4,9 \cdot 10^{24}$	$6,1 \cdot 10^{6}$
Tierra	$6,0 \cdot 10^{24}$	$6,4 \cdot 10^{6}$
Marte	$6,4 \cdot 10^{23}$	$3,4 \cdot 10^{6}$
Júpiter	$1,9 \cdot 10^{27}$	$71,8 \cdot 10^{6}$
Saturno	$5,6 \cdot 10^{26}$	$60,3 \cdot 10^{6}$
Urano	$8,7 \cdot 10^{25}$	$25,6 \cdot 10^{6}$
Neptuno	$1,0 \cdot 10^{26}$	$24,7 \cdot 10^{6}$

Ejemplo

Determinar a qué altura con respecto a la superficie de la Tierra la aceleración de la gravedad es igual a la aceleración de la gravedad en la Luna.

Solución

La aceleración de la gravedad en la Luna es 1,6 m/s². Por tanto,

$$g = G \cdot \frac{m_r}{r^2}$$

La ecuación se lee, g = G mayúscula · (m_r/r^2).

Al despejar r

$$r = \sqrt{G \cdot \frac{m_r}{g}}$$

La ecuación se lee, r = raíz cuadrada de [G mayúscula · (m_r/g)].

Al remplazar y calcular

$$r = \sqrt{\frac{6{,}67 \ \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{N} \cdot m^2}{kg^2} \cdot 6{,}0 \ \cdot 10^{24}\mathrm{kg}}{1{,}6 \, m/s^2}} = 1{,}6 \cdot 10^7\mathrm{m}$$

La ecuación se lee, r = raíz cuadrada de [(6,67 · 10^{-11} N· m^2 / kg^2)·(6,0 · 10^{24} Kg) / (1,6 m/s^2)] = 1,6 · 10^7 m.

A una distancia de 16.000 km con respecto al centro de la Tierra, la aceleración de la gravedad es 1,6 m/s². Puesto que el radio de la Tierra es 6.400 km, la aceleración de la gravedad a una altura de 9.600 km con respecto a la superficie de la Tierra es 1,6 m/s².

El valor de la constante de gravitación universal

Se dice que en 1798, el físico británico Henry Cavendish "pesó la Tierra" cuando determinó experimentalmente el valor de la constante de gravitación universal. Cavendish diseñó un aparato para medir la fuerza gravitacional que se ejercen dos cuerpos pequeños entre sí. Los dos cuerpos de masa m están en los extremos de una varilla que cuelga de un hilo delgado construido de una fibra de cuarzo. Debido a la fuerza que las masas M, ejercen sobre las masas m, se produce una rotación en la varilla y, por tanto, el hilo se retuerce, es decir, que experimenta torsión. El ángulo de rotación de la varilla es proporcional a la fuerza que experimentan las esferas sujetas a la varilla. Por tanto, una medida cuidadosa del ángulo de rotación permite determinar la medida de la fuerza gravitacional que se ejercen las esferas de masas m y M (M mayúscula). Al calcular la fuerza, a partir de la medida del ángulo de rotación, la distancia que separa las esferas y la masa de estas, Cavendish obtuvo un valor para la constante de gravitación universal G. Una vez se determinó el valor de la constante de gravitación universal, G, fue posible determinar la masa de la Tierra. Como la constante de gravitación universal tiene el mismo valor para la interacción entre cualquier par de objetos, haber obtenido su valor permitió determinar algunos datos acerca de los objetos celestes.

Ejemplo

A partir del valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra, determinar:

a. La masa de la Tierra.
b. El radio que debería tener un planeta con la misma masa de la Tierra para que la aceleración de la gravedad en la superficie fuera el doble.

Solución

a. Podemos determinar la masa de la Tierra a partir de:

$$g = G \cdot \frac{m_T}{r^2}$$

La ecuación se lee, g = G mayúscula · (m_T/r^2).

Al despejar m_T de la ecuación, obtenemos:

$$m_T = g \cdot \frac{r^2}{G}$$

La ecuación se lee, m_T = g · (r^2 / G mayúscula)

Al remplazar se tiene:

$$m_T = \frac{9{,}8\mathrm{m/s^2} \cdot (6{,}4 \cdot 10^6 \mathrm{~m})^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}}$$

La ecuación se lee, m_T = (9,8 m/s^2) · (6,4 · 10^6 m)^2 / (6,67 · 10^{-11} N· m^2 / kg^2)

Luego,

$$m_T = 6{,}0 \cdot 10^{24} \mathrm{~Kg}$$

La ecuación se lee, m_T = 6,0 · 10^{24} Kg.

La masa de la Tierra es de 6,0 · 10 ^{24} Kg.

b. Para calcular el radio, despejamos r de la ecuación para g, por tanto:

$$r = \sqrt{\frac{\mathrm{G} \cdot m_T}{g}}$$

La ecuación se lee, r = raíz cuadrada de [G mayúscula · m_T / g].

Como la aceleración de la gravedad debe ser el doble, entonces:

$$r = \sqrt{\frac{\mathrm{G} \cdot m_T}{2g}}$$

La ecuación se lee, r = raíz cuadrada de [G mayúscula · m_T / 2 g].

Al remplazar los datos y calcular se tiene:

$$r = \sqrt{\frac{(6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}) \cdot (6{,}4 \cdot 10^{24}\ \mathrm{m})}{2 \cdot 9{,}8 \mathrm{m/s}^2}} = 4{,}5 \cdot 10^6\ m$$

La ecuación se lee, r = raíz cuadrada de [(6,67 · 10 $^{-11}$ N· m^2 / kg^2) · (6,4 · 10 ^{24} m) / (2 · 9,8 m/s^2)] = 4,5 · 10 ^{6} m.

El radio del planeta debería ser 4,5 · 10 ^{6} m, cuyo valor es menor que el radio de la Tierra.

Rotación de sólidos

Cuerpos rígidos

Anteriormente considerábamos los objetos como partículas puntuales, y establecimos que una condición para que una partícula permanezca en reposo es que la suma de las fuerzas que actúan sobre ella sea igual a cero. Si consideramos que los objetos no son partículas puntuales, sino que tienen dimensiones, podemos encontrar que sobre un objeto pueden actuar fuerzas cuya suma es cero y sin embargo, no se encuentra en reposo ni se mueve en línea recta con rapidez constante.

Por ejemplo, sobre un timón se pueden ejercer fuerzas de igual intensidad a cada uno de los lados. Estas fuerzas son aplicadas en direcciones contrarias y, sin embargo, el manubrio no permanece en reposo sino que gira. Así, cuando consideramos que los objetos tienen dimensiones y que no son simplemente partículas puntuales, necesitamos una condición adicional para que un objeto con dimensiones se encuentre en reposo, pues no basta con que la fuerza neta sea igual a cero.

Definición:

Los cuerpos rígidos son sólidos cuya forma es definida debido a que las partículas que los conforman se encuentran en posiciones fijas unas con respecto a otras.

Cuando se aplican fuerzas sobre un cuerpo rígido, se puede producir un movimiento de rotación sobre él que depende de la dirección de las fuerzas y de su punto de aplicación. Por ahora, para comparar los efectos producidos por las fuerzas, diremos que ellas producen mayor o menor efecto de rotación. La expresión, mayor o menor efecto de rotación se relaciona con la aceleración angular debido a la aplicación de la fuerza.

Un ejemplo cotidiano de movimiento de rotación, se presenta al desmontar la llanta de un vehículo. Al aplicar una fuerza perpendicular sobre la barra en el punto extremo de la llave, se produce un mayor efecto de rotación que al aplicar la misma fuerza en un punto intermedio de la llave. Por tal razón, resulta más fácil soltar la tuerca cuando se aplica la fuerza en el punto extremo de la barra. Para describir las fuerzas que producen rotación debemos establecer un eje de rotación.

Para este ejemplo podemos notar que no se produce efecto de rotación cuando aplicamos una fuerza paralela a la barra de la llave, ni tampoco se produce efecto de rotación si la fuerza se aplica en la parte de la barra que coincide con el eje de rotación.

Por otra parte, cuanto mayor es la distancia desde el punto de aplicación de la fuerza al eje, mayor es el efecto de rotación que esta produce. Así, para abrir la puerta de un vehículo, cuanto más lejos de las bisagras ejercemos una fuerza, menor intensidad deberá tener dicha fuerza. De esta manera, si queremos lograr el máximo efecto de rotación, es necesario aplicar dicha fuerza en forma perpendicular al plano de la puerta. Si la fuerza aplicada se realiza sobre el borde en el cual se encuentran las bisagras, la puerta no rota.

Ahora, si la fuerza que se aplica forma determinado ángulo con la barra, de tal manera que no es ni perpendicular ni paralela a ella, en este caso, la fuerza $\vec{F}$ (F vector) tiene dos componentes, la fuerza perpendicular a la barra, F_{perp} , y la fuerza paralela a la barra, F_{paral} . De estas dos, solo la fuerza perpendicular produce efecto de rotación, pues como lo hemos dicho, las fuerzas paralelas a la barra no producen efecto de rotación.

En síntesis, se produce un efecto de rotación cuando la fuerza no es paralela a la barra o cuando su punto de aplicación es diferente al punto por el que pasa el eje de rotación.

Imaginemos una regla suspendida de un hilo, a la cual se cuelga una pesa en el punto extremo (punto A).

Notaremos que en el punto extremo de la regla actúa una fuerza, F_1, que produce un efecto de rotación sobre la regla. Pero, si se ejerce otra fuerza F_2 en el lado derecho de la regla, esta puede quedar en equilibrio y en posición horizontal, aunque esta fuerza no se aplique en el otro extremo. El efecto de rotación producido por la fuerza, F_2, contrarresta el efecto de rotación producido por la fuerza F_1.

Si las fuerzas F_1 y F_2 aplicadas sobre la regla son perpendiculares a esta, la regla no gira y permanece horizontal siempre que la fuerza F_1, aplicada a una distancia r_1 del eje de rotación y la fuerza F_2, aplicada a una distancia r_2 del eje de rotación, cumplan la siguiente relación:

$$r_1 \cdot F_1 = r_2 \cdot F_2$$

Si en lugar de la fuerza F_1 se aplica una fuerza F_3 en el punto B, ubicado entre el centro del eje de rotación y el extremo A, para mantener la regla horizontal se requiere que la fuerza, F_3 sea de mayor intensidad que F_1.

Es importante destacar que la tensión que ejerce la cuerda que sostiene la regla no produce efecto de rotación porque está aplicada en el punto O del eje de rotación, punto en el cual se representa el peso de la regla en su centro de gravedad. Un cuerpo es homogéneo si, al dividirlo en pequeñas partes de igual tamaño, todas pesan igual. En los cuerpos homogéneos de forma regular como una lámina rectangular o circular, el centro de gravedad coincide con su centro geométrico.

Ejemplo

Una regla homogénea de un metro de longitud que pesa 3 N se suspende de un hilo. Si en el extremo izquierdo se cuelga un objeto de 5 N, determinar:

a. La distancia al eje de rotación (punto de donde suspende la regla) a la que se debe aplicar una fuerza de 20 N para que la regla permanezca horizontal en equilibrio.
b. La tensión que soporta la cuerda que sostiene la regla.

Solución

a. El peso mg de la regla y la tensión que ejerce el hilo que la sostiene no producen efecto de rotación, puesto que están aplicadas en el eje de rotación. Como, las fuerzas F1 y F2 son perpendiculares a la regla se tiene que:

$$r_1 \cdot F_1 = r_2 \cdot F_2$$

Al despejar r_2

$$r_2 = \frac{r_1 \cdot F_1}{F_2}$$

La ecuación se lee, $r_2 = (r_1 \cdot F_1) / F_2$.

Al reemplazar y calcular:

$$r_2 = \frac{0{,}5\ m \cdot 5\ N}{20\ N}$$

La ecuación se lee, r_2 = (0,5 m ·5 N) / 20 N.

La fuerza de 20 N se debe aplicar a 12,5 cm del punto O.

b. Se debe cumplir que las fuerzas aplicadas sobre la regla sumen cero, por tanto, para determinar la tensión de la cuerda, tenemos que:

$$T = (0, T)$$

$$mg = (0, -3)$$

$$F_1 = (0, -5)$$

$$F_2 = (0, -20)$$

$$F_{neta} = (0, 0)$$

Luego,

$$T - 3\ N - 5\ N - 20\ N = 0$$

De donde, $T = 28$ N.

La tensión que soporta la cuerda mide 28 N.

Ejemplo

Una regla de 100 cm se suspende de una cuerda en un punto ubicado a los 30 cm de uno de sus extremos. Al colgar una pesa de masa 200 gramos en dicho extremo, la regla permanece horizontal. Si el punto de aplicación del peso en la regla es su punto medio, determinar:

a. El peso de la regla.
b. La masa de la regla.

Solución

a. Sobre la regla actúan la tensión de la cuerda que la sostiene, la fuerza ejercida por la pesa cuya masa es 200 g y el peso mg de la regla. La tensión no produce efecto de rotación pues está aplicada sobre el eje de rotación.

La fuerza F aplicada por la pesa es igual a su peso, es decir:

$$F = m \cdot a = (0{,}200\ Kg) \cdot (9{,}8\ m/s^2) = 1{,}96\ N.$$

Por tanto,

$$F_2 = \frac{r_1 \cdot F_1}{r_2} = \frac{0{,}30\ m\ \cdot 1{,}96\ N}{0{,}2\ m} = 2{,}94\ N$$

La ecuación se lee, F_2 = (r_1 ·F_1) / r_2 = (0,30 m · 1,96 N) / 0,2 m = 2,94 N.

El peso de la regla es 2,94 N.

b. La masa de la regla se obtiene mediante la expresión:

$$m \cdot g = 2{,}94\ N$$

Luego,

$$m = (2{,}94\ N) / (9{,}8\ m/s^2) = 0{,}3\ Kg$$

La masa de la regla es 300 g.

Desarrolla tus competencias

1. El segundero de un reloj tiene un movimiento circular uniforme, y se mueve la manecilla sobre cada punto que representa un segundo, con una misma velocidad angular. Explica por qué sucede este hecho.
2. ¿Puede afirmarse que la velocidad lineal de un cuerpo que describe un movimiento circular uniforme permanece constante? ¿Por qué?
3. Un motor gira a razón de 840 r.p.m. ¿Qué tiempo, en segundos, tarda en dar una vuelta?
4. La velocidad de escape es la velocidad mínima que debe tener un objeto en la superficie de un planeta, para que, una vez lanzado hacia arriba no vuelva a caer. En un planeta de masa M y radio *R*, la velocidad de escape se mide mediante:

$$v_{escape} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

La ecuación se lee, v escape = raíz cuadrada de [(2 G mayúscula M mayúscula) / R mayúscula].

¿Cuál es la velocidad de escape de la Tierra?

5. Dos ruedas de 18 y 27 cm de diámetro, se unen mediante una correa. Si la rueda de mayor diámetro gira a razón de 5 rad/s, ¿cuál es la frecuencia de la otra rueda?
6. ¿El módulo de la aceleración centrípeta de un cuerpo que describe un movimiento circular uniforme es constante? ¿Por qué?
7. ¿Por qué un cuerpo con movimiento circular uniforme experimenta aceleración, si el módulo de su velocidad no cambia?

La fuerza gravitacional entre dos cuerpos es F_0. Si la distancia entre los dos se duplica, la fuerza F sería:

a. $F = 2F_0$
b. $F = 4F_0$
c. $F = F_0/2$
d. $F = F_0/4$

8. ¿Cómo se ve afectada la duración de las estaciones, por el hecho de que la Tierra se mueva más rápido en su órbita alrededor del Sol durante el invierno para el hemisferio norte que durante el verano?

9. ¿Es diferente la velocidad angular de una persona ubicada en un lugar en el Ecuador que si está en uno de los polos terrestres, respecto al movimiento de rotación que tiene la Tierra? Explica tu respuesta

10. Según la teoría general de la relatividad, la gravedad de un astro puede afectar la trayectoria de la luz. El efecto es notable si la aceleración gravitacional es muy grande. ¿Qué puedes concluir de la masa de los llamados agujeros negros, los cuales no permiten que la luz escape de ellos?

11. Da un ejemplo de un objeto que tenga un eje de rotación fijo pero que se encuentre en equilibrio.

12. Verifica conceptos. ¿A qué distancia se deben colocar dos objetos para que su fuerza de atracción se duplique?

a. $2r$
b. $r/4$
c. $r/2$
d. $4r$

13. La afirmación "Los planetas están situados en esferas cuyo centro es la Tierra" corresponde a:

a. Copérnico

b. Aristóteles
c. Ptolomeo
d. Kepler

14. Cuando los rayos del Sol caen perpendicularmente sobre el paralelo 23 de latitud norte, se tiene un:

a. equinoccio de primavera
b. solsticio de verano
c. solsticio de invierno
d. equinoccio de otoño

15. El conjunto de leyes que describen el movimiento planetario, recibe el nombre de:

a. Leyes de Newton
b. Modelo geocéntrico
c. Leyes de Kepler
d. Modelo heliocéntrico

16. ¿A qué distancia del Sol estaría un planeta en el sistema solar si su período de rotación fuera de tres años?

17. ¿Qué diferencia existe entre la masa inercial y la masa gravitacional de un cuerpo?

Actividades

1. Un disco realiza una vuelta en 0,25 s. ¿Cuántas r.p.m. realiza?

2. Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.

a. El número de revoluciones que realiza el cuerpo en la unidad de tiempo se llama frecuencia.

b. En un movimiento circular uniforme la velocidad angular está cambiando respecto al tiempo.

c. La fuerza centrípeta tiende a llevar los cuerpos hacia afuera de la curva tomada.

d. La fuerza centrípeta y la fuerza centrífuga son fuerzas de acción y reacción.

e. La aceleración centrípeta se relaciona con el módulo de la velocidad lineal del cuerpo.

3. En un movimiento circular uniforme, la velocidad lineal es directamente proporcional al radio de la trayectoria, y la constante de proporcionalidad entre las dos es:

a. el período

b. la frecuencia

c. la velocidad angular

d. la aceleración centrípeta

4. Para una moneda que se pega con plastilina en un punto sobre un disco que tiene un movimiento circular uniforme, ¿cuál de las siguientes afirmaciones no es cierta? Justifica tu respuesta.

a. Recorre ángulos iguales en tiempos iguales.

b. La velocidad lineal no cambia.

c. Experimenta una aceleración centrípeta.

d. Da el mismo número de vueltas en cada unidad de tiempo.

e. Tiene velocidad tangencial.

5. ¿De qué factores depende el mayor o menor ángulo que los constructores den al peralte de una curva en la carretera?

6. En una carrera de ciclismo de pista, el velódromo es peraltado, y los competidores se ubican en diagonal para la salida. ¿Por qué se deben dar esas condiciones?

7. Un camión viaja por una carretera recta con velocidad constante. ¿Cómo es la velocidad angular en cada punto de una de sus llantas? ¿Se comporta igual la velocidad lineal en cada punto? ¿Por qué?

8. La relación entre los radios de las ruedas de una bicicleta antigua es de 3 a 1. ¿Qué puedes afirmar? con respecto a la relación entre:

   a. sus velocidades angulares

   b. sus frecuencias

9. Una nave espacial debe realizar un viaje de ida y vuelta a la Luna. Si gasta más de la mitad del combustible en el viaje ida, ¿es posible que le alcance el combustible que le queda para el regreso? Justifica tu respuesta.

10. Si todos los objetos se dirigen hacia el centro de la Tierra, ¿por qué la Luna no se choca contra la Tierra?

11. ¿Cuándo es más rápido el movimiento de la Tierra: cuando está más cerca del Sol o cuando se encuentra lejos de él? Explica tu respuesta.

12. ¿En qué factor se incrementaría el peso de una persona si la masa de la Tierra fuera cuatro veces mayor?

13. En el noticiero del mediodía se anuncia que un satélite del Instituto de meteorología se salió de su órbita. ¿Cómo piensas que será la trayectoria que describa el satélite si cae en la Tierra?

14. ¿Cómo se verían afectados el Polo Norte y los países ubicados en el Ecuador terrestre, si la Luna no existiera?

15. Las observaciones de Edwin Hubble demostraron que el universo se encuentra en expansión. Estas observaciones, ¿favorecen la teoría gravitacional de Newton o la contradicen? Explica tu respuesta.

16. ¿Puede compararse la fuerza de atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre los cuerpos, con la que ejerce un imán sobre una puntilla de acero? ¿Por qué?

Problemas

1. Un carro de juguete da vueltas en una pista circular de 45 cm de diámetro. Si emplea 0,5 s en realizar 1 vuelta, determina:

a. Período y frecuencia de su movimiento.

b. Distancia que recorre al dar una vuelta.

c. Velocidad lineal.

d. Velocidad angular.

e. Aceleración centrípeta.

2. Un disco gira a razón de 2.500 r.p.m. Determina:

a. Período del movimiento.

b. Velocidad angular.

3. Un cuerpo se mueve uniformemente en una trayectoria circular de 20 cm de radio, realizando 10 vueltas en 8 segundos.

a. ¿Cuál es el período y la frecuencia del movimiento del cuerpo?

b. ¿A qué velocidad angular se mueve?

4. Una polea de 12 cm de diámetro gira con un período de 0,25 s.

a. ¿Cuál es su velocidad angular?

b. ¿Con qué velocidad lineal se mueve un punto en el borde de la polea?

c. ¿Qué aceleración centrípeta experimenta un punto en el borde de la polea?

5. La llanta de una bicicleta tiene un diámetro de 45 cm, si realiza 10 vueltas en 4 segundos. ¿Cuál es su período, frecuencia y velocidad angular? ¿Qué rapidez lineal experimenta un punto en el borde de la llanta?

6. La rapidez orbital de la Luna es de aproximadamente 1,03 km/s y la distancia promedio de la Tierra a la Luna es $3{,}84 \times 10^{8}$ m. Suponiendo que la Luna tiene un movimiento circular uniforme:

a. ¿cuál es su período de rotación?
b. ¿cuál es su aceleración centrípeta?

7. Las aspas de un molino de viento tienen una longitud de 3,2 m. Si un punto en el borde de una de las aspas se mueve a 15 m/s:

a. ¿cuántas vueltas realiza el aspa en un segundo?
b. ¿cuál su velocidad angular?
c. ¿qué tiempo emplea el aspa en dar una vuelta?

8. Un patinador recorre una pista circular de 50 m de radio experimentando una aceleración centrípeta de 6,52 m/s^2.

a. ¿Cuál es su velocidad lineal?
b. ¿Cuánto tiempo tarda en dar una vuelta?
c. ¿Cuál es su velocidad angular?
d. ¿Qué fuerza de fricción experimenta el patinador si tiene una masa de 52 kg?

9. En un parque de diversiones, la rueda de Chicago tiene un diámetro de 6 m, y gira a razón de 0,6 revoluciones por segundo.

a. ¿Cuál es la velocidad angular de la rueda?
b. ¿Qué aceleración centrípeta experimenta una persona montada en la rueda?

10. Un automóvil, cuyas ruedas tienen un diámetro de 80 cm, parte del reposo y acelera uniformemente hasta alcanzar 72 km/h en 20 s. ¿Cuántas vueltas alcanza a dar cada rueda durante ese tiempo?

11. La hélice de un avión parte del reposo y después de 8 s gira a razón de 20.000 r.p.m.

a. ¿Qué velocidad angular alcanza al cabo de los 8 s?
b. ¿Cuál es su aceleración angular?
c. ¿Cuántas vueltas realiza en los 8 segundos?

12. ¿Qué aceleración de la gravedad experimenta un avión que vuela a 12 km de altura sobre la superficie terrestre?

13. Un joven astrónomo anuncia haber descubierto un pequeño planeta en el sistema solar con un período de rotación de 4,5 años y una distancia media al Sol de 9.650 km. ¿La afirmación es cierta? ¿Por qué?

14. Dos personas se encuentran sentadas en los extremos de un café Internet, separadas a una distancia de 3,5 m, si sus masas son 52 kg y 61 kg, ¿qué fuerza de atracción gravitacional existe entre ellas?

15. ¿A qué altura sobre la superficie terrestre, la aceleración de la gravedad es $g/2$?

16. Dos esferas de igual tamaño y masa 300 lb, se encuentran separadas una distancia de 2,5 m. ¿Cuál es el valor de la fuerza de atracción gravitacional entre ellas?

17. La fuerza de atracción gravitacional entre dos automóviles parqueados en un estacionamiento es de 9,5 · 1024 N. Si las masas de los vehículos son 1.200 kg y 1.450 kg respectivamente, ¿a qué distancia está parqueado uno del otro?

18. Dos aviones sobrevuelan alrededor de un aeropuerto esperando que la pista se encuentre libre para poder aterrizar. Si en un momento la distancia entre ellos es 850 m, la fuerza de atracción es de 3,8 · 1029 N y la masa de una aeronave es 5 toneladas, ¿cuál es la masa de la otra aeronave?

19. Una de las lunas de Júpiter llamada Calixto, tiene un período de rotación alrededor del enorme planeta de 384 horas. Si el radio de su órbita es de 1,9 · 106 km.

a. ¿Cuál es la masa de Júpiter?

b. Si la masa de Júpiter se redujera a la mitad, ¿cuál sería el período de rotación de Calixto?

20. ¿Qué torque realiza una fuerza de 35 N aplicada sobre una barra a 20 cm de su punto de apoyo?

21. ¿Cuál es el torque realizado por una fuerza de 18 N aplicada perpendicularmente sobre una barra a 45 cm de su punto de apoyo?

22. 15 Un mecánico aplica a una llave de tuercas de 24 cm de longitud, una fuerza de 20 N para soltar una tuerca de una llanta.

a. ¿Qué torque realiza la fuerza?

b. Si hubiera utilizado una extensión de 10 cm para la llave, ¿qué fuerza debería aplicar para soltar la tuerca?

Capítulo 2: la energía

Trabajo, energía y potencia

El término trabajo es muy usual en la vida cotidiana, por ejemplo, cuando nos referimos a los trabajos que realizamos para nuestro desempeño académico. Sin embargo, el término trabajo tiene una connotación distinta cuando se utiliza con el significado técnico que se le atribuye en Física.

Por otra parte, cuando se dan las especificaciones de los motores o de las máquinas utilizamos el término potencia. Por ejemplo, sabemos que un automóvil puede tener mejores características si su motor desarrolla mayor potencia.

Con respecto al término energía sabemos que se obtiene a partir de diferentes fuentes y que se manifiesta de distintas formas. La energía interviene en todos los fenómenos, sin energía no podrían funcionar las máquinas, no podría haber calefacción en días fríos y tampoco podrían producirse los procesos que hacen posible la vida.

En este capítulo estudiaremos los conceptos de trabajo, potencia y energía, los cuales son importantes en la tecnología y aunque la energía se manifiesta en diferentes formas, en este capítulo haremos énfasis en la energía mecánica, la cual puede presentarse en dos formas distintas: la energía cinética y la energía potencial. También estudiaremos un principio fundamental de la naturaleza, el principio de conservación de la energía.

Trabajo

Para aproximarnos al concepto de trabajo, supongamos que una persona levanta un objeto de peso mg a lo largo de una distancia d (empleando la fuerza ejercida por una cuerda) y que, en el mismo instante, otra persona levanta un objeto cuyo peso es el doble a lo largo de la misma distancia d. Si en ambos casos los objetos suben con velocidad constante, podemos afirmar que la fuerza aplicada a cada cuerpo es de igual intensidad que el peso del cuerpo, pero opuesta.

Al comparar las dos situaciones anteriores, se puede señalar que en el primer caso se realiza la mitad del trabajo que se realiza en el segundo caso.

Del mismo modo, si ahora los dos objetos tienen el mismo peso mg, pero las distancias recorridas son *d* y *2d* respectivamente, es necesario aplicar una fuerza de igual intensidad que el peso del cuerpo, pero opuesta, si se desea conservar una velocidad constante durante el desplazamiento.

Para esta situación, en el primer caso el trabajo realizado es igual a la mitad del trabajo realizado en el segundo caso.

Para establecer alguna relación con la energía, decimos que a través de la fuerza aplicada sobre la cuerda se transfiere energía. Es decir, al realizar trabajo se produce transferencia de energía y, en consecuencia, se produce un cambio de posición del cuerpo o la deformación de uno o varios cuerpos por acción de la fuerza.

En síntesis, cuando se realiza un trabajo se transfiere energía a un cuerpo y este se desplaza o se deforma.

A partir de las situaciones consideradas podemos establecer que para realizar un trabajo es necesario ejercer fuerza sobre el cuerpo y, por efectos de dicha fuerza, se produce un desplazamiento.

Definición:

El trabajo W realizado por una fuerza F, aplicada sobre un cuerpo es igual al producto de la componente de dicha fuerza en la dirección del desplazamiento, por la norma del desplazamiento Δx (delta x).

Cuando el objeto se desplaza horizontalmente, la fuerza, F, aplicada forma un ángulo a con el desplazamiento Δx (delta x).

Si llamamos F_{paral} a la componente de la fuerza paralela al desplazamiento, a partir de la definición de trabajo tenemos que:

$$W = F_{paral} \cdot \Delta x$$

La ecuación se lee, W = F_{paral} · delta x.

$$W = F \cdot \Delta x \ \cdot \cos \alpha$$

La ecuación se lee, W = F · delta x · cos alfa.

Como el coseno de un ángulo no tiene unidades, el trabajo se mide en Newton-metro (Nm). Esta unidad de medida se denomina julio (J).

Si sobre un cuerpo se aplica una fuerza de 1 N y se produce un desplazamiento de un metro en la misma dirección de la fuerza, se realiza un trabajo de 1 julio. Aunque en la definición de trabajo están involucradas dos magnitudes vectoriales, la fuerza y el desplazamiento, el trabajo es una cantidad escalar. Para estimar qué representa un julio, consideremos que se levanta un cuerpo de masa 1 kg a una distancia de 10 centímetros con velocidad constante. En este caso, el peso del objeto es mg = 9,8 N, por tanto sobre él se debe aplicar una fuerza de 9,8 N.

Como la distancia es 0,1 m, tenemos que el trabajo realizado por la fuerza es:

$$W = 9{,}8\ N \cdot 0{,}1\ m = 0{,}98\ J$$

Esto quiere decir que al levantar un objeto de masa 1 kg, una altura de 10 cm se realiza aproximadamente un trabajo de 1 julio. Es importante tener en cuenta que se puede aplicar una fuerza sobre un objeto sin producir desplazamiento; en este caso, no se realiza trabajo sobre el objeto. Por ejemplo, cuando aplicamos una fuerza sobre una pared, aun cuando la fuerza sea muy intensa el trabajo realizado por la fuerza es igual a cero.

Ejemplo

Un objeto cuyo peso es 200 N, se desplaza 1,5 m sobre una superficie horizontal hasta detenerse. El coeficiente de rozamiento entre la superficie y el bloque es 0,1. Determinar el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.

Solución

Sobre el objeto actúan el peso del objeto, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento. La fuerza normal es igual a 200 N, puesto que en este caso esta es igual al peso del cuerpo.

La fuerza de rozamiento se calcula mediante la expresión:

$$F_r = \mu \cdot F_N = 0{,}1 \cdot 200\ N = 20\ N$$

La ecuación se lee, F_r = mu · F_N = 0,1 · 200 N = 20 N.

A partir de la definición de trabajo, tenemos:

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$$

La ecuación se lee, W = F · delta x · cos alfa.

Al remplazar y calcular:

$$\mathrm{W} = 20\ \mathrm{N} \cdot 1{,}5\ \mathrm{m} \cdot \cos 180° = -30\ \mathrm{J}$$

La ecuación se lee, W = 20 N · 1,5 m · cos 180° = −30°.

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es −30 J. Que el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento sea negativo significa que no se transfiere energía al bloque, sino que la energía se disipa por efecto de la fricción.

Fuerzas que no realizan trabajo

Ya hemos considerado el caso en el cual el trabajo realizado por una fuerza es igual a cero debido a que el desplazamiento es igual a cero. Sin embargo, en algunas ocasiones aunque el cuerpo se desplaza, puede suceder que el trabajo realizado por la fuerza es igual a cero. Por ejemplo, si las fuerzas aplicadas sobre un objeto son perpendiculares al desplazamiento, se tiene que:

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos 90° = 0$$

La ecuación se lee, W = F · delta x · con 90° = 0.

Ejemplo

Un carro se mueve por una trayectoria inclinada con la superficie. Determinar las fuerzas que realizan trabajo y las fuerzas que no realizan trabajo.

Solución

Sobre el objeto actúan la fuerza de rozamiento, el peso y la fuerza normal. En un punto en la trayectoria, el peso y el desplazamiento forman un ángulo diferente de 90°, por tanto, el peso realiza trabajo. La fuerza de rozamiento forma con el desplazamiento un ángulo de 180°, razón por la cual, su trabajo es negativo.

La fuerza normal no realiza trabajo puesto que forma un ángulo de 90° con el desplazamiento.

Trabajo realizado por la fuerza neta

Cuando sobre un cuerpo se ejerce más de una fuerza, es posible determinar el trabajo realizado por cada una de ellas y también el trabajo realizado por la fuerza neta. De esta manera, se denomina trabajo neto a la suma de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo. Para todo objeto, se cumple que el trabajo realizado por la fuerza neta es igual al trabajo neto, es decir, que si sobre un objeto actúan las fuerzas F_1, F_2 y F_3 y la fuerza neta es F_{neta}, el trabajo realizado por la fuerza neta es:

$$W_{neta} = W_{F1} + W_{F2} + W_{F3}$$

Ejemplo

Para subir una caja de 50 kg a cierta altura, un hombre utiliza como rampa un plano inclinado de 37° con respecto a la horizontal, y ejerce una fuerza de 400 N. Si el hombre desplaza la caja una distancia de 3 m y el coeficiente de rozamiento entre la caja y el plano es 0,1, determinar:

a. La fuerza neta que actúa sobre la caja.
b. El trabajo realizado por la fuerza neta.
c. El trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el objeto.
d. El trabajo neto realizado sobre la caja.

Solución

a. El peso del objeto es igual

$$mg = 50 \text{ Kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2$$

Las componentes del peso son:

$$mg_x = -mg \text{ sen } 37° = -490\text{N sen } 37° = -294 \text{ N}$$

$$mg_y = -mg \text{ Cos } 37° = -490\text{N Cos } 37° = -392 \text{ N}$$

Por tanto, para las componentes de las fuerzas expresadas en Newton se tiene que:

$$F = (400, 0)$$

$$mg = (-294, -392)$$

$$F_r = (-F_r, 0)$$

$$F_N = (0, F_N)$$

$$F_{neta} = (F_{neta}, 0)$$

Como, $F_N = 392$ N, se cumple:

$$F_r = \mu \cdot F_N = 0{,}1 \cdot 392\ N = 39{,}2\ N$$

La ecuación se lee, F_r = mu · F_N = 0,1 · 392 N = 39,2 N.

Para determinar la fuerza neta tenemos:

$$(F_{neta})^{\rightarrow} = 400 \text{ N} - 294 \text{ N} - 39{,}2 \text{ N} = 66{,}8 \text{ N}$$

La fuerza neta es 66,8 N y está dirigida hacia arriba en la dirección del plano.

b. Para determinar el trabajo realizado por la fuerza neta, se tiene:

$$W_{Fneta} = F_{neta} \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha$$

La ecuación se lee, W_{Fneta} = F_{neta} · delta x · cos alfa.

$$W_{Fneta} = 66{,}8 \text{ N} \cdot 3 \text{ m} \cdot \cos 0° = 200 \text{ J}$$

El trabajo realizado por la fuerza neta es 200 J.

c. Determinamos el trabajo realizado por cada fuerza. El trabajo realizado por la fuerza F aplicada por el hombre es:

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha$$

La ecuación se lee, W_F = F · delta x · cos alfa.

$$W_F = 400\ N \cdot 3\ m \cdot \cos 0° = 1200 \text{ J}$$

La ecuación se lee, W_F = 400 N · 3 m · cos 0° = 1200 J.

El trabajo realizado por el peso es:

$$W_{mg} = mg \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha$$

La ecuación se lee, W_{mg} = mg · delta x · cos alfa.

$$W_{mg} = 490\ N \cdot 3\ m \cdot \cos 127° = -882 \text{ J}$$

La ecuación se lee, W_{mg} = 490 N · 3 m · cos 127° = −882 J.

El trabajo realizado por la fuerza normal es igual a cero, puesto que dicha fuerza es perpendicular al desplazamiento, luego $W_{FN} = 0$.

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es:

$$W_{Fr} = F_r \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$$

La ecuación se lee, $W_{Fr} = F_r$ · delta x · cos alfa.

$$W_{Fr} = 39{,}2\ N \cdot 3\ m \cdot \cos 180° = -118\ \text{J}$$

La ecuación se lee, W_{Fr} = 39,2 N · 3 m · cos 180° = −118 J.

d. La suma de los trabajos realizados por las cuatro fuerzas es igual a:

$$W_{neto} = W_{FN} + W_{mg} + W_{Fr} + W_F$$

$$W_{neto} = 0\ J - 882\ J - 118\ J + 1200\ J = 200\ J$$

El trabajo neto es igual a 200 J, valor que coincide con el trabajo realizado por la fuerza neta que calculamos en b.

Trabajo realizado por fuerzas variables

Si sobre un cuerpo actúa una fuerza constante F paralela al desplazamiento, se tiene que el trabajo realizado por la fuerza es:

$$W = F \cdot \Delta x$$

La ecuación se lee, W = F · delta x.

Al representar gráficamente en el plano cartesiano la fuerza F en el eje vertical y la posición del objeto en el eje horizontal, se obtiene una recta como la representada en la siguiente Imagen:

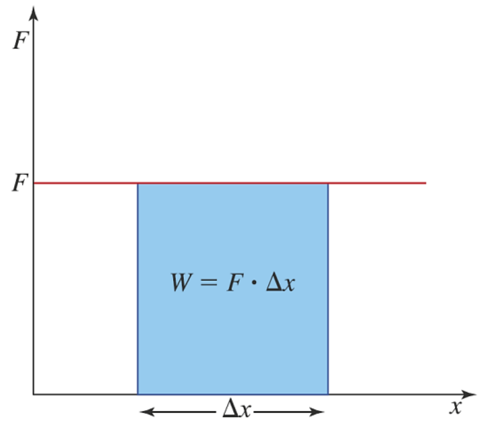

Imagen 3. *Representación gráfica del trabajo*

Descripción de la Imagen 3. Representación gráfica del trabajo. Gráfica x contra F. en el eje horizontal x hay un delta x arbitrario. En el eje vertical F constante encierra un rectángulo con área de dimensiones W=F·delta x.

Se puede observar que la expresión para el trabajo, cuando el desplazamiento del objeto es Δx (delta x) coincide con el área comprendida entre la recta y el eje horizontal. Es decir, que al representar en el plano cartesiano la fuerza en función de la posición, el área comprendida entre la gráfica y el eje horizontal, corresponde al trabajo realizado por el cuerpo.

Ahora, si sobre el objeto se aplica una fuerza paralela al desplazamiento pero variable como la que se representa en la Imagen 3 podemos considerar que la fuerza se mantiene constante a lo largo de desplazamientos muy pequeños, y para el cálculo del área, tenemos rectángulos de base mínima.

El área de estos rectángulos representa el trabajo realizado por la fuerza en cada uno de los pequeños desplazamientos y la suma de los trabajos a lo largo de los pequeños desplazamientos corresponde al trabajo total realizado.

Se puede observar para una curva diferente de x contra F que cuanto más pequeños se consideren los desplazamientos parciales, más se aproxima la suma de las áreas de los mismos al área comprendida entre la gráfica y el eje horizontal. Por tal razón, en una gráfica de la fuerza en función de la posición, siempre podemos obtener el trabajo realizado por una fuerza variable calculando el área comprendida entre la gráfica y el eje horizontal.

Un ejemplo de fuerza variable es la fuerza ejercida por un resorte de constante elástica k, al ser estirado una distancia x a partir de su posición de equilibrio, es decir, del punto en el cual no está ni estirado ni comprimido. Esta fuerza F se relaciona con el alargamiento x mediante la expresión:

$$F = k \cdot x$$

Cuando el resorte se estira lentamente es sometido a la acción de una fuerza F, que depende de los diferentes valores para x, por ende, la fuerza es variable.

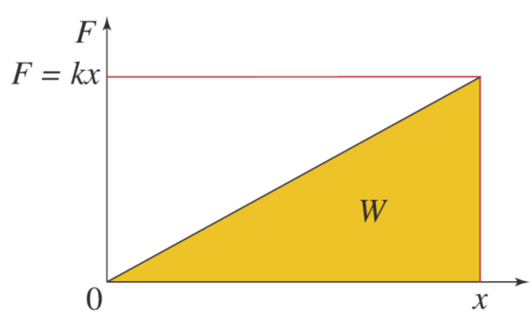

Imagen 4. *Gráfica de la fuerza aplicada sobre un resorte*

Descripción de la Imagen 4. Representación gráfica de la fuerza aplicada sobre un resorte en función de su alargamiento. Gráfica de x contra F=kx. En el eje horizontal x, desde 0 hasta x es la base de un triángulo que se eleva a una altura F=kx. El área del triángulo es W.

En la Imagen 4 se representa gráficamente la fuerza aplicada sobre un resorte en función del alargamiento del mismo, la cual es una recta con pendiente k.

El área comprendida entre dicha recta y el eje horizontal representa el trabajo realizado sobre el resorte. Como para cada valor de x, la fuerza aplicada sobre el resorte es $F = k \cdot x$, la altura del triángulo sombreado es kx y la base es x, por ende:

$$W = \tfrac{1}{2} \cdot (k \cdot x) \cdot x$$

De donde el trabajo realizado sobre el resorte cuando se alarga una distancia x con respecto a la posición de equilibrio, es:

$$W = \tfrac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$$

La energía

Los conceptos de energía y de trabajo están estrechamente relacionados. Todo cuerpo que está en capacidad de realizar un trabajo transfiere energía. Sin embargo, nos referimos a ella a través de sus diferentes manifestaciones, lo cual se relaciona con la transferencia de energía de un cuerpo a otro y su transformación.

La energía potencial gravitacional

Cuando un cuerpo se deja caer desde cierta altura con respecto al suelo, la Tierra ejerce fuerza de atracción gravitacional sobre él. Sin embargo, al caer el peso del cuerpo realiza trabajo sobre el objeto, por esta razón podemos asociar una clase de energía a un cuerpo que se encuentra a determinada altura con respecto al suelo.

Definición:

Se llama energía potencial gravitacional a la energía asociada a un objeto sometido a la fuerza, peso, y que se encuentra a determinada altura con respecto a un nivel de referencia.

Supongamos que un cuerpo de masa m se encuentra inicialmente a una altura h_1 sobre el suelo y cae libremente hasta una altura h_2, como se observa a continuación:

La fuerza que actúa sobre el cuerpo es el peso, mg, la cual además de ser constante, tiene la misma dirección del desplazamiento. Por tanto, el trabajo realizado por el peso es:

$$W_{mg} = mg \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$$

La ecuación se lee, Wmg = mg · delta x · cos alfa

$$W_{mg} = mg \cdot (h_1 - h_2) \cdot \cos 0°$$

La ecuación se lee, W_{mg} = mg · (h_1 menos h_2) · cos 0°

$$W_{mg} = mgh_1 - \ mgh_2$$

La ecuación se lee, W_{mg} = mg h_1 menos mg h_2.

Observemos que en el término derecho de la igualdad aparece el término mgh que involucra las alturas h_1 y h_2. La energía potencial gravitacional se define como:

$$E_P = m \cdot g \cdot h$$

De esta manera, para un objeto de masa m que pasa desde la altura h_1 hasta la altura h_2, expresamos el trabajo realizado por el peso como:

$$W = E_{P1} - E_{P2}$$

La energía potencial se expresa en julios, es decir, en las mismas unidades del trabajo.

Ejemplo

Un objeto de masa m se suelta en el punto P y se mueve hasta el punto Q a lo largo de dos trayectorias diferentes, como se observa en la Imagen.

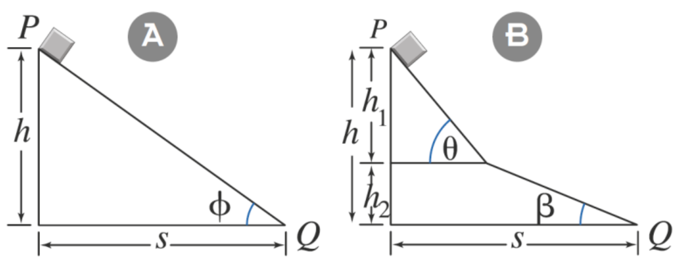

Imagen 5. ***Gráfica ejemplo energía potencial***

Descripción de la Imagen 5. Gráfica ejemplo energía potencial. Se muestran dos trayectorias A y B para una masa puesta a una altura inicial h. trayectoria A, es un plano inclinado con ángulo fi, altura h y desplazamiento horizontal s. trayectoria B, la primera parte de la trayectoria está inclinado un ángulo theta y una altura h_1, la segunda parte de la trayectoria está inclinado un ángulo beta y una altura h_2, y el desplazamiento horizontal total es s.

Determinar:

a. La energía potencial del objeto en el punto P.
b. El trabajo realizado por el peso a lo largo de la trayectoria A.
c. El trabajo realizado por el peso a lo largo de la trayectoria B.

Solución

a. Tomando como nivel de referencia la horizontal que pasa por el punto Q, la energía potencial en el punto P, es:

$$E_P = m \cdot g \cdot h$$

b. Para determinar el trabajo realizado por el peso a lo largo de la trayectoria A, se tiene que:

$$W_{mg} = mg \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha$$

La ecuación se lee, W_{mg} = mg · delta x · cos alfa.

$$W_{mg} = mg \cdot d \cdot \cos(90° - \emptyset) \;\; ; \; \alpha = \; 90° - \emptyset$$

La ecuación se lee, W_{mg} = mg · d · cos (90° menos fi), con alfa = 90° menos fi.

$$W_{mg} = mg \cdot d \cdot \mathrm{sen}(\emptyset); \;\; \cos(90° - \emptyset) = \; \mathrm{sen}(\emptyset)$$

La ecuación se lee, W_{mg} = mg · d · sen fi, con cos (90° menos fi) = sen fi.

$$W_{mg} = mg \cdot d \cdot \frac{h}{d}$$

La ecuación se lee, W_{mg} = mg · d · (h/d).

En donde tenemos:

$$\mathrm{sen}\,\emptyset = \; \frac{h}{d}$$

la ecuación se lee, sen fi = h/d.

Entonces:

$$W_{mg} = mg \cdot h$$

La ecuación se lee, W_{mg} = mg · h.

c. Para determinar el trabajo realizado por el peso a lo largo de la trayectoria B, se sigue el mismo procedimiento para cada plano y se obtiene:

$$W_{mg} = mg \cdot d_1 \cdot \cos(90 - \theta) \;\; + mg \; \cdot \; d_2 \; \cdot \cos(90° - \beta)$$

La ecuación se lee, W_{mg} = mg · d_1 · cos (90° menos theta) + mg · d_2 · cos (90° menos beta).

$$W_{mg} = mg \cdot d_1 \cdot \; \mathrm{sen}(\theta) \;\;\; + mg \; \cdot \; d_2 \; \cdot \mathrm{sen}(\beta)$$

La ecuación se lee, W_{mg} = mg · d_1 · sen theta + mg · d_2 · sen beta.

$$W_{mg} = mg \cdot d_1 \cdot \frac{h_1}{d_1} + \; mg \cdot d_2 \cdot \frac{h_2}{d_2}$$

La ecuación se lee, W_{mg} = mg · d_1 · (h_1/d_1) + mg · d_2 · (h_2/d_2)

$$W_{mg} = mg \cdot h_1 + \; mg \cdot h_2$$

La ecuación se lee, W_{mg} = mg · d_1 · h_1 + mg · d_2 · h_2

Puesto que h = h_1 + h_2, entonces:

$$W_{mg} = mg \cdot h$$

En el ejemplo anterior, se observa que el trabajo realizado por el peso no depende de la trayectoria seguida por el objeto para ir desde el punto P hasta el punto Q y que el valor de dicho trabajo coincide con la energía potencial del objeto en el punto P. Este resultado sugiere que el trabajo realizado por el peso es independiente de la trayectoria.

Se puede considerar que una trayectoria curva está formada por pequeños planos inclinados (entre más pequeños sean los planos más nos aproximamos a la curva) colocados uno a continuación del otro. Por ende, si la trayectoria es curva, el trabajo es independiente de la trayectoria.

Llamamos fuerzas conservativas a aquellas fuerzas para las cuales el trabajo realizado es independiente de la trayectoria seguida por el objeto, por tanto, el peso es una fuerza conservativa.

La energía cinética

Cuando damos un puntapié a un balón, el pie transfiere energía al balón, en general, cuando un cuerpo en movimiento choca con otro objeto, le transfiere energía. Por tal razón, podemos afirmar que el objeto en movimiento realiza trabajo sobre el otro, lo cual es equivalente a afirmar que le transfiere energía.

Definición:

Se llama energía cinética a la energía asociada a un objeto que se encuentra en movimiento.

Supongamos que sobre un cuerpo de masa m que se mueve en línea recta, se aplica una fuerza neta constante F_{neta}.

Como resultado de la fuerza aplicada, el objeto experimenta aceleración a y su velocidad cambia de un valor v_0, a un valor v. Si el desplazamiento del objeto es Δx (delta x), tenemos que el trabajo neto w_{neto} realizado por la fuerza es:

$$W_{neto} = F_{neta} \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$$

La ecuación se lee, W_{neto} = F_{neta} · delta x · cos alfa.

$$W_{neto} = m \cdot a \cdot \Delta x \cdot \cos 0°$$

La ecuación se lee, W_{neto} = m · a · delta x · cos 0°.

$$W_{neto} = m \cdot a \cdot \Delta x$$

La ecuación se lee, W_{neto} = m · a · delta x.

Por otra parte, como la velocidad que alcanza el objeto se relaciona con la aceleración y el desplazamiento mediante la expresión:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

La ecuación se lee, v al cuadrado =v_0 al cuadrado + 2 · a · delta x.

Tenemos:

$$a \cdot \Delta x = \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2}$$

La ecuación se lee, a· delta x = v cuadrado/2 menos v_0 cuadrado / 2.

Entonces:

$$W_{neto} = m \cdot \left(\frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} \right)$$

La ecuación se lee, W_{neto} = m · (v cuadrado/2 menos v_0 cuadrado / 2)

$$W_{neto} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

La ecuación se lee, W_{neto} = ½ · m v^2 menos ½ · m$v_0{}^2$.

Observemos que en el miembro derecho de esta igualdad aparece el término ½·mv^2 para dos velocidades diferentes *v_0* y *v*. Se define la energía cinética como:

$$E_c = ½ \cdot m\ v^2$$

Cuando la velocidad de un objeto cambia de v_0 a v, su energía cinética cambia de E_{c0} a E_c.

A partir de la definición de energía cinética, el trabajo neto se expresa como:

$$W_{neto} = E_{c0} - E_c$$

La relación entre el trabajo y la energía cinética se conoce como el teorema de trabajo-energía cinética: el trabajo neto realizado sobre un cuerpo es igual al cambio de energía cinética, es decir, a la diferencia entre la energía cinética final y la inicial.

Con respecto a la energía cinética se cumple que:

- La energía cinética se mide en las mismas unidades del trabajo. Esta afirmación es cierta puesto que la energía cinética es:

$$E_c = ½ \cdot m\ v^2$$

Y por ende, en el SI se expresa en:

$$\mathrm{kg} \cdot \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{J}$$

$$\mathrm{kg} \cdot (\mathrm{m/s})^2 = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s}^2 \cdot \mathrm{m} = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{J}$$

- Si el trabajo neto realizado sobre un objeto es positivo, la energía cinética del objeto aumenta; y si el trabajo neto realizado es negativo, la energía cinética del objeto disminuye.

Ejemplo

A partir del reposo, un perro hala un trineo y ejerce sobre él una fuerza constante a lo largo de los primeros 50 metros de recorrido, hasta alcanzar determinada velocidad. Si la masa del trineo es 80 kg y consideramos que no hay pérdidas de energía por efecto del rozamiento y de la resistencia del aire, calcular:

a. El trabajo realizado por el perro.
b. La energía cinética a los 50 m.
c. La velocidad del trineo en ese momento.

Solución

a. A partir de la definición de trabajo tenemos que:

$$W_{neto} = F_{neta} \cdot \Delta x = 39 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} = 1950 \text{ J}$$

La ecuación se lee, W_{neto} = F_{neta} · delta x = 39 N · 50 m = 1950 J.

b. Para determinar la energía del trineo, tenemos que la energía cinética inicial es 0, por ende:

$$W_{neto} = E_c - E_{c0}$$

Al reemplazar

$$1950 \text{ J} = E_c - 0$$

Entonces se tiene:

$$E_c = 1950 \text{ J}$$

c. Para calcular la velocidad despejamos v de la expresión para la energía cinética:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1950 \text{ J}}{80 \text{ kg}}} = 7 \text{ m/s}$$

La ecuación se lee, v = raíz cuadrada de (2 E_c / m) = raíz cuadrada de (2·1950 J/ 80 Kg) = 7 m/s.

Potencia

Para referirnos a la potencia debemos tener en cuenta el tiempo durante el cual una fuerza realiza un trabajo. Imaginemos que hay dos motores que suben una carga a lo largo de un plano inclinado, por medio de una cuerda.

El motor 1 ejerce una fuerza de 4.000 N y sube el objeto 2 metros a lo largo de la rampa, en 5 segundos, mientras que el motor 2 ejerce la misma fuerza y sube el objeto la misma distancia a lo largo de la rampa, en 10 segundos. Los dos motores realizan un trabajo de 8.000 J, sin embargo, difieren en el tiempo durante el cual realizan el trabajo. El motor 1 realiza el trabajo más rápidamente que el motor 2. La potencia es la medida de la rapidez con la cual se realiza un trabajo.

Definición:

La potencia P (P mayúscula), es la razón de cambio del trabajo W desarrollado con respecto al tiempo.

La potencia se expresa como:

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

La ecuación se lee, P mayúscula = W /delta t.

Donde W es el trabajo realizado y Δt (delta t) el tiempo empleado. La unidad de potencia en el SI es el J/s, unidad denominada vatio (W).

Si un objeto de masa 1 kg se sube verticalmente con velocidad constante una distancia de 10 cm el trabajo realizado es aproximadamente 1 J. Si desarrollamos este trabajo en 1 segundo, la potencia es 1 J/s, es decir, de 1 W. Un vatio es la potencia desarrollada cuando se realiza un trabajo de 1 J en 1 segundo.

Para el caso de los motores que suben la carga a lo largo de la rampa, se tiene que las potencias son:

Para el motor 1

$$P = (8000\ J)/(5\ s) = 1600\ W$$

Para el motor 1

$$P = (8000\ J)/(10\ s) = 800\ W$$

El motor 1 desarrolla mayor potencia que el motor 2, lo cual indica que el motor 1 realiza el trabajo con mayor rapidez que el motor 2. Cuanto más rápido se realiza un trabajo, mayor es la potencia desarrollada.

Cuando se realiza cierto trabajo sobre un objeto se le transfiere energía y, en consecuencia, la energía del objeto se incrementa. Por lo cual, el sistema que realiza el trabajo desarrolla potencia, lo cual explica un consumo de energía en la medida que la transfiere. La potencia desarrollada por un sistema que realiza un trabajo se expresa como:

$$P = E/t$$

Donde, E (E mayúscula) es la energía transferida y t es el tiempo empleado en la realización del trabajo.

Ejemplo

La grúa utilizada en una construcción eleva con velocidad constante una carga de 200 kg, desde el suelo hasta una altura de 10 m, en 30 segundos. Determinar:

a. El incremento en la energía potencial del cuerpo.
b. El trabajo realizado sobre la carga.
c. La potencia desarrollada por la grúa.

Solución

a. Para determinar el incremento de la energía potencial de la carga con respecto al suelo, tenemos:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 200 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m} = 19600 \text{ J}$$

b. Puesto que la grúa sube la carga con velocidad constante, la fuerza aplicada sobre ella debe ser igual a:

$$mg = 200 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 1.960 \text{ N}$$

Por lo cual, el trabajo realizado sobre la carga es:

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos 0° = 1.960\, N \cdot 10\, m = 19.600\, J$$

La ecuación se lee, W = F · delta x ·cos 0° = 1960 N · 10 m = 19600 J.

El trabajo realizado por la grúa es igual al incremento en la energía potencial.

c. La potencia desarrollada por la grúa es:

$$P = W/t = 19.600\text{J}/(30 \text{ s}) = 653\text{W}$$

Otras unidades de potencia

El valor de la potencia que desarrollan algunas máquinas es del orden de los cientos de miles de vatios, por esta razón, es usual expresar la potencia en otras unidades como el caballo de potencia (1 HP = 746 W) o el kilovatio (1 kW = 1.000 W). A partir de la ecuación P = E/t se tiene que:

$$E = P \cdot t$$

Cuando la potencia se expresa en kilovatios y el tiempo en horas, la energía se expresa en kilovatio-hora (kW-h). Un kilovatio-hora es el trabajo que realiza durante una hora de funcionamiento, una máquina que desarrolla una potencia de un kilovatio. La empresa de energía mide la energía que consumimos en kW-h. Para determinar la equivalencia de 1 kW-h en julios tenemos que:

$$1 \text{ kW-h} = 1.000 \text{ W} \cdot 1 \text{ h}$$

Por tanto:

$$1 \text{ kW-h} = 1.000 \text{ J/s} \cdot 3.600\text{s} = 3{,}6 \times 10^{6} \text{ J}$$

Ejemplo

Una lavadora permanece en funcionamiento durante 25 minutos. Si la potencia que consume es de 2.000 W y la empresa de energía cobra el kW-h a $295, determinar:

a. La energía consumida por la lavadora en kW-h.
b. El costo de mantener la lavadora en funcionamiento durante los 25 minutos.

Solución

a. Para determinar la energía consumida por la lavadora tenemos:

$$E = P \cdot t = 2kW \cdot 25/60\ h = 0{,}83\ kW$$

b. El costo del funcionamiento durante los 25 minutos es el producto de 0,83 kW-h por el valor del kW-h, cuyo resultado es \$245.

La potencia automotriz

En la información que se proporciona acerca de los automóviles se incluye su potencia, cuyo valor se expresa en caballos de potencia. También se incluye en la información la relación peso/potencia, que se expresa en kg/HP, lo cual indica la cantidad de kilogramos que se deben mover por cada caballo de potencia con el carro vacío.

Podemos establecer una relación entre la potencia y la velocidad media. Puesto que el trabajo efectuado por una fuerza paralela al desplazamiento es:

$$W = F \cdot \Delta x$$

La ecuación se lee, W = F · delta x.

Y la potencia es $P = W/\Delta t$, tenemos que:

$$P = F\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

La ecuación se lee, P = F· (delta x / delta t)

Como $v = \Delta x/\Delta t$, entonces:

$$P = F \cdot v$$

Ejemplo

Un vehículo circula por una carretera a velocidad constante de 36 km/h. Si la potencia desarrollada por el motor es de 70 HP, determinar la fuerza desarrollada por el motor.

Solución

Para determinar la fuerza, expresamos los 70 HP en vatios.

$$70 \text{ HP} = 70\text{HP} \cdot 746\text{W} / 1\text{HP} = 5{,}2\times10^{4} \text{ W}$$

Ahora convertimos las unidades de la velocidad:

$$36 \text{ km/h} \cdot 1.000\text{m}/1\text{km} \cdot 1\text{h}/3.600\text{s} = 10\text{m/s}$$

A partir de:

$$F = P/v = (5{,}2\times10^{4} \text{ W})/(10 \text{ m/s}) = 5.220\text{N}$$

La fuerza ejercida por el motor a una velocidad media de 36 km/h es 5.220 N.

Ejemplo

Un automóvil, cuya masa es 926 kg y cuya potencia es 92 HP, desarrolla una velocidad media de 72 km/h.

Determinar:

a. La relación peso/potencia.
b. La fuerza que se ejerce sobre el automóvil.

Solución

a. La relación peso/potencia es:

$$926 \text{ kg}/99 \text{ HP} = 9{,}4 \text{ kg/HP}$$

Lo cual significa que por cada caballo de potencia se deben mover 9,4 kg. b. Para determinar la fuerza, expresamos los 99 HP en vatios.

$$99HP = 99HP \cdot \frac{746W}{1HP} = 7{,}4 \cdot 10^4 W$$

Como 72 km/h equivalen a 20 m/s se tiene:

$$P = F \cdot v$$

Al reemplazar:

$$7{,}4\times10^{4} \text{ W} = F \cdot 20 \text{ m/s}$$

Al despejar F y calcular:

$$F = 3.700 \text{ N}$$

La fuerza necesaria para que el automóvil desarrolle una velocidad media de 72 km/h es 3.700 N.

Conservación de la energía

Conservación de la energía mecánica

Un péndulo simple consiste en una esfera que se ata a una cuerda y describe un movimiento de vaivén alrededor de una posición llamada posición de equilibrio (punto B). Consideremos que en la posición A y en la posición B la esfera se encuentra en movimiento, por lo cual llamaremos E_{CA} y E_{CB} a la energía cinética en las posiciones A y B, respectivamente. Por otra parte, en las posiciones A y B la esfera se encuentra a determinada altura con respecto al nivel de referencia elegido, por tanto le asignamos energías potencial E_{PA} y E_{PB}, respectivamente.

Cuando la esfera se desplaza desde la posición A hasta la posición B, el trabajo neto realizado sobre la esfera de acuerdo con el teorema de trabajo-energía cinética es:

$$W_{neto} = E_{cB} - E_{cA}$$

Si no consideramos la resistencia que ofrece el aire, entonces sobre la esfera actúan dos fuerzas, la tensión de la cuerda y el peso de la esfera. Puesto que la tensión es perpendicular a la dirección del desplazamiento en todos los puntos de la trayectoria, la única fuerza que realiza trabajo sobre la esfera es su peso. Por tanto, el trabajo neto es igual al trabajo realizado por el peso, de donde:

$$W_{mg} = E_{cB} - E_{cA}$$

Por otra parte, como el peso es una fuerza conservativa, el trabajo realizado por él es independiente de la trayectoria seguida por la esfera para ir desde el punto A hasta el punto B. Entonces, tenemos, que el trabajo realizado por el peso cuando la esfera se mueve desde el punto A hasta el punto B se expresa como:

$$W_{mg} = E_{PB} - E_{PA}$$

Al igualar las dos expresiones para el trabajo realizado por el peso, tenemos:

$$E_{cB} - E_{cA} = E_{PB} - E_{PA}$$

De donde:

$$E_{PA} + E_{cA} = E_{PB} + E_{cB}$$

Llamamos energía mecánica de un objeto en cada instante a la suma de la energía potencial y de la energía cinética en dicho instante. Por tanto, de la expresión anterior se obtiene:

$$E_{ma} = E_{mb}$$

De acuerdo con esta deducción, enunciamos el principio de conservación de la energía mecánica en los siguientes términos: Durante un proceso experimentado por un cuerpo sobre el cual actúan solo fuerzas conservativas, la energía mecánica permanece constante.

Ejemplo

Una esfera de masa 0,20 kg sale disparada desde el borde inferior de una rampa con velocidad de 5,0 m/s y desde una altura de 1,20 m sobre el suelo. Si se desprecia la resistencia del aire, determinar:

a. La energía mecánica en el punto A (más alto).
b. La energía cinética, cuando la altura con respecto al suelo es 0,60 m. c. La velocidad de la esfera, cuando la altura con respecto al suelo es 0,60 m.

Solución

a. En el punto A para los valores de la energía cinética y potencial tenemos:

$$E_{CA} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Reemplazando:

$$E_{CA} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \text{ kg} \cdot (5 \text{ m/s})^2 = 2{,}5 \text{ J}$$

Ahora:

$$E_{PA} = m \cdot g \cdot h_A$$

$$E_{PA} = 0{,}20 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 1{,}20 \text{ m} = 2{,}4 \text{ J}$$

Por ende, la energía mecánica en el punto A es:

$$E_{mA} = E_{CA} + E_{PA} = 2{,}5 \text{ J} + 2{,}4 \text{ J} = 4{,}9 \text{ J}$$

La energía mecánica en el punto A es 4,9 J.

b. En el punto D, a una altura de 0,6 m la energía potencial es:

$$E_{PD} = m \cdot g \cdot h_d$$

$$E_{PD} = 0{,}20\text{kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 0{,}60 \text{ m} = 1{,}2 \text{ J}$$

Puesto que se desprecia la resistencia del aire, la única fuerza que actúa sobre la esfera entre los puntos A y D es el peso, por tanto, la energía mecánica se conserva, es decir:

$$E_{mA} = E_{mD}$$

Al remplazar:

$$4{,}9 \text{ J} = E_{CD} + E_{PD}$$

$$4{,}9 \text{ J} = E_{CD} + 1{,}2 \text{ J}$$

Despejando y calculando:

$$E_{CD} = 3{,}7 \text{ J}$$

La energía cinética en el punto D es 3,7 J, lo cual muestra que la energía cinética aumentó en 1,2 J y en consecuencia la energía potencial disminuyó en la misma cantidad.

c. Puesto que la energía cinética en el punto D es 3,7 J, tenemos:

$$E_{C_D} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_D^2$$

La ecuación se lee, E_{cD} = ½ · m · v_D cuadrado.

$$3{,}7\ J = \frac{1}{2} \cdot 0{,}2\ kg \cdot v_D^2$$

La ecuación se lee, 3,7 J = ½ · 0,2 Kg · v_D cuadrado.

Al calcular:

$$v_D = 6{,}1\ m/s$$

La velocidad en el punto D es 6,1 m/s.

Las fuerzas no conservativas

En el apartado anterior consideramos situaciones en las cuales las fuerzas que realizan trabajo son fuerzas conservativas, por ende, no consideramos la fuerza de rozamiento. Sin embargo, en las situaciones reales, es inevitable que la fuerza de rozamiento actúe sobre los cuerpos. Como lo hemos estudiado, el trabajo de la fuerza de rozamiento es negativo, lo cual significa que la energía mecánica de los objetos disminuye y se manifiesta en forma de calor, como lo experimentamos cuando frotamos los dedos contra una superficie. Debido a esta disminución de la energía mecánica, la fuerza de rozamiento se considera una fuerza disipativa.

Además de la fuerza de rozamiento, cuyo trabajo, por lo general, depende de la trayectoria, sobre un objeto pueden actuar otras fuerzas no conservativas. El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas, notado por $W_{F\ no\ cons}$ (W sub $_{F\ no\ cons}$), afecta la energía mecánica de un objeto. Por tanto,

$$E_{mA} + W_{F\ no\ cons} = E_{mB}$$

El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas depende de la trayectoria. Cuando la fuerza es disipativa, su trabajo es negativo y la energía mecánica disminuye, mientras que, si el trabajo realizado por las fuerzas conservativas es positivo, la energía mecánica aumenta.

Ejemplo

Para subir un carro de 40 kg, un hombre aplica una fuerza F y utiliza como rampa un plano inclinado 37° con respecto a la horizontal, de tal manera que el carro sube con velocidad constante de 2,0 m/s. Si se desprecia el rozamiento, determinar:

a. La energía mecánica en el punto A que se encuentra en la base del plano.
b. La energía mecánica en el punto B que se encuentra a 0,50 metros de altura sobre el piso.
c. El trabajo realizado por la fuerza F que ejerce el hombre.

Solución

a. Para el punto A se tiene:

$$E_{CA} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = \frac{1}{2} \cdot 40\ kg \cdot (2{,}0 m/s)^2 = 80\ \ J$$

$$E_{PD} = m \cdot g \cdot h_d$$

Por tanto, la energía mecánica en el punto A es

$$E_{mA} = E_{CA} + E_{PA} = 80\ J + 0\ J = 80\ J$$

b. Para el punto B se tiene:

$$E_{CB} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = \frac{1}{2} \cdot 40\ kg \cdot (2{,}0 m/s)^2 = 80\ J$$

$$E_{PB} = m \cdot g \cdot h_B = 40\ kg \cdot (9{,}8\ m/s^2) \cdot 0{,}50\ m = 196\ J$$

Por ende, la energía mecánica en el punto B es:

$$E_{mB} = E_{CB} + E_{PB} = 80\ J + 196\ J = 276\ J$$

c. Puesto que:

$$E_{mA} + W_F = E_{mB}$$

$$W_F = E_{mB} - E_{mA} = 276\ J - 80\ J = 196\ J$$

Como la velocidad es constante, el trabajo realizado por la fuerza F es igual al aumento de la energía potencial.

Energía potencial elástica

Imaginemos el modelo de una pequeña catapulta hecha con una cuchara y un resorte. Cuando se baja la cuchara para comprimir el resorte y luego se suelta, se le transmite movimiento a la pelota. Si se comprime el resorte se aplica una fuerza y esta produce un desplazamiento, por ende, realiza un trabajo. En el momento en que la cuchara se suelta, el resorte transfiere energía a la pelota, lo cual implica que al resorte se le puede asociar una forma de energía, llamada energía potencial elástica, que en este ejemplo se transforma en energía cinética. La fuerza variable aplicada por un resorte realiza un trabajo cuando se produce un desplazamiento x y este trabajo, como lo estudiamos en el tema anterior se expresa como:

$$W = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$$

Esto sugiere que la energía potencial elástica se determina como:

$$E_P = ½ \cdot k \cdot x^2$$

Donde x es la distancia que el resorte se estira o se comprime y k es la constante elástica del resorte.

Ahora, como la energía potencial de un objeto puede ser gravitacional cuando se relaciona con el trabajo que realiza el peso o elástica cuando se relaciona con el trabajo realizado por la fuerza que ejerce un resorte, cuando expresamos la energía mecánica como:

$$E_m = E_c + E_P$$

Debemos tener en cuenta que la energía potencial es la suma de la energía potencial gravitacional y la energía potencial elástica y que la fuerza ejercida por un resorte es conservativa porque solo depende de los estados inicial y final del resorte.

Ejemplo

Una esfera de masa 5,0 kg se suelta desde una altura de 2 m. Si al chocar con un resorte que se encuentra en la posición de equilibrio, este experimenta una compresión máxima de 0,50 m, determinar la constante elástica del resorte.

Solución

Calculamos la energía mecánica en el punto A donde se suelta la esfera, E_{mA}.

Como el cuerpo se suelta, su velocidad en el punto A es cero, por ende,

$$E_{CA} = ½ \cdot m \cdot v_A^2 = 0$$

$$E_{CA} = m \cdot g \cdot h_A = 5{,}0 \text{ Kg} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 \cdot 2{,}5 \text{ m} = 122 \text{ J}$$

De donde, la energía mecánica en el punto A es:

$$E_{mA} = E_{CA} + E_{PA} = 0\ J + 122\ J = 122\ J$$

Encontramos una expresión para la energía mecánica en el punto B, E_{mA}. En la máxima compresión del resorte, la esfera está detenida, por tanto,

$$E_{CB} = ½ \cdot m \cdot v_B^2 = 0\ J$$

$$E_{PB} = m \cdot g \cdot h_B + E_{CA} = ½ \cdot k \cdot x^2$$

$$E_{PB} = 5{,}0\ Kg \cdot 9.8\ m/s^2 \cdot 0\ m + ½ \cdot k \cdot (0{,}5\ m)^2$$

$$E_{PB} = ½ \cdot k \cdot (0{,}5\ m)^2$$

Luego, la energía mecánica en el punto B es:

$$E_{mB} = E_{CB} + E_{PB} = 0\ J + ½ \cdot k \cdot (0{,}5\ m)^2 = ½ \cdot k \cdot (0{,}5\ m)^2$$

En consecuencia, al remplazar:

$$E_{mA} = E_{mB}$$

Al despejar k:

$$k = 976\ N/m$$

La constante elástica del resorte es 976 N/m.

La energía en las colisiones

Las colisiones se interpretan mediante la aplicación del principio de conservación de la cantidad de movimiento debido al intercambio de este que se produce en ellas. También en las colisiones se produce transferencia de energía y si la energía se conserva o no, podemos clasificarlas en colisiones elásticas y colisiones inelásticas. En una colisión elástica, la energía cinética se conserva, lo cual significa que hay un intercambio entre los cuerpos que interactúan, y en estos, no se producen deformaciones ni calentamientos. Este tipo de colisión es un modelo usual a nivel microscópico. Por ejemplo, es posible considerar que en un gas ideal las moléculas se desplazan a grandes velocidades, produciendo colisiones en las que no se genera pérdida en la energía total de las moléculas. A diferencia de las colisiones elásticas, en una colisión inelástica parte de la energía cinética inicial de los cuerpos, se pierde parcial o totalmente en deformaciones y calentamientos, como ocurre en el caso de una colisión automovilística. En general, las colisiones que se producen en la naturaleza son inelásticas porque es inevitable que parte de la energía se disipe.

Ejemplo

Una esfera de masa 0,2 kg que se mueve con velocidad de 1 m/s choca con una esfera de masa 0,3 kg que se encuentra en reposo. Si después de la colisión la esfera de masa 0,2 kg se mueve en dirección contraria a su dirección inicial con velocidad de 0,2 m/s.

a. Calcular la velocidad de la esfera de 0,3 kg después de la colisión.
b. Determinar si la colisión es elástica.

Solución

a. Para determinar la velocidad de la esfera de masa 0,3 kg después de la colisión, aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento.

$$p_{antes} = p_{despúes}$$

$$m_A \cdot v_{A\ \text{antes}} + m_B \cdot v_{B\ \text{antes}} = m_A \cdot v_{A\ \text{después}} + m_B \cdot v_{B\ \text{después}}$$

$$0,2\ \text{kg} \cdot 1\ \text{m/s} + 0,3\ \text{kg} \cdot 0\text{m/s} = 0,2\ \text{kg} \cdot (-0,2\ \text{m/s}) + 0,3\text{kg} \cdot v_{B\ \text{después}}$$

$$0,2\ \text{m/s} = -0,04\ \text{m/s} + 0,3\text{kg} \cdot v_{B\ \text{después}}$$

$$v_{B\ \text{después}} = 0,8\ \text{m/s}$$

La velocidad de la esfera de 0,3 kg después de la colisión es 0,8 m/s.

b. Para determinar si la colisión es elástica, determinamos si la energía cinética se conserva, es decir, si la energía cinética antes de la colisión es igual a la energía cinética después de la colisión.

$$E_{C\ \text{antes}} = ½ \cdot m_A \cdot v_A{}^2{}_{\text{antes}} + ½ \cdot m_B \cdot v_B{}^2{}_{\text{antes}}$$

$$E_{C\ \text{antes}} = ½ \cdot 0,2\ \text{Kg} \cdot (1\ \text{m/s})^2 + ½ \cdot 0,3\ \text{Kg} \cdot (0\ \text{m/s})^2 = 0,1\ \text{J}$$

$$E_{C\ \text{después}} = ½ \cdot m_A \cdot v_A{}^2{}_{\text{después}} + ½ \cdot m_B \cdot v_B{}^2{}_{\text{después}}$$

$$E_{C\ \text{después}} = ½ \cdot 0,2\ \text{Kg} \cdot (-0,2\ \text{m/s})^2 + ½ \cdot 0,3\ \text{Kg} \cdot (0,8\ \text{m/s})^2 = 0,1\ \text{J}$$

La colisión es elástica porque la energía cinética se conserva.

La conservación de la energía

Fuentes de energía

Las fuentes de energía son sistemas naturales que transfieren energía para realizar trabajo. La mayoría de las fuentes de energía de las que disponemos proviene del Sol. Por ejemplo, las plantas para su desarrollo utilizan la energía que proviene del Sol con el fin de producir su alimento y crecer. Así mismo, a partir del proceso de fosilización de las plantas, el cual se toma muchos años, se producen recursos energéticos como el carbón.

De acuerdo con la tasa de utilización con relación a su ritmo de formación, las fuentes de energía se clasifican en renovables y no renovables. Por ejemplo, el Sol es una fuente de energía renovable, pues se considera que durará más tiempo que la especie humana. En cambio, los combustibles fósiles son fuentes de energía no renovables porque la rapidez con la cual se consumen tales productos es bastante mayor que su ritmo de formación.

A través de la historia, se han utilizado algunas fuentes de energía conocidas como convencionales entre las cuales se encuentran aquellas fuentes no renovables.

Dado que cada día que pasa se adquiere conciencia acerca del posible agotamiento de las energías no renovables, se han empezado a explorar algunas fuentes de energía conocidas como no convencionales o fuentes de energía alternativa.

Energías alternativas

Energía solar. La fuente de esta energía es el Sol y, dada su naturaleza de energía renovable, existe una tendencia universal por diseñar centrales solares.

Energía de la biomasa. La fuente de esta energía es la materia orgánica, de origen vegetal o animal y los materiales obtenidos en la transformación natural o artificial de la materia orgánica. Por ejemplo, el estiércol se utiliza para producir gas o el heno para obtener alcohol.

La energía eólica. La fuente de energía eólica es el viento, que se encarga de poner en movimiento generadores de otros tipos de energía. Dado que requiere del viento, las regiones costeras son sitios apropiados para su implementación.

Energía geotérmica. Esta energía se fundamenta en las altas temperaturas que se producen en el interior de la Tierra, por ejemplo, en algunas regiones se consigue agua en ebullición cerca de la superficie del planeta, lo cual sugiere que se podría emplear para producir movimiento a unas turbinas que generan otros tipos de energía.

Energía mareomotriz. El agua del mar en su movimiento producido por las mareas es una fuente de energía que se puede utilizar para accionar turbinas y así generar otros tipos de energía.

El principio de conservación de la energía

Un principio general de la naturaleza se conoce como el principio de conservación de la energía:

La energía no se crea ni se destruye. En todos los sistemas la energía se transforma o se transfiere con la condición de que la energía total del sistema permanezca constante.

Por ejemplo, la energía eléctrica obtenida en las centrales hidroeléctricas se transforma en energía térmica con el funcionamiento de las estufas, en energía lumínica en las bombillas, en energía mecánica en los motores, etc. La corriente eléctrica que se conduce desde las centrales eléctricas hasta nuestras casas es portadora de energía, pues pone en funcionamiento los electrodomésticos, modifica la temperatura, produce luz, sonido, etc.

La energía nuclear asociada a los núcleos de los elementos químicos se aprovecha en las centrales nucleares. El fundamento de este tipo de energía se encuentra en la teoría propuesta por Albert Einstein, quien a través de la ecuación $E=m\cdot c^2$ estableció una relación entre materia y energía, de tal forma que la masa se puede convertir en energía y viceversa. Es decir, que a la luz de esta teoría, la masa-energía de un sistema se conserva.

De esta manera, la conservación de la energía se aplica a una enorme gama de fenómenos en los cuales están involucrados diversos tipos de energía. Sin importar qué tipo de transformación ocurra, siempre se cumple que la cantidad total de energía de un sistema específico y sus alrededores permanece constante. Es el caso de un sistema conformado por dos bloques, uno de los cuales está provisto de un resorte, que se dirigen uno hacia el otro y chocan. Como consecuencia del impacto, la energía que inicialmente es cinética se transforma en energía potencial elástica y en calor.

Desarrolla tus competencias

1. Dos personas suben hasta una altura de 4 m con respecto al piso, por una escalera. Una coloca la escalera formando un ángulo con el piso, y la otra totalmente vertical. ¿Cuál de las dos personas realiza mayor trabajo?
2. Desde la terraza de un edificio se deja caer un globo lleno de agua, si no se tiene en cuenta la fricción con el aire, ¿cómo se transforma la energía del globo desde el momento en el que se suelta hasta el momento en el que toca el suelo? ¿En qué cambiaría tu respuesta si se tiene en cuenta la fricción con el aire?
3. ¿Qué influencia tiene en la producción de energía de una central eólica, la velocidad a la que viaja el viento que hace girar las hélices? Justifica tu respuesta.
4. Una pelota de masa *m* se deja caer libremente desde una altura *h*. La gráfica representa la variación la energía cinética en función de la altura. Representa en el mismo plano cartesiano la energía potencial y la energía mecánica.

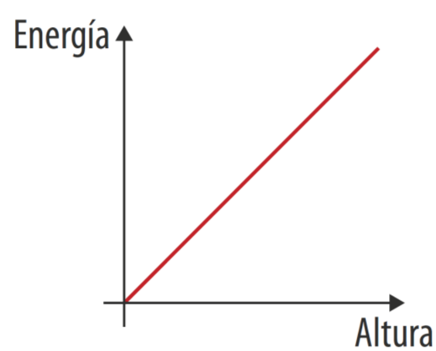

Imagen 6. ***Energía potencial y mecánica***

Descripción de la Imagen 6. Energía potencial y mecánica. Gráfica de altura contra energía muestra una recta con pendiente constante desde el origen.

5. ¿Por qué la fuerza centrípeta que actúa sobre un yoyó cuando se hace girar no realiza trabajo?

6. ¿Las máquinas simples como las poleas, palancas y el plano inclinado sirven para ahorrar trabajo? ¿Por qué?

7. ¿Cuál es la fuente de energía cuando un atleta practica salto con garrocha? ¿Cómo son las transformaciones de energía en el movimiento del atleta?

8. El ascensor de un edificio sube desde el primer piso hasta el séptimo con velocidad constante.

a. ¿Qué variaciones tiene la energía cinética mientras se está moviendo?

b. ¿Se conserva la energía mecánica? ¿Por qué?

9. Desde el punto de la conservación de la energía, ¿por qué la mayoría de los caminos que llevan a la cima de una montaña no son en línea recta?

10. ¿Qué implicaciones tiene este hecho a nivel de la potencia consumida por el motor?

11. Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.

a. Una fuerza es conservativa si su energía mecánica es constante.

b. La energía mecánica es la suma de las energías cinética y radiante.

c. El carbón es un recurso energético renovable.

d. La energía eólica es una fuente de energía alternativa.

e. Es posible crear energía a través de las energías alternativas.

12. Un resorte se sujeta verticalmente y se pone a oscilar. El punto en el cual su energía cinética es la máxima es:

a. en su máxima elongación, el punto más bajo.

b. el punto de equilibrio, punto medio.

c. su máxima compresión, punto más alto.
d. en cualquier punto, pues su energía cinética es constante.

13. La fuente de energía que se encuentra en la materia orgánica, de origen vegetal o animal y en los materiales obtenidos a partir de su transformación, recibe el nombre de:

a. biomasa.
b. geotérmica.
c. mareomotriz.
d. solar.

Actividades

1. Una fuerza aplicada sobre un cuerpo no realiza trabajo cuando el ángulo que forma con el desplazamiento es:

a. 180°

b. 90°

c. 0°

d. 30°

2. Un automóvil se mueve con velocidad constante por una carretera recta. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

a. No se realiza trabajo alguno sobre el carro.

b. La fuerza de rozamiento realiza trabajo.

c. La fuerza normal no realiza trabajo.

d. El auto solo tienen energía cinética.

3. ¿Por qué la energía asociada a un resorte es potencial?

4. ¿Es posible que la energía cinética de un cuerpo sea negativa? Justifica tu respuesta.

5. Un tren que viaja a una velocidad v_1 tiene una energía cinética E_{c1}. Si reduce su velocidad a la tercera parte, su energía cinética será:

a. $E_c = 3\ E_{c1}$

b. $E_c = E_{c1}/9$

c. $E_c = E_{c1}/6$

d. $E_c = E_{c1}/3$

6. En una presentación de porras dos deportistas, uno de 1,8 m y otro de 1,6 m, deben levantar cada uno a su compañera hasta la altura de su cabeza. Si las dos porristas tienen la misma masa, ¿cuál de los dos deportistas realiza mayor trabajo? Explica tu respuesta.

7. En una construcción se deja caer un ladrillo y un bloque pequeño, que tiene la mitad de la masa del ladrillo. Si el ladrillo cae desde el piso 4 y el bloque desde el piso 8, ¿cuál de los dos puede causar más daño al caer? Explica tu respuesta.

8. Dos automóviles iguales deben recorrer la misma distancia, pero uno viaja por una carretera plana y el otro por un camino que tiene una inclinación de 20° con respecto a la horizontal. ¿En cuál de los dos casos se realiza mayor trabajo?

9. En una casa que se está pintando dos obreros suben cada uno una caneca de pintura, desde el primer piso hasta el segundo. Si uno la sube por las escaleras y el otro por el frente de la casa mediante una polea, ¿realizan los dos el mismo trabajo? ¿Por qué?

10. Una persona se para en uno de los escalones de una escalera eléctrica y permanece allí, mientras la escalera asciende. ¿Realiza trabajo la persona? ¿Por qué?

11. Dos estudiantes en la clase de física tienen una discusión, uno afirma que se realiza más trabajo cuando se elonga un resorte una distancia x y el otro que cuando se comprime esa misma distancia. ¿Cuál de los dos tiene la razón? ¿Por qué?

12. Un balón de masa m, rueda por el suelo con una velocidad v_0 hasta detenerse.

a. ¿Qué fuerza realiza trabajo?

b. ¿Cuál sería la expresión para calcular el trabajo realizado sobre la pelota?

13. Plantea una situación en la cual la energía cinética de un cuerpo se transforme en energía potencial y otra en la cual la energía cinética se transforme en calor.

14. ¿Por qué cuando se enciende una bombilla esta se calienta?

15. ¿Qué consume más combustible, un auto pequeño o un camión de acarreos? ¿Por qué?

16. ¿Es posible estirar un resorte ilimitadamente? ¿Por qué?

17. ¿Por qué la red de seguridad que se utiliza en los circos bajo los trapecios, debe quedar poco tensada?

18. Es posible que cuando una pelota, que se ha lanzado contra el suelo, rebote, alcance una altura mayor a aquella de la que fue lanzada? ¿Por qué?

19. Desde lo alto de un plano inclinado sin fricción se deja rodar una esfera de masa m. Si el plano tiene una altura h, la velocidad que alcanza la esfera depende de:

a. la masa de la esfera.

b. la altura del plano.

c. el ángulo de inclinación del plano.

d. la masa de la esfera y la altura del plano.

20. Un bloque de masa *m* que se mueve con una rapidez *v,* choca contra un resorte sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Si se aumenta la rapidez del bloque, ¿qué variación tiene la compresión del resorte?

Problemas

1. Un panadero lleva horizontalmente una lata con pan de 6 kg de masa y recorre una distancia de 2,5 m. Luego, la ubica en el horno en la parte superior a una altura de 50 cm. ¿Qué trabajo realizó el panadero?
2. Un obrero en una construcción levanta un bulto de cemento de 25 kg desde el suelo hasta una altura de 1,8 m. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de gravedad?
3. Un niño lanza su pelota de 500 g de masa verticalmente hacia arriba. Si alcanza una altura de 2,6 m, con respecto al punto donde fue lanzada, ¿cuánto trabajo realiza la fuerza de gravedad sobre la pelota?
4. Dos niños juegan con una banda elástica halándola entre los dos hasta estirarla 45 cm. Si la banda tiene una constante de elasticidad de 60 N/m, ¿cuánto trabajo realizan sobre la banda?
5. Un joven en un supermercado realiza un trabajo de 55 J, al pasar una caja de 3,5 kg, horizontalmente, de un estante a otro que se encuentran separados entre sí 2,2 m. ¿Qué aceleración experimenta la caja?
6. Un hombre empuja 5 m una caja, aplicándole una fuerza horizontal de 45 N. Si la fuerza de rozamiento entre la caja y la superficie es 20 N, ¿cuánto vale el trabajo neto sobre la caja? ¿Cuál es la energía cinética de un automóvil que se mueve por una camino recto a una rapidez constante de 45 km/h?
7. Un equilibrista lanza un bolo de 100 g de masa hacia arriba con una velocidad de 12 m/s. ¿Cuál es el valor de la energía cinética en el

momento del lanzamiento? ¿Cuándo su energía mecánica será solo potencial? ¿cuál será el valor de la energía potencial gravitacional máxima?

8. Un niño levanta su camión de madera de 3,5 kg desde el suelo hasta una altura de 1 m.

   a. ¿Cuánto vale su energía potencial en el suelo?
   b. ¿Cuál es la energía potencial gravitacional máxima?
   c. ¿Qué velocidad lleva el camión cuando se encuentra a 50 cm del suelo?
   d. ¿Cuánto vale la energía mecánica cuando se encuentra a 30 cm del suelo?

9. Una pelota es golpeada con una raqueta, verticalmente hacia arriba, y sube 4 m alcanzando una energía potencial de 22,5 J.

   a. ¿Qué masa tiene la pelota?
   b. ¿Con qué velocidad fue lanzada?

10. La propaganda de un automóvil de 1.250 kg de masa afirma que tiene una potencia que le permite pasar de una velocidad inicial de 0 km/h a una de 90 km/h en un tiempo de 4,5 segundos. ¿Qué potencia desarrolla el motor en HP?

11. Un helicóptero de 1.600 kg de masa vuela a una altura de 1.800 m y se mueve a una velocidad de 300 km/h.

   a. ¿Cuánto vale su energía potencial?
   b. ¿Cuál es el valor de su energía cinética?

12. En un ascensor de 1.950 kg de masa, viajan tres personas de 55 kg cada una. Si sube del primer al quinto piso en 18 s y cada piso tiene 3 m de alto:

   a. ¿cuál es el incremento en su energía potencial cuando llega al quinto piso?
   b. ¿qué trabajo realiza el motor del ascensor y cuál es su potencia?

13. Un montacargas en un viaje sube 10 cajas de 40 kg cada una, desde el suelo hasta una altura de 3 m. Si emplea 1,5 h en subir 800 cajas, ¿cuál es la potencia desarrollada por el montacargas para subir las 800 cajas?

14. En el desfile de independencia, un padre sube a su hijo de 4 años sobre sus hombros. Si el niño tiene una masa de 18 kg y su padre tarda 3 s en subirlo una altura de 1,6 m, ¿cuánto trabajo realiza el padre sobre el niño? ¿Qué potencia desarrolla el padre?

15. En la estación, un bombero de 68 kg de masa al escuchar la sirena de emergencia, baja por el tubo que tiene 4 m de longitud hasta el piso donde se encuentra el carro de bomberos, empleando 5 segundos. ¿Qué trabajo realiza? ¿Qué potencia desarrolla hasta llegar al suelo?

16. Un profesor de educación física lleva para su clase 15 balones de voleibol de 270 g cada uno, en una bolsa. Si baja del salón de profesores hasta el patio 6 m en 40 s, ¿cuál es el peso de la bolsa con los balones? ¿Qué trabajo realiza el profesor sobre la bolsa? ¿Qué potencia emplea el profesor?

17. En un apartamento en promedio, diariamente, se tienen encendidos 5 bombillos de 60 W durante 5 h, un televisor de 250 W durante 8 h, un microondas de 500 W durante 45 min y una plancha de 1.000 W por 20 min. Si el kW-h consumido cuesta $331,39, ¿cuál es el valor de la energía consumida al mes?

18. Un niño lanza su pelota hacia arriba por un plano inclinado sin fricción, si recorre 1,5 m sobre el plano y alcanza una altura de 90 cm, ¿con qué velocidad lanzó el niño la pelota? 13 Una flecha de 25 g, es lanzada con una velocidad de 22 m/s formando un ángulo de 45° con la horizontal. Si el arquero se encuentra acostado:

a. ¿cuál es su energía cinética en el punto más alto de su trayectoria?

b. ¿qué altura alcanza?
c. ¿cuál es su energía potencial en el punto más alto de su trayectoria?

19. Un joven en su monopatín se lanza por una rampa inclinada sin fricción de 8 m de altura. ¿Con qué velocidad llega al final de la rampa?

20. Un niño de 35 kg de masa se lanza por un tobogán sin fricción, desde una altura de 3,5 m, luego se mueve por un plano horizontal con un coeficiente de rozamiento de 0,5 en el cual se detiene.

a. ¿Qué velocidad tiene el niño en el momento de iniciar su recorrido por el plano horizontal?
b. ¿Qué distancia recorre en el plano horizontal, antes de detenerse?

21. Se requiere de una masa de 850 g para elongar un resorte 5 cm.

a. ¿Cuál es el valor de la constante de elasticidad del resorte?
b. ¿Qué trabajo realiza la fuerza?

22. Una fuerza de 45 N comprime un resorte 15 cm.

Determina:

a. Constante de elasticidad del resorte.
b. Energía potencial elástica.

23. Se deja caer una esfera de 2,5 kg de masa desde una altura de 4 m sobre un resorte que se encuentra verticalmente sobre el suelo. El resorte tiene una constante de 300 N/m.

a. ¿Con qué velocidad llega la masa al resorte?
b. ¿Cuánto se comprime el resorte por acción de la masa?

Capítulo 3: mecánica de fluidos

Desde hace muchos siglos el hombre se ha planteado la manera de aprovechar los recursos que la naturaleza le ha proporcionado para vivir mejor. Entre estos recursos, los líquidos y los gases han ocupado un lugar privilegiado en su desarrollo. Así, se ha servido de las corrientes fluviales para el transporte de las embarcaciones y para generar energía eléctrica; de la fuerza que el viento, ejerce sobre las aspas de los molinos, para la extracción de agua del subsuelo, entre otras posibilidades. Los líquidos y los gases han sido cruciales en muchos aspectos de nuestra vida cotidiana. Ejemplos sencillos se ven en el agua que consumimos, en la sangre que circula por nuestro cuerpo, en el oxígeno que respiramos. En fin, vivimos inmersos en ellos. Los líquidos y los gases se asemejan entre sí debido a una característica común llamada fluidez, razón por la cual ambos se denominan fluidos. En un líquido, las moléculas están cerca unas de las otras y experimentan constantes colisiones entre sí, por otra parte, en un gas las moléculas se encuentran muy alejadas y pueden moverse con mayor libertad. En capítulo, estudiaremos el comportamiento de los fluidos tanto en reposo como en movimiento.

Fluidos en reposo

Densidad

Supón que tienes en tus manos un bloque de madera al cual corresponde determinada masa y determinado volumen. Si en algún momento decides partirlo en dos, a cada parte le corresponde la mitad de la masa y ocupa la mitad del volumen del bloque inicial. Al analizar esta sencilla experiencia, se puede afirmar que a cada cantidad de masa le corresponde un volumen determinado.

Definición:

Se denomina densidad a la masa que ocupa 1 cm^3 de sustancia homogénea.

La densidad ρ (letra griega ro) de una sustancia se define como el cociente entre su masa (m) y su volumen (V), es decir:

$$\rho = m/V$$

La unidad de medida de la densidad en el SI es el kilogramo sobre metro cúbico (1 kg/m^3) aunque generalmente se expresa en gramos sobre centímetro cúbico (1 g/cm^3). Debemos tener en cuenta que 1 g/cm^3= 1.000 kg/m^3.

En la tabla que se muestra a continuación se presenta la densidad de algunas sustancias.

Tabla 3. Densidad de materiales

Material	**Densidad (g/cm^3)**
Aire (1 atm, 20 °C)	$1{,}29\times10^{-3}$
Plata	10,5
Etanol	0,81
Plomo	11,3
Hielo	0,92
Mercurio	13,6
Agua	1
Oro	19,3

Material	Densidad (g/cm³)
Agua de mar	1
Platino	21,4
Sangre	1,06
Dióxido de Carbono	$2{,}00\times10^{-3}$
Aluminio	2,7
Oxigeno	$1{,}43\times10^{-3}$
Hierro, acero	7,8
Hidrogeno	$1{,}20\times10^{-3}$
Cobre	8,6
Helio	$1{,}79\times10^{-3}$

Un material puede presentar cambios en su densidad por dos factores:

- la temperatura a la cual se encuentra. Este cambio se debe a que el volumen de una sustancia depende de la temperatura.
- la presión que se ejerce sobre él.

Definición:

La densidad relativa es el cociente entre la densidad de una sustancia y la densidad del agua a una temperatura de 4 °C (1 g/cm³).

Por ejemplo, la densidad relativa del plomo es 11,3, lo cual significa que el plomo es 11,3 veces más denso que el agua.

Por esta razón, si tomamos iguales volúmenes de agua y plomo, encontramos que la masa del volumen de plomo es 11,3 veces mayor que la masa del volumen de agua.

$$\gamma = \frac{mg}{V} = \frac{m}{V} g = \rho \cdot g$$

La ecuación se lee, gamma = mg/V = (m/V)g = ro · g.

Ejemplo

La policía decomisó en un operativo, un pequeño lingote de oro de masa 0,8 kg y de volumen 235 cm^3. Al observar las características del lingote, un técnico afirmó que era posible que dicho lingote no fuera de oro. ¿Es cierta la afirmación del técnico?

Solución

Para determinar si la afirmación del técnico es cierta se debe verificar si la densidad del lingote mencionado corresponde a la del oro. Así:

$$\rho = m/V$$

$$\rho = 800\ g/235\ cm^3 = 3{,}4\ g/\ cm^3 = 3{,}4\times10\ 3\ Kg/m^3$$

Como se observa en la tabla 3 anterior la densidad del oro es 19,3 g/cm^3. Por ende, la afirmación del técnico es verdadera.

Ejemplo

Calcular la masa y el peso de un colchón de aire, cuyas dimensiones son 2 m de largo, 2 m de ancho y 30 cm de profundidad.

Solución

Se tiene que la densidad del aire es:

$$\rho_{\text{aire}} = 1{,}29\times10^{-3}\ g/cm^3 = 1{,}29\ kg/m^3$$

Ahora el Volumen del colchón Como:

$$V = 2\ m \cdot 2\ m \cdot 0{,}3\ m = 1{,}2\ m^3$$

Y como se tiene que:

$$\rho_{\ aire} = m_{\ aire} / V$$

Al despejar m, tenemos:

$$m = \rho_{\ aire} \cdot V$$

Al reemplazar:

$$m = (1{,}29\ kg/\ m^3)\cdot(1{,}2\ m^3) = 1{,}55\ kg$$

El peso es:

$$w = m \cdot g = (1{,}55\ kg)\cdot(9{,}8\ m/s^2) = 15{,}19\ N$$

Así, el peso de un colchón de aire de las dimensiones dadas es aproximadamente tres libras y media.

La presión

Alguna vez te has preguntado ¿por qué sientes más dolor cuando recibes una pisada de una persona que lleva unos zapatos con tacón alto, que cuando la recibes de una persona que lleva zapatos planos?

Al estar una persona de pie, la fuerza perpendicular que ejerce sobre el suelo horizontal, es decir el peso, se distribuye sobre la superficie de sus pies; si posee zapatos planos el peso se reparte sobre toda la suela del calzado; mientras si tiene calzado con tacón alto, el peso se reparte en un área menor.

Definición

La presión P (P mayúscula) es la razón entre la fuerza perpendicular ($F_{perpend}$), ejercida sobre la superficie y el área A (A mayúscula) de la misma

P = F/A

La unidad de medida de la presión en el SI se expresa a partir de la relación entre las unidades de medida de la fuerza y el área. La fuerza se mide en newton (N) y el área en metros cuadrados (m^2); por ende, la presión se mide en Newton sobre metro cuadrado (N/m^2). Esta unidad se denomina pascal (Pa). También, se utiliza como unidad de medida de la presión la libra/pulgada², psi (1 psi = 6.900 Pa).

Ejemplo

Una mujer de 70 kg, se balancea sobre uno de los tacones de sus zapatos. Si el tacón es circular con un radio de 0,5 cm, ¿qué presión ejerce ella sobre el suelo?

Solución

Calculamos la superficie de los tacones a partir del área del círculo.

$$A_{tacón} = \pi \cdot r_{tacón}^2$$

La ecuación se lee, $A_{tacón}$ = pi · $(r_{tacón})^2$.

$$A_{tacón} = \pi \cdot (0{,}5 \times 10^{-2}\ m)^2 = 7{,}85 \times 10^{-5}\ m^2$$

La ecuación se lee, $A_{tacón}$ = pi · $(0{,}5\times10^{-2}\ m)^2 = 7{,}85\times10^{-5}\ m^2$.

Ahora, se calcula el peso de la mujer:

$$W_{mujer} = m_{mujer} \cdot g$$

$$W_{\text{mujer}} = (70\ \text{kg})\cdot(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 686\ \text{N}$$

A partir de la definición de presión:

$$P_{\text{tacón}} = F_{\text{perpend}}/A_{\text{tacón}}$$

$P_{\text{tacón}} = (686\ \text{N})/(\ 7{,}85\times10^{-5}\ \text{m}^2) = 8{,}74\times10^{6}\ \text{Pa}.$

En conclusión, la mujer ejerce sobre el suelo una presión de $8{,}74\times10^{6}$ Pa.

La presión en los líquidos

¿Has experimentado alguna vez la sensación de presión en los oídos cuando te sumerges en una piscina? Cuando haces esta divertida actividad es fácil percibir que a medida que te vas sumergiendo la presión que experimentas es mayor. Lo que ocurre en este caso, como lo estudiaremos a continuación es que la presión que ejerce el agua sobre ti, es mayor a medida que estás más abajo.

Veamos cómo se explica físicamente este fenómeno.

Considera que el agua de la piscina es el líquido contenido en un recipiente y tu cuerpo es un sólido que se ha sumergido en dicho recipiente.

El líquido contenido en el recipiente, ejerce una fuerza en dirección perpendicular a las paredes en cada punto de él. Por tal razón, al sumergir el sólido dentro del líquido, en cada punto de las paredes del sólido, el líquido ejerce fuerza en dirección perpendicular.

Ahora, consideremos un recipiente cilíndrico que contiene un líquido de densidad ρ (ro), en el cual la altura del líquido con respecto al fondo del recipiente es h y el área de la base del cilindro es A.

La fuerza F que soporta la superficie de la base es igual al peso de la columna de líquido que hay por encima de ella, es decir,

$$F = m \cdot g$$

A partir de la expresión:

$$m = \rho \cdot V$$

La ecuación se lee, m = ro · V

Tenemos:

$$F = \rho \cdot V \cdot g$$

La ecuación se lee, F = ro · V · g.

Además, el volumen del cilindro se expresa como:

$$V = A \cdot h$$

Luego, la expresión para la fuerza sería:

$$F = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$$

La ecuación se lee, F = ro · A · h · g.

A partir de la definición de presión en la superficie del fondo se cumple que:

$$P = F_{perpend} / A$$

Por ende, al remplazar se tiene que:

$$P = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot g}{A}$$

La ecuación se lee, P = (ro · A · h · g)/A.

Y al simplificar el área, se obtiene que:

$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

La ecuación se lee, P = ro · g · h.

Este resultado es válido para cualquier punto interior de un líquido contenido en un recipiente a una profundidad h.

A partir de esto podemos deducir que:

- La presión en un punto del interior de un líquido en reposo es proporcional a la profundidad h.
- Si se consideran dos líquidos diferentes, a la misma profundidad, la presión es mayor cuando el líquido es más denso.
- La presión no depende del área del recipiente y, en consecuencia, no depende del volumen del líquido contenido.

Si ahora consideramos dos puntos, 1 y 2, cuyas profundidades dentro de un líquido en equilibrio son h_1 y h_2, respectivamente, tenemos que la presión en cada punto es:

$$P_1 = \rho \cdot g \cdot h_1$$

La ecuación se lee, P_1 = ro · g · h_1.

Y

$$P_2 = \rho \cdot g \cdot h_2$$

La ecuación se lee, P_2 = ro · g · h_2.

Por ende, la diferencia de presiones es:

$$P_1 - P_2 = \rho \cdot g \cdot h_1 - \rho \cdot g \cdot h_2$$

La ecuación se lee, P_1 – P_2 = ro · g · h_1 – ro · g · h_2.

Lo cual se puede expresar como:

$$P_1 - P_2 = \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$$

La ecuación se lee, $P_1 - P_2$ = ro · g · ($h_1 - h_2$).

Esta igualdad recibe el nombre de ecuación fundamental de la hidrostática y muestra que:

- La diferencia de presión entre dos puntos de un fluido en reposo depende de la diferencia de alturas.
- Si los dos puntos están a la misma profundidad en el interior del líquido, soportan la misma presión independientemente de la forma del recipiente.

Una de las demostraciones experimentales de esta última conclusión se presenta en el principio de los vasos comunicantes, que son dos o más recipientes de diversa forma y tamaño que entre sí contienen un fluido. Como la presión solo depende de la profundidad y no de la forma del recipiente, entonces esta será la misma en todos los puntos que estén a la misma profundidad.

Un ejemplo cotidiano de los vasos comunicantes ocurre cuando los albañiles quieren nivelar horizontalmente un muro, puesto que suelen usar una manguera transparente que contiene agua, cuyos extremos permiten ubicar los puntos del muro en los cuales el nivel del agua es el mismo. Cuando el agua queda quieta, marcan el nivel de modo que la línea PQ queda horizontal y paralela al suelo.

Ejemplo

Por una de las ramas de un tubo en U, que inicialmente contiene agua, se vierte aceite. Los líquidos no se mezclan y quedan distribuidos en el tubo como muestra la figura. Si la altura de la columna de aceite, h_{aceite}, mide 22 cm y la diferencia de alturas de la columna de agua es de 20 cm, determinar la densidad del aceite.

Solución

Como los puntos 1 y 2 se encuentran a la misma presión, debido a que los líquidos están en equilibrio, entonces: $P_1 = P_2$. Por ende, tenemos que:

$$\rho_{agua} \cdot g \cdot h_1 = \rho_{aceite} \cdot g \cdot h_2$$

La ecuación se lee, ro $_{agua}$ · g · h_1 = ro $_{aceite}$ · g · h_2.

Al simplificar g:

$$\rho_{agua} \cdot h_1 = \rho_{aceite} \cdot h_2$$

La ecuación se lee, ro $_{agua}$ · h_1 = ro $_{aceite}$ · h_2.

Al remplazar y despejarla densidad del aceite:

$$\rho_{aceite} = \frac{(1\ g/cm^3)(20\ cm)}{22\ cm}$$

La ecuación se lee, ro $_{aceite}$ = (1 g/cm^3)(20 cm)/(22 cm).

La densidad del aceite es 0,9 g/cm3.

En el estudio de la hidrostática estudiaremos dos principios que son fundamentales: el principio de Pascal y el principio de Arquímedes.

El principio de Pascal

Probablemente más de una vez has visto maquinaria pesada trabajando en las calles o en las carreteras levantando grandes piedras o rompiendo el pavimento para hacer algún arreglo. La pregunta de rigor en estos casos es, ¿cómo estas máquinas pueden desarrollar fuerzas tan grandes? La respuesta está en su mecanismo de funcionamiento. La mayoría de estas máquinas son hidráulicas, es decir, usan los fluidos para aplicar y aumentar las fuerzas. En las máquinas hidráulicas el brazo que aplica la fuerza se mueve gracias a un líquido contenido en un cilindro, generalmente aceite que empuja un émbolo. Es muy importante el diámetro del émbolo ya que cuanto mayor es, más intensa es la fuerza desarrollada por la máquina hidráulica. La tecnología de las máquinas hidráulicas se la debemos a Pascal, quien descubrió un hecho que luego se transformó en lo que hoy conocemos como Principio de Pascal.

Definición

Principio de Pascal: si aplicamos una presión externa a cualquier punto de un fluido en reposo, esta presión se transmite exactamente igual a todos los puntos del fluido.

Por ejemplo, si presionamos con las manos el émbolo de una jeringa que contiene aire a la cual le tapamos el orificio de salida, cualquier sector dentro del fluido experimenta un aumento de presión igual a la presión externa ejercida.

Ejemplo

Para levantar un carro se utiliza un gato hidráulico por medio de dos pistones conectados y un fluido dentro. Si la masa del automóvil es

1.000 kg y en el pistón A, cuya área es 20 cm^2, se aplica una fuerza de 200 N, determinar el área del pistón B para que ejerza una presión igual a la ejercida por el pistón A.

Solución

Cuando se ejerce la fuerza F_A sobre el pistón A de área A_A, el líquido contenido en el dispositivo experimenta un aumento en la presión P_A que de acuerdo con el principio de Pascal es igual al aumento de presión P_B en el pistón B de área A_B, es decir, $P_A = P_B$, por tanto:

$$F_A / A_A = F_B / A_B$$

Como la masa del carro es 1.000 kg, su peso es:

$$W = m \cdot g = 1.000 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 9.800 \text{ N}$$

Luego,

$$200\text{N} / (20\times10^{-4} \text{ m}^2) = 9.800\text{N} / A_B$$

Al calcular:

$$A_B = (20\times10^{-4} \text{ m}^2)\cdot(9.800\text{N}) / 200\text{N} = 0{,}098 \text{ m}^2$$

El área del pistón B es 0,098 m^2, es decir, 980 cm^2.

El ejemplo anterior muestra que al aplicar una fuerza en un pistón, la fuerza producida en un pistón de mayor área es mayor. Esta es la razón por la cual este tipo de sistemas recibe el nombre de máquinas hidráulicas, pues a partir de la aplicación de una fuerza de menor intensidad se obtiene una fuerza de mayor intensidad.

Una de las aplicaciones de este concepto es el empleado en el sistema de frenos hidráulicos de un automóvil, el cual consta de un pistón que se acciona cuando se oprime el pedal y de unos pistones en cada rueda, de tal manera que al aplicar una fuerza de menor intensidad sobre el pedal se obtiene una fuerza de mayor intensidad, en los pistones de las ruedas, suficiente para detener el automóvil.

El principio de Arquímedes

Arquímedes descubrió su famoso principio cuando se le pidió que determinara si una corona estaba fabricada con oro puro, o si había sido adulterada. Al meterse un día en la bañera y observar que el nivel del agua subía, imaginó cómo resolver el problema y salió a la calle gritando ¡Eureka! (¡Lo he encontrado!). Para corroborar su idea, sumergió la corona en agua y midió el volumen de líquido desplazado, después midió el volumen de agua que desplazaba una masa, igual que la corona, de oro puro y los comparó. Así Arquímedes resolvió el enigma: la corona no era de oro puro, estaba hecha de una aleación.

De esta manera el principio de Arquímedes nos permite interpretar el comportamiento de un sólido que se sumerge total o parcialmente en un fluido. Por ejemplo, ¿has sumergido una pelota inflada en un balde con agua?

Cuando la pelota se sumerge se percibe que esta experimenta una fuerza, que es ejercida por el líquido. Esta fuerza, dirigida hacia arriba, es ejercida por los fluidos sobre los sólidos que se sumergen en ellos y se conoce como fuerza de empuje.

Como lo hemos descrito, cuando un sólido se sumerge en un fluido, este le ejerce fuerza perpendicular a las paredes en cada punto del sólido, de tal manera que las fuerzas que actúan horizontalmente se anulan entre sí y la fuerza neta en dicha dirección es igual a cero. También sabemos que cuanto mayor es la profundidad, mayor es la presión, así que para el caso del cilindro, tenemos que la fuerza ejercida hacia arriba en la cara inferior es mayor que la fuerza ejercida hacia abajo en la cara superior. De ahí que la fuerza vertical, o fuerza de empuje, ejercida por el líquido sobre el cilindro se dirija hacia arriba.

Para determinar una expresión para la fuerza de empuje, supongamos que un sólido se encuentra sumergido dentro de un líquido cuya densidad es ρ_l (ro l).

La cara inferior del cilindro, que se encuentra a una profundidad h_1, experimenta una fuerza F_1 ejercida sobre su superficie A. Esta presión ejercida por el líquido sobre la cara inferior del cilindro es P_1 y se expresa como:

$$P_1 = \rho_l \cdot g \cdot h_1$$

La ecuación se lee, P_1 = ro $_l$ · g · h_1.

Como $P_1=F_1/A$, entonces:

$$F_1 = P_1 \cdot A$$

La ecuación se lee, F_1 =P_1 · A.

$$F_1 = \rho_l \cdot g \cdot h_1 \cdot A$$

La ecuación se lee, F_1 = ro $_l$ · g · h_1 · A.

La cara superior del cilindro, que se encuentra a una profundidad h_2, experimenta una fuerza F_2 sobre su superficie A. Esta presión ejercida por el líquido sobre la cara superior del cilindro es P_2 y se expresa como:

$$P_2 = \rho_l \cdot g \cdot h_2$$

La ecuación se lee, P_2 = ro_l · g · h_2.

Como $P_2 = F_2 /A$, entonces:

$$F_2 = P_2 \cdot A$$

La ecuación se lee, $F_2 = P_2 \cdot A$.

$$F_2 = \rho_l \cdot g \cdot h_2 \cdot A$$

La ecuación se lee, F_2 = ro $_l$ · g · h_2 · A.

Así, la fuerza de empuje es:

$$F_{emp} = F_1 - F_2$$

La ecuación se lee, $F_{emp} = F_1 - F_2$.

$$F_{emp} = \rho_l \cdot g \cdot h_1 \cdot A - \rho_l \cdot g \cdot h_2 \cdot A$$

La ecuación se lee, F_{emp} = ro $_l$ · g · h_1 · A menos ro_l · g · h_2 · A.

$$Femp = \rho_l \cdot g \cdot A\,(h_1 - h_2)$$

La ecuación se lee, F_{emp} = ro $_l$ · g · A (h_1 menos h_2)

Como la altura del cilindro es h_1 - h_2 y el área de la base es A, tenemos que el volumen del cilindro, es decir: el volumen sumergido es:

$$V_{sumergido} = A\,(h_1 - h_2)$$

Por ende,

$$F_{emp} = \rho_l \cdot g \cdot V_{sumergido}$$

La ecuación se lee, F_{emp} = ro $_l$ · g · $V_{sumergido}$.

Cuando en un líquido se sumerge un volumen de sólido $V_{sumergido}$, este desplaza un volumen igual de líquido. Si notamos con $V_{desplazado}$ al volumen del líquido desplazado, la ecuación para la fuerza de empuje se expresa como:

$$F_{emp} = \rho_l \cdot g \cdot V_{desplazado}$$

La ecuación se lee, F emp = ro l · g · Vdesplazado.

De donde:

$$\rho_l \cdot V_{desplazado}$$

La ecuación se lee, ro l · Vdesplazado.

Es la masa del líquido desplazado, y el producto de esta masa por la gravedad es el peso del líquido desplazado. Es decir, que la fuerza de empuje es igual al peso del líquido desplazado.

Ejemplo

Un bloque de madera cuyo peso es 10,0 N ocupa un volumen de 1.300 cm^3 y flota sobre la superficie del agua contenida en un recipiente. Determinar:

a. La densidad de la madera.
b. El volumen del bloque sumergido en el agua.

Solución

a. Puesto que el peso mg de la madera es 10,0 N, la masa de la madera es 1,02 kg, por tanto

$$\rho_{madera} = \frac{m}{V} = \frac{1{,}02\ Kg}{1{,}3 \times 10^{-3}\ m^3} = 785\ kg/m^3$$

La ecuación se lee, ro $_{madera}$ = m/V = 1,02 Kg / (1,3×10 $^{-3}$ m^3) = 785 kg/m^3.

La densidad de la madera, que es menor que la densidad del agua, es 785 kg/m^3.

b. Como el bloque se encuentra en equilibrio en la superficie del agua, la fuerza de empuje es igual a su peso. A partir de:

$$F_{emp} = \rho_{agua} \cdot g \cdot V_{sumergido}$$

La ecuación se lee, F $_{emp}$ = ro $_{agua}$ · g · V$_{sumergido}$.

Despejando el volumen sumergido y calculando:

$$V_{sumergido} = \frac{F_{emp}}{\rho_{agua} \cdot g} = \frac{10N}{1.000\ kg/m^3 \cdot\ 9{,}8m/s^2} = 1{,}02 \times 10^{-3}\ m^3$$

La ecuación se lee, V$_{sumergido}$ = F $_{emp}$ / (ro $_{agua}$ · g) = 10N / (1.000kg/m^3 · 9,8 m/s^2) = 1,02×10 $^{-3}$ m^3.

El volumen sumergido mide 1,02×10 $^{-3}$ m^3, es decir, 1.020 cm^3, es menor que el volumen del bloque.

Ejemplo

Un esquimal se encuentra sobre un bloque de hielo de 1,5 m^3 de volumen, de manera que la superficie superior del bloque coincide con la superficie del agua del río en el cual se encuentra. Determinar la masa del esquimal.

Solución A partir de la densidad del hielo, determinamos la masa m$_b$ del bloque. Así:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

la ecuación se lee, ro = m/V.

Por tanto al reemplazar,

$$920kg/m^3 = m_b /1{,}5m^3$$

Al despejar la masa del bloque y calcular su valor:

$$m_b = 1.380 \text{ kg}$$

Si m_e representa la masa del esquimal, como el sistema está en equilibrio, tenemos que:

$$F_{emp} = m_b \cdot g + m_e \cdot g$$

A partir de la expresión de la fuerza de empuje, tenemos:

$$\rho_l \cdot g \cdot V_{desplazado} = m_b \cdot g + m_e \cdot g$$

La ecuación se lee, ro $_l$ · g · $V_{desplazado}$ = m_b · g + m_e · g.

$$\rho_l \cdot V_{desplazado} = m_b + m_e$$

La ecuación se lee, ro $_l$ · $V_{desplazado}$ = m_b + m_e.

Reemplazando y luego calculando:

$$1000 \text{ Kg/m}^3 \cdot 1{,}5 \text{ m}^3 = 1380 \text{ Kg} + m_e$$

$$m_e = 120 \text{ Kg}$$

En conclusión, la masa del esquimal es 120 kg.

La presión en los gases

La presión atmosférica

La Tierra está rodeada por una capa de aire, de tal manera que nosotros y todo cuanto nos rodea nos podemos considerar como cuerpos sumergidos en un fluido y, en consecuencia, experimentamos una presión que se conoce con el nombre de presión atmosférica.

Cuando nos referimos a la presión atmosférica encontramos una diferencia con respecto a lo que hemos estudiado acerca de los fluidos. En los casos que hemos analizado hasta el momento, hemos considerado que la densidad del fluido es constante, sin embargo, en el caso del aire que rodea la Tierra, las capas superiores comprimen a las capas inferiores ocasionando que la densidad de estas capas sea mayor que la densidad de las capas superiores.

La presión atmosférica varía con la altitud, así en los sitios de mayor altitud la presión atmosférica es menor que al nivel del mar.

Por ejemplo la presión atmosférica en Bogotá, que se encuentra a 2.600 m sobre el nivel del mar, es menor que la presión atmosférica de una ciudad como Cartagena que está ubicada a nivel del mar.

El valor de la presión atmosférica al nivel del mar se utiliza como unidad de presión y se denomina atmósfera (atm).

La presión atmosférica de 1 atmósfera equivale aproximadamente a una presión de 10 N/cm^2, esto implica que, al nivel del mar, cada centímetro cuadrado de superficie de cualquier cuerpo soporta una fuerza de 10 N. Nuestra contextura se ha desarrollado bajo la acción de dicha presión, así si el área de la palma de una mano mide 150 cm^2, cuando está extendida, soporta una fuerza de aproximadamente 1.500 N, lo que equivale a cargar un objeto de aproximadamente 150 kg.

A pesar de este valor, no nos sentimos comprimidos por la presión atmosférica debido a que los líquidos internos de nuestro organismo ejercen una presión interior que equilibra la presión exterior.

Una aplicación diaria de los conceptos de presión atmosférica se presenta en los alimentos que están empacados al vacío. Estar empacado al vacío significa que se ha extraído el aire del interior del empaque y, de esta manera, la presión atmosférica es superior a la presión del interior del empaque, evitando de esta manera el crecimiento de bacterias.

La medida de la presión atmosférica

El valor de la presión atmosférica al nivel del mar, por primera vez, fue determinado por el científico italiano Evangelista Torricelli en 1643.

Torricelli llenó un tubo cerrado de 1 m de longitud con mercurio y lo introdujo invertido en una cubeta que también contenía mercurio.

De esta manera observó que el mercurio que se encontraba en el interior del tubo descendía hasta alcanzar una altura de 760 mm dejando un vacío en la parte superior. Esta altura se mantenía igual, aunque cambiaran el diámetro del cubo o el tamaño de la cubeta.

Torricelli pensó entonces que algo debía estar sosteniendo la columna de mercurio lo cual atribuyó a la presión atmosférica ejercida sobre la cubeta y se equilibraba con la presión ejercida por la columna de mercurio.

Así pues, la presión atmosférica, P_{atm}, equivale a la presión hidrostática producida por una columna de 760 mm de mercurio. Por ende:

$$P_{atm} = \rho \cdot g \cdot h$$

La ecuación se lee, P_{atm} = ro · g · h.

Es decir,

$$P_{atm} = 13.600\ kg/m^3 \cdot 9{,}8031\ m/s^2 \cdot 0{,}76m$$

$$P_{atm} = 101.325\ Pa$$

Otra unidad de presión es el milímetro de mercurio (mmHg) que equivale a la presión ejercida por una columna de mercurio de 1 mm de altura.

1 atm = 101.325 Pa = 760 mmHg

Los valores de la presión atmosférica pueden cambiar de un día a otro en función de las condiciones meteorológicas. Hay días de alta presión y días de baja presión. Los primeros suelen anunciar buen tiempo, es decir, tiempo soleado y sin nubes. Los segundos suelen anunciar mal tiempo, es decir, lluvias o nieves.

Para predecir el tiempo meteorológico es necesario medir constantemente la presión atmosférica, lo cual se hace con instrumentos llamados barómetros.

La presión de un fluido se puede medir con un manómetro. El manómetro consta de un tubo en U parcialmente lleno de líquido, como el mercurio, y cuyos extremos se encuentran abiertos y uno de los cuales se conecta al recipiente que contiene al fluido. La presión se mide a partir de la diferencia de altura de los niveles de líquido en las dos ramas del tubo. Esta presión se conoce como presión manométrica. Uno de los manómetros más conocidos es el que mide el aire de las llantas de los autos, estos registran el valor en el cual la presión interior excede a la presión atmosférica.

Ejemplo

En la figura se representa un manómetro construido con un tubo en forma de U que contiene mercurio.

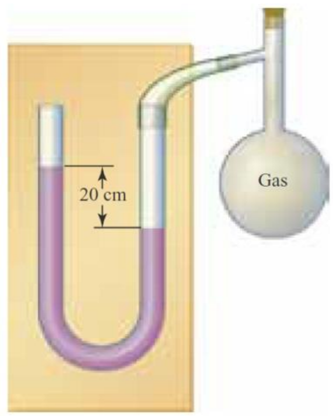

Imagen 7. *Manómetro con tubo en forma de U*

Descripción de la Imagen 7. Manómetro con tubo en forma de U. Un recipiente con gas es conectado a un tubo en forma de U, es decir que el inicio del tubo baja verticalmente y luego se curva para subir verticalmente. El líquido que contiene el tubo tiene una diferencia de altura de 20 cm.

Una de sus ramas está conectada por medio de una manguera a un balón herméticamente cerrado que contiene un gas y la diferencia de alturas entre los niveles de mercurio mide 20 cm. Determinar:

a. La presión manométrica del gas.
b. La presión total del gas si la medida se realiza al nivel del mar.

Solución

a. Puesto que el nivel del mercurio en la rama del tubo que está conectada al gas es 200 mm menor que el nivel del mercurio en la rama con el extremo abierto, podemos concluir que la presión manométrica es 200 mmHg.
b. La presión total del gas es mayor que la presión atmosférica en 200 mmHg y es igual a la suma de la presión atmosférica más la presión manométrica es decir,

$$P_{gas} = 200 \text{ mmHg} + 760 \text{ mmHg} = 960 \text{ mmHg}$$

La presión total del gas es 960 mmHg.

Tensión superficial

Generalmente la superficie de los líquidos suelen comportarse como una membrana elástica. A partir de este efecto llamado tensión superficial es posible que una aguja flote en la superficie del agua, que algunos insectos puedan posarse sobre un charco de agua (figura 13) y que las gotas de agua tengan la forma que las caracteriza.

Podemos encontrar la explicación del fenómeno de la tensión superficial a nivel molecular. En el interior de un líquido, cada molécula es atraída en todas direcciones por las demás con una fuerza de cohesión de origen electromagnético, cuya resultante es nula.

Sin embargo, las moléculas que se encuentran en la superficie de contacto entre el aire y el líquido solo son atraídas por las moléculas vecinas de los lados y de abajo, pues no existe fuerza de atracción encima de ellas. De esta forma se produce un estado de permanente tensión en la superficie del líquido que hace que se comporte como una película elástica.

Desarrolla tus competencias

1. La gran mayoría de turistas que llegan a Colombia visitan la Sierra Nevada de Santa Marta. ¿Qué tipo de zapatos les recomendarías usar?
2. Si un bañista nada a cierta profundidad y luego, se sumerge al doble de dicha profundidad, ¿qué sucede con la presión que soportan sus oídos?
3. ¿En qué situación pesa más un cuerpo, cuando está en el agua o cuando está fuera de ella?
4. ¿Cuáles son las condiciones que se deben cumplir para que un cuerpo se hunda dentro de un líquido?
5. ¿Por qué baja la línea de flotación de un barco cuando este pasa de navegar en un río a navegar por mar?
6. Describe y explica por lo menos dos patologías circulatorias.
7. ¿Por qué a pesar de caer desde tan alto el granizo no hace destrozos producidos por tan vertiginosa caída?
8. ¿Cómo se podría elevar un submarino sumergido en las profundidades del mar?
9. Conociendo el principio de Arquímedes, el hombre ha podido diseñar gigantescas embarcaciones que flotan en el agua. Sabemos que para que un cuerpo flote en el agua, su densidad debe ser menor que la del líquido. El petróleo tiene esta característica y, por eso, resulta una ventaja transportar enormes cantidades de este fluido sin tener problemas de flotabilidad, economizando los costos de transporte. Cuando un barco petrolero sufre un accidente, grandes cantidades de este fluido se derraman y permanecen flotando sobre el agua; así, las

llamadas mareas negras se convierten en catástrofes para los ecosistemas marinos.

a. Cuando hay derrames de petróleo, peces y otros animales mueren intoxicados, ¿a qué conduce esto?
b. Explica cómo se ven afectados los ecosistemas marinos con el petróleo flotando en la superficie.
c. ¿Cómo se podría evitar la propagación del petróleo en los ecosistemas marinos, cuando ocurren este tipo de accidentes?

10. Existen personas a las que les gusta escalar pero, experimentan malestares como dolores de cabeza, debilidad general, mareos, respiración entrecortada, taquicardia entre otros. Estos síntomas se producen cuando el organismo procura adaptarse a la disminución de oxígeno en la sangre.

a. ¿Qué recomendaciones darías a las personas que por primera vez quieren iniciar esta aventura?
b. Explica a qué se debe la falta de oxígeno a medida que ascienden una montaña.

11. Realiza y analiza las siguientes experiencias.

a. Toma dos hojas de papel y colócalas verticalmente una frente a la otra. Sopla entre ellas. ¿Qué observas? Explica este hecho.
b. Deja caer simultáneamente, desde la misma altura, una moneda y una hoja de cartulina. ¿Llegan al mismo tiempo al piso? Justifica.
c. Recorta un trozo de cartulina con la forma exacta de la moneda. Pronostica si caerán juntos simultáneamente. Experimenta y explica.
d. Coloca la moneda sobre la cartulina. Pronostica cómo será la caída. Experimenta y explica.
e. Ahora coloca la cartulina sobre la moneda. Pronostica, experimenta y explica.

12. Plantea un experimento que te permita medir el volumen de cualquier objeto. Luego, halla la densidad para tres objetos diferentes.

13. La mecánica de fluidos tiene aplicaciones en la vida cotidiana y en las industrias. Debate con tus compañeros, ¿de qué manera se usa la mecánica de fluidos?

a. En un taller automotriz.

b. En la circulación de la sangre por el cuerpo humano.

Actividades

1. Escribe una V, si es verdadera la afirmación o una F, si es falsa. Luego, justifica tus respuestas en el cuaderno.

a. Es más fácil mover un objeto en una piscina cuando está desocupada que cuando está llena.
b. Hay mayor presión atmosférica en Bogotá que en Barranquilla.
c. Un balón de fútbol ejerce la misma presión sin importar su posición sobre el césped.
d. Existe mayor cantidad de objetos que pueden flotar en mercurio que en agua.
e. Un poste de la luz ejerce mayor presión sobre la tierra cuando se instala que cuando está acostado.
f. En una prensa hidráulica al aplicar una fuerza en un punto se genera en otro punto una fuerza menor.
g. Ejerce mayor presión sobre la nieve una persona que tiene unos zapatos cuya área es 150 cm^2 u otros con un área de 200 cm^2.

2. Responde las siguientes preguntas.

a. ¿Qué son los vasos comunicantes?

b. ¿Para qué sirve una prensa hidráulica?

c. ¿Es igual el peso de un cuerpo que su peso específico? Explica.

d. ¿Cómo se define el peso aparente?

e. ¿Qué volumen tiene sumergido un cuerpo que flota?

f. ¿Qué es un picnómetro?

g. ¿Qué es un barómetro?

h. ¿En qué consistió el experimento de Torricelli?

3. Un globo se eleva cuando se calienta el aire que se encuentra adentro. Explica cuál es la razón de este fenómeno.

4. Explica lo que le pasa a una persona cuando se sumerge a gran profundidad sobre el agua.

5. Investiga por qué un buzo debe ascender del fondo del mar lentamente.

6. Explica por qué una bola de billar puede flotar sobre mercurio.

7. Explica por qué un globo lleno de aire se revienta cuando se le presiona con la punta de una aguja y no con un trozo de madera.

8. El mar Muerto tiene un alto índice de salinidad en la Tierra, a pesar de ser realmente un lago. ¿Por qué crees que una persona flota con mayor facilidad en este lago que en cualquier otro?

9. ¿Qué piensas que le sucede a la densidad de un trozo de madera uniforme cuando se corta en tres partes iguales?

10. Los submarinos están fabricados para soportar cierta presión hidrostática máxima. Esto les impide sumergirse más de la profundidad máxima prevista. Explica qué le sucedería a un submarino si se encuentra a mayor profundidad de la indicada.

11. Explica qué sucede con la presión en el fondo de un vaso de agua si se tapa la parte superior del vaso.

12. Si el peso y el empuje son iguales, ¿un cuerpo puede flotar? Explica tu respuesta.

13. Un bañista se sumerge en el fondo de una piscina llevando consigo un globo inflado. ¿Qué piensas que le sucederá al volumen del globo a medida que sigue sumergiéndose?

14. ¿A qué se debe que sea más denso el aire en lugares como La Guajira o Cartagena que en Bogotá o Pasto?

Problemas

1. ¿Cuál es el volumen ocupado por 1.000 g de aluminio?
2. La presión máxima que una persona normal soporta es de 8 atm. Según este dato, ¿cuál es la máxima profundidad a la que una persona puede descender en el mar sin correr peligro? Considera que la densidad del agua de mar es de 1,04 g/cm^3.
3. Una lancha tiene un volumen de 5 m^3. ¿Cuántas personas de 50 kg soporta la lancha para no hundirse en el mar?
4. El osmio es una de las sustancias más densas que existen en la naturaleza. Su densidad equivale a 22,6 g/cm^3 y el aluminio es uno de los elementos más ligeros con una densidad de 2,7 g/cm^3. ¿Cuántas veces más grande es el volumen de 100 g de aluminio comparado con el volumen de 100 g de osmio?
5. Un hombre que pesa 800 N está de pie sobre una superficie cuadrada de 4 m de lado. Si se carga al hombro un saco de 40 kg, ¿cuánto debe medir la superficie de apoyo para que la presión sea la misma?
6. Calcula la presión que ejerce un cuerpo de 120 kg que está apoyado sobre una superficie de 0,8 m^2. Ahora si el cuerpo estuviera apoyado sobre una superficie de 1,2 m^2, ¿qué presión ejercería? Compara y deduce conclusiones.
7. Se ejerce una fuerza de 25 N sobre el émbolo de una jeringa. El émbolo tiene un área de $\times 10^{-4}$ m^2. Si el fluido no puede salir, ¿cuál es la presión dentro de la jeringa?
8. Se tiene un cilindro con agua, un pistón de 0,2 kg y un área de 0,008 m^2. Calcula la presión total ejercida en la base del cilindro si el aire de la atmósfera ejerce una presión de 100 kPa sobre el émbolo.

9. Calcula la presión hidrostática en un punto que está situado a 15 m de profundidad, así como la diferencia de presiones entre dos puntos ubicados a 10 m y 13 m de profundidad.

10. Se introducen agua y mercurio en un tubo en forma de U, como se muestra en la fi gura. Si la altura alcanzada por el agua es 31,5 cm, ¿cuál es la altura *h* cuando el sistema se encuentra en equilibrio?

11. En un tubo en U se coloca agua y mercurio. Si la altura alcanzada por el mercurio es de 13 cm, ¿qué altura alcanza el agua?

12. ¿Cuál debe ser la densidad en g/cm^3 de una roca que flota en un océano cuya densidad es de 1.027 kg/m^3, si se sabe que el 20% de su volumen está fuera del océano?

13. Convierte 35.000 pascales a atmósferas.

14. Determina cuál es la altura que debe tener un tubo para poder realizar el experimento de Torricelli con agua, en vez de mercurio.

Capítulo 4: termodinámica

La termodinámica estudia la energía en relación con los conceptos de calor y temperatura. Como lo hemos estudiado, la energía interviene en todos los procesos de la naturaleza y se manifiesta de diferentes formas, el calor es una de ellas.

Podemos establecer relaciones entre la presión, el volumen y la temperatura de una sustancia. Por ejemplo, en el caso de los gases, cuando aumenta su temperatura, puede suceder que el volumen, la presión o ambos varíen de alguna manera. Las sustancias se caracterizan por algunas propiedades térmicas, por ejemplo, los metales son mejores conductores del calor que otras sustancias.

El estudio de la termodinámica nos permite explicar el funcionamiento de algunos sistemas como los motores de los carros, el aumento de energía de un sistema cuando se realiza trabajo sobre él o cuando se le suministra calor y las condiciones en las que un proceso puede suceder, pues por ejemplo, no es posible que espontáneamente un cuerpo a menor temperatura le ceda calor a un cuerpo a mayor temperatura.

En este capítulo estudiaremos los conceptos de calor y temperatura. Estos conceptos nos ayudarán a comprender algunos aspectos de la estructura de la materia, las transformaciones de calor en trabajo y el orden en que ocurren los procesos naturales.

Calor y temperatura

Con frecuencia utilizamos los términos calor y temperatura para describir eventos que observamos en la naturaleza, tales como el estado del tiempo. Es importante que establezcamos la diferencia entre estos conceptos ya que tienden a ser utilizados de manera inexacta.

Supongamos que durante el mismo tiempo calentamos con la misma estufa dos cantidades de agua diferentes que inicialmente se encontraban en el mismo recipiente. Podemos comprobar que el aumento de temperatura de la menor cantidad de agua es mayor que el aumento de la temperatura de la mayor cantidad de agua. En este caso decimos que las dos cantidades de agua reciben la misma cantidad de calor proveniente de la fuente y, sin embargo, el cambio de temperatura es diferente. En el lenguaje usual decimos que la cantidad de agua cuya masa es menor llega a estar más caliente que la cantidad de agua cuya masa es mayor. A la cantidad de agua más caliente que la otra, le hacemos corresponder mayor temperatura.

Cuando medimos la temperatura de nuestro cuerpo con un termómetro, nos colocamos el termómetro debajo del brazo y esperamos unos instantes para tomar el registro de la medición. Este hecho sugiere que, después de un tiempo, las temperaturas a las cuales se encuentran los dos cuerpos en contacto, tienen el mismo valor.

Por otra parte, como nuestro cuerpo le transfiere calor al termómetro, podemos afirmar que cuando dos cuerpos están en contacto, el calor se transfiere del cuerpo con mayor temperatura al cuerpo con menor temperatura.

El calor es energía en tránsito, es decir que los cuerpos ceden o ganan calor. Sin embargo, no es correcto afirmar que un cuerpo posea calor, de la misma manera que es incorrecto afirmar que un cuerpo le transfiere temperatura a otro.

Debido a que las moléculas que conforman un sólido o un fluido están en constante movimiento, a los cuerpos se les asocia una energía llamada energía interna, que se relaciona con la energía cinética de las partículas que los constituyen, siendo la temperatura una medida de la energía cinética promedio de las moléculas que constituyen el cuerpo.

Cuando se cede calor a un cuerpo, la velocidad de las partículas que lo constituyen aumenta y este aumento de la energía cinética promedio de las partículas es mayor cuanto más calor se transfiera al cuerpo. Cuando se registra un aumento en la temperatura de una sustancia, podemos inferir que se produce un aumento en su energía interna.

La medida de la temperatura

El termómetro es el instrumento utilizado para medir temperatura. Su funcionamiento se basa en dos hechos:

- Las propiedades de los cuerpos cuando varía su temperatura.
- La temperatura alcanzada por dos cuerpos en contacto.

Algunos termómetros consisten en una columna de líquido (mercurio o alcohol) que aumenta su volumen cuando aumenta la temperatura.

El termómetro más conocido es el termómetro de mercurio. Este elemento químico suele utilizarse en la construcción de termómetros debido a que es muy susceptible a los cambios de temperatura, lo cual se manifiesta en su aumento de volumen.

La lectura en el termómetro se realiza en una escala graduada en función de la altura alcanzada por el líquido. Aunque es usual medir la temperatura en grados centígrados (°C), la unidad de medida de la temperatura en el Sistema Internacional de Unidades es el Kelvin (K). En el sistema británico de unidades la temperatura se mide en grados Fahrenheit (°F).

A continuación describimos cada una de estas escalas, llamadas escalas termométricas.

- La escala en la cual se mide la temperatura en °C se denomina **escala centígrada** o **escala Celsius**. En esta escala, el punto de fusión del agua (temperatura a la cual el agua se congela) es 0 °C y el punto de ebullición del agua (temperatura a la cual el agua ebulle a una presión de 1 atmosfera), es 100 °C. En la escala centígrada, el intervalo entre estas temperaturas (de 0 °C a 100 °C) se divide en cien partes iguales, cada una de las cuales se denomina grado centígrado.
- La escala en la cual la temperatura se mide en K se llama **escala absoluta** o **escala Kelvin**. En esta escala el punto de fusión del agua es 273 K y el punto de ebullición 373 K. El intervalo entre ambas temperaturas (de 273 K a 373 K) se divide en cien partes iguales, cada una de las cuales se denomina grado Kelvin.

La temperatura de un objeto puede descender, sin embargo, es imposible que su valor alcance los 0 K pues este valor correspondería al estado en el cual todas las moléculas que forman el cuerpo estarían en reposo. Esta escala se emplea con mayor frecuencia en ámbitos científicos. Una temperatura en grados centígrados (T_C), se puede expresar en grados Kelvin (T_K) mediante la fórmula:

$$T_K = T_C + 273$$

- La escala en la cual la temperatura se mide en °F se llama escala Fahrenheit. En esta escala el punto de fusión del agua es 32 °F y el de ebullición de 212 °F. En la escala Fahrenheit, el intervalo entre ambas temperaturas se divide en ciento ochenta partes iguales, cada una de las cuales se denomina grado Fahrenheit. Una temperatura en grados centígrados (T_C), se puede expresar en grados Fahrenheit (T_F) mediante la fórmula:

$$T_F = 9/5\ T_C + 32$$

Ejemplo

La temperatura de 50 °C corresponde al valor que se encuentra en la mitad de los puntos de fusión y de ebullición del agua a una presión de una atmósfera. Expresar este valor en:

a. Grados Fahrenheit.
b. Grados Kelvin.

Solución

a. Para expresar la temperatura de 50 °C en grados Fahrenheit, tenemos:

$$T_F = 9/5\ T_C + 32$$

$$T_F = 9/5\ (50) + 32 = 122\ °F$$

Luego, la temperatura 50 °C equivale a 122 °F.

b. Para expresar la temperatura de 50 °C en Kelvin, tenemos:

$$T_K = T_C + 273$$

$$T_K = 50 + 273 = 323 \text{ K}$$

La temperatura de 50 °C equivale a 323 K.

Ejemplo

Determinar la temperatura tal que su valor en grados centígrados coincida con el valor en grados Fahrenheit.

Solución

Para determinar la temperatura en la cual coincide la escala Fahrenheit con la Celsius, remplazamos T_F por T_C, en la ecuación:

$$T_C = (9/5)T_C$$

Al calcular:

$$-32 = (4/5)\ T_C$$

$$T_C = -40°$$

Cuando es la temperatura de −40 °C, su valor es de −40 °F.

La medida del calor

Las ideas acerca de la naturaleza del calor han cambiado en los dos últimos siglos:

- Existió la teoría del fluido tenue que situado en los poros de la materia pasaba de los cuerpos calientes en los que supuestamente se hallaba en mayor cantidad, a los cuerpos fríos. Esta teoría ocupo un lugar importante en la física desde la época de los filósofos griegos, sin embargo, fue perdiendo validez al no poder explicar los resultados de los experimentos que algunos científicos como Benjamin Thompson (1753-1814) realizaron.

- Una vieja teoría poco aceptada por científicos del siglo XVII como Galileo Galilei y Robert Boyle surgió cuando Thompson observo que los metales se calentaban excesivamente al ser perforados por un taladro y que la absorción de calor era tanto mayor cuanto mayor era el tiempo que duraba la intervención del taladro. Thompson hizo el siguiente razonamiento: si el calor es un fluido con masa y se transmite del taladro al metal, llegara un momento en que el taladro cederá tanto calor que perderá toda su masa y acabara por desaparecer. Dado que esto no ocurre, Thompson concluyo que el calor no puede ser algo material. Así, Thompson sostuvo que el calor debía estar asociado con el movimiento vibratorio de las partículas de un cuerpo.
- Las experiencias de Joule (1818-1889) acerca de la conservación de la energía, llevaban a considerar al calor como una forma más de energía. El calor no solo producía aumento de la temperatura sino que además podía relacionarse con trabajo mecánico pues Joule demostró que a partir de la realización de trabajo mecánico era posible producir determinada cantidad de calor.

En su experimento, Joule utilizo un dispositivo, llamado calorímetro.

Al dejar caer unas pesas desde determinada altura, verifico que a partir de la energía potencial de las pesas, colocadas en el exterior del calorímetro, se produce movimiento en las paletas y, en consecuencia, aumenta la temperatura del agua contenida en el recipiente, comprobando de esta manera que a partir de determinada energía potencial se producía cierto aumento de la temperatura.

Joule estableció que la temperatura de 1 gramo de agua aumenta en 1 °C cuando la energía potencial inicial de las pesas es 4,186 julios, con lo cual demostró que el calor es una forma de energía.

Para medir la cantidad de calor se utilizan dos unidades de medida,

- La caloría (cal) que se define como la cantidad de calor que debe absorber un gramo de agua para que su temperatura aumente en un grado centígrado.
- En el Sistema Internacional de Unidades, el julio (J).

La equivalencia entre estas dos unidades es:

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$$

Esta relación entre julios y calorías se conoce como equivalente mecánico del calor.

Con estas experiencias finalizo definitivamente la polémica sobre la naturaleza del calor, pues se estableció que el calor se puede transformar en otras formas de energía. Por ejemplo, en los motores de los automóviles el calor se transforma en energía cinética, en las centrales térmicas se transforma en energía eléctrica, en los filamentos de las bombillas se transforma en energía lumínica.

También diferentes formas de energía se transforman en calor, como ocurre con la energía cinética que se disipa por efecto de la fricción, por esta razón, como lo hemos estudiado, la fuerza de rozamiento se considera disipativa.

El calor y la variación de la temperatura

Cuando un cuerpo absorbe calor, es posible que se produzca un aumento en su temperatura, mientras que, si el cuerpo cede calor es posible que su temperatura disminuya. Más adelante estudiaremos que en algunos casos se suministra calor a una sustancia y, sin embargo, la temperatura no aumenta, de la misma manera que en otros casos un cuerpo cede calor y, sin embargo, su temperatura no disminuye.

A continuación estudiaremos la relación entre el calor suministrado a determinada masa de alguna sustancia y el aumento de su temperatura.

- **Relación entre el calor suministrado y el aumento de la temperatura para una masa constante de una sustancia.** Cuando se suministra calor a una sustancia y, como consecuencia, se produce un aumento de la temperatura, la cantidad de calor suministrado es directamente proporcional con el aumento de temperatura.

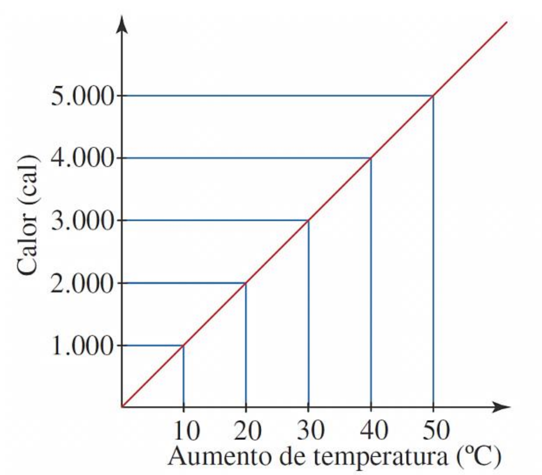

Imagen 8. Gráfica del calor en función de la temperatura

Descripción de la Imagen 8. Gráfica del calor en función de la temperatura, para una masa de 100 g de agua. En el eje horizontal se presenta el aumento de temperatura (°C) es una escala de 10 en 10 hasta 50. En el eje vertical el

Calor (cal) en una escala de 1000 en 1000 hasta 5000. Una recta empezando desde el origen une los puntos (10, 1000), (20, 2000), (30, 3000), (40, 4000) y (50, 5000).

En la Imagen 8 se muestra una representación gráfica del calor en función del aumento de la temperatura para 100 gramos de agua. También se cumple que cuando la sustancia cede calor, el calor cedido es directamente proporcional a la disminución de la temperatura.

- **Relación entre el calor suministrado y la masa para un aumento constante de temperatura de una misma sustancia**. Cuando se suministra calor a diferentes masas de la misma sustancia y en todos los casos se produce el mismo aumento de la temperatura, el calor suministrado es directamente proporcional con la masa de sustancia.

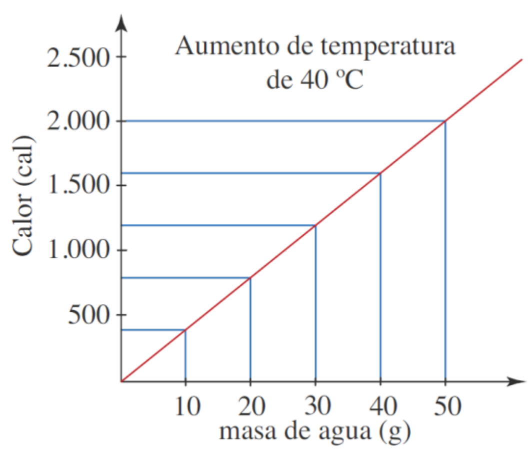

Imagen 9. Calor cedido

Descripción de la Imagen 9. Calor cedido. En el eje horizontal se presenta la masa de agua (g) es una escala de 10 en 10 hasta 50. En el eje vertical el Calor (cal) en una escala de 500 en 500 hasta 2500. Una recta empezando desde el origen une los puntos (10, 400), (20, 800), (30, 1200), (40, 1600) y

(50, 2000). El calor cedido es directamente proporcional a la masa de agua, cuando el aumento en la temperatura es constante.

En la Imagen 9, se muestra una gráfica que representa el calor suministrado a diferentes masas de agua en las cuales se produce un aumento de temperatura de 40 °C.

De la misma manera, cuando la sustancia cede calor, el calor cedido es directamente proporcional con la masa de la sustancia.

- **Relación entre el calor suministrado y el material del cual está constituida la sustancia para masas y aumentos de temperatura constantes**. Cuando se suministra calor a iguales masas de diferentes sustancias en las cuales se producen iguales aumentos de la temperatura, el calor suministrado depende del material del cual están constituidas las sustancias.

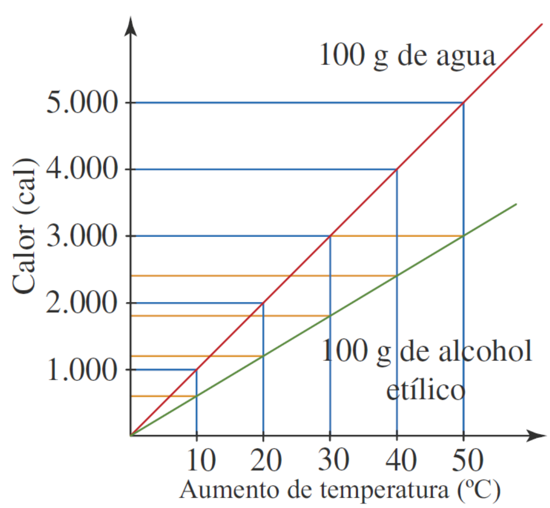

Imagen 10. Suministro de calor a sustancias

Descripción de la Imagen 10. Suministro de calor a sustancias. Se muestran dos rectas en una misma gráfica, una para 100 g de agua, y otra para 100 g *de alcohol etílico. En el eje horizontal se presenta el aumento de temperatura (°C) es una escala de 10 en 10 hasta 50. En el eje vertical se presenta Calor (cal) en una escala de 1000 en 1000 hasta 5000. Para el agua, una recta empezando desde el origen une los puntos (10, 1000), (20, 2000), (30, 3000), (40, 4000) y (50, 5000). Para el alcohol etílico, una recta empezando desde el origen une los puntos (10, 600), (20, 1200), (30, 1800), (40, 2400) y (50, 3000). Masas iguales de agua y alcohol requieren de una cantidad diferente de calor para que se produzca el mismo aumento de la temperatura.*

En la Imagen 10, se muestran dos graficas que representan el calor en función del aumento de temperatura para 100 gramos de agua y 100 gramos de alcohol etílico. Se puede observar que para aumentar en 50 °C la temperatura de 100 g de agua se requiere suministrar más calor que para aumentar en 50 °C la temperatura de 100 g de alcohol etílico.

Este resultado sugiere que el calor suministrado para aumentar la temperatura de 1 gramo de una sustancia en 1 °C depende del material. Esta propiedad de la materia se mide a través del calor específico.

Definición:

El calor específico, ce, de un material es la cantidad de calor que se debe suministrar a un gramo de una sustancia para que su temperatura aumente en un grado centígrado.

El calor específico es una característica propia de cada material. Por ejemplo, si se consideran dos masas iguales de sustancias con diferente calor específico, para que su temperatura aumente en la misma cantidad, se le debe suministrar más calor a la sustancia cuyo calor específico es mayor.

De acuerdo con la gráfica de la Imagen 10 tenemos que el calor específico del agua es mayor que el calor especifico del alcohol etílico. Así mismo, cuando la temperatura disminuye en igual cantidad, la sustancia cuyo calor específico es mayor debe ceder más calor.

La unidad del calor específico en el Sistema Internacional de Unidades es el julio sobre kilogramo por Kelvin (J/kg ? K), sin embargo, se puede expresar también en calorías sobre gramo por grado centígrado (cal/g · °C).

Tabla 4. Calor específico de algunas sustancias

Sustancia	**cal/g · °C**	**J/Kg · K**
Agua	1	4.186
Aire	0,24	1.003
Alcohol etílico	0,6	2.511
Aluminio	0,22	920
Cobre	0,09	376
Hielo	0,53	2.215
Hierro	0,12	502
Mercurio	0,03	126

En la tabla 8.1se indica la medida del calor específico de algunas sustancias. Por ejemplo, el agua tiene un calor específico de 4.186 J/kg · K. Esto significa que para aumentar la temperatura de 1 kg de agua en 1 K se requiere de 4.186 J.

Como lo hemos analizado, el calor Q suministrado a una sustancia o el calor cedido por la sustancia para que, respectivamente, se produzca un aumento o disminución de temperatura, depende de tres factores:

- De la masa *(m)* del cuerpo.

- Del calor especifico c_e.
- De la variación de la temperatura ΔT (delta T mayúscula), $\Delta T = T_f - T_i$ donde T_i es la temperatura inicial y T_f es la temperatura final.

De esta forma, la cantidad de calor Q (Q mayúscula) se expresa como:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$$

La ecuación se lee, Q = m · c_e · delta T.

Al analizar esta expresión, se observa que, si la temperatura aumenta, es decir, si la temperatura final T_f es mayor que la temperatura inicial T_i tenemos que la variación de la temperatura ΔT *(delta T)* es positiva, y, en consecuencia, el calor es positivo. Esto significa que cuando se suministra calor a una sustancia, el valor de dicho calor absorbido por la sustancia es positivo. Si la temperatura disminuye, entonces ΔT *(delta T)* es negativo y, en consecuencia, el calor cedido por la sustancia es negativo.

Ejemplo

Comparar la cantidad de calor que se debe suministrar a 1.000 g de agua para que su temperatura varíe de 40 °C a 70 °C, con la cantidad de calor que se debe suministrar a 1.000 g de hierro para que su temperatura varíe entre los mismos valores.

Solución

Para calcular la cantidad de calor según las condiciones indicadas en el caso del agua, tenemos:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$$

La ecuación se lee, Q = m · c e · delta T.

Al reemplazar:

$$Q = 1000\ g \cdot 1 \frac{cal}{g} \cdot °C \cdot (70\ °C\ - 40\ °C)$$

La ecuación se lee, Q = 1000 g· 1 cal/g·°C ·(70 °C -40 °C).

Al calcular se tiene:

Q =3600 cal

La cantidad de calor que se debe suministrar a 1.000 gramos de hierro para que su temperatura aumente 30 °C es 3.600 cal.

Al comparar los dos valores, observamos que aun cuando se trata de la misma masa y del mismo aumento de temperatura, en el caso del hierro se requiere menor cantidad de calor.

El equilibrio térmico

Como lo hemos enunciado, cuando dos cuerpos se ponen en contacto a diferente temperatura, después de determinado tiempo alcanzan la misma temperatura. En este caso se dice que los dos objetos alcanzan el equilibrio térmico.

Si los cuerpos en contacto no están a la misma temperatura es porque no han alcanzado el equilibrio térmico.

Durante el tiempo que transcurre mientras los dos cuerpos alcanzan el equilibrio térmico se transfiere calor desde el cuerpo de mayor temperatura hacia el cuerpo de menor temperatura.

Es decir, que el cuerpo cuya temperatura inicialmente era menor absorbe una cantidad de calor Q_{abs} igual en valor absoluto, aunque de diferente signo, que la cantidad de calor que cede Q_{ced} el cuerpo que cuya temperatura inicialmente era mayor. Por ende, tenemos:

$$Q_{abs} -Q_{ced}$$

Ejemplo

Para calcular el calor específico del plomo se toma una pieza de 100 g de dicho metal a temperatura de 97 °C y se introduce en 200 cm3 de agua a 8 °C contenidos en un vaso de icopor, el cual es aislante. Una vez agitada el agua con la pieza de metal en su interior, la temperatura se estabiliza en 9,4 °C. Calcular el calor específico del plomo.

Solución

La masa de 200 cm^3 de agua es 200 g, debido a que la densidad de agua es 1 g/cm^3. El calor absorbido por el agua, Q_{abs}, es:

$$Q_{abs} = m_{agua} \cdot c_{e\ agua} \cdot (Tf - T_i)$$

$$Q_{abs} = 200 \text{ g} \cdot 1 \text{ cal/(g·°C)} \cdot (9{,}4 \text{ °C} - 8 \text{ °C}) = 280 \text{ cal}$$

Para el calor cedido por el plomo, Q_{ced}, tenemos:

$$Q_{ced} = m_{plomo} \cdot c_{e\ plomo} \cdot (Tf - T_i)$$

$$Q_{ced} = 100 \text{ g} \cdot c_{e\ plomo} \cdot (9{,}4 \text{ °C} - 97 \text{ °C}) = -8{,}76 \text{ g °C} \cdot c_{e\ plomo}$$

Puesto que:

$$Q_{abs} = - Q_{ced}$$

Al reemplazar:

$$280 \text{ cal} = 8{,}76 \text{ g °C} \cdot c_{e\ plomo}$$

$$c_{e\ plomo} = 0{,}032 \text{ cal/(g·°C)}$$

El calor especifico del plomo es 0,032 cal/(g · °C).

Podemos observar que aunque el calor absorbido, en valor absoluto, es igual al calor cedido, los cambios de temperatura para las dos sustancias son diferentes.

La transmisión del calor

Cuando hay una diferencia en la temperatura de dos cuerpos o entre dos partes del mismo cuerpo, se establece espontáneamente transmisión de calor que puede producirse por conducción, por convección o por radiación, A continuación estudiamos estas diferentes formas de transmisión del calor.

Conducción del calor

La conducción del calor es la forma en que el calor se transmite en los cuerpos sólidos. Es importante tener en cuenta que la transmisión de calor por conducción a través de un cuerpo no implica transporte de materia a lo largo del cuerpo.

Esta forma de transmisión del calor se puede experimentar cuando colocamos al fuego uno de los extremos de una varilla metálica; después de un tiempo, en realidad bastante corto, la temperatura del otro extremo de la varilla aumenta.

Este proceso de transmisión del calor se explica en virtud de que las moléculas del cuerpo más próximas a la fuente de calor absorben energía que se manifiesta en forma de energía cinética y durante el proceso de conducción la energía cinética de las moléculas vecinas aumenta, de tal manera que después de un tiempo ha aumentado la energía cinética de todas las moléculas del cuerpo.

En el caso de los sólidos, los átomos ocupan posiciones casi fijas y describen un movimiento de vibración, de tal manera que cuando la temperatura de un sólido aumenta, cada átomo se aleja mayor distancia a partir de la posición con respecto a la cual vibra.

En los metales, los electrones de valencia, relativamente libres, que están situados cerca de la fuente de calor aumentan su energía cinética y, por colisiones, la trasfieren a los electrones más cercanos a ellos. Este hecho hace que los metales sean buenos conductores del calor. Existen muchos solidos que no son buenos conductores de calor, a estos solidos se les denomina aislantes térmicos.

Consideremos una placa de espesor e, cuyas caras son planas y su área es A. Además supongamos que la temperatura en una de sus caras, la cara 1, es T_1 y la temperatura en la otra cara, la cara 2, es T_2, donde T_1 es mayor que T_2.

Según lo enunciado, el calor se propaga de la cara 1 a la cara 2, si ΔQ *(delta Q)* es la cantidad de calor que se propaga a través de la placa durante un intervalo de tiempo Δt *(delta t)*, la cantidad de calor que se transmite de una cara de la placa a la otra por unidad de tiempo es $\Delta Q/\Delta t$ *(delta Q/delta t)*. Esta cantidad indica la rapidez con la cual se propaga el calor. La rapidez con la cual se propaga el calor es directamente proporcional al área A de las caras, lo cual significa que cuanto mayor es el área a través de la cual se propaga el calor, mayor es la rapidez con la cual este se propaga.

Por otra parte, la rapidez con la cual se propaga el calor es proporcional a la diferencia de temperatura, $T_1 - T_2$, entre las caras de la placa. Además, la rapidez con la cual se propaga el calor y el espesor e de la placa son inversamente proporcionales, es decir que cuanto mayor es el espesor de la placa, menor es la rapidez con la cual se propaga el calor. De acuerdo con estos resultados, la rapidez con la cual se propaga el calor se expresa como:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{e}$$

La ecuación se lee, delta Q/delta t = [k·A· (T_1 menos T_2)]/e.

Donde la constante k se llama conductividad térmica del material.

Cuando el calor se propaga a través de un sólido lo hace con mayor o con menor rapidez, dependiendo del material del cual está constituido. Por tanto, se dice que los sólidos a través de los cuales se propaga calor por conducción con mayor rapidez, tienen mayor conductividad térmica.

En otras palabras, la conductividad térmica es una propiedad física de los materiales que mide la capacidad de conducción del calor. En la tabla 5 se muestran algunos valores de la conductividad térmica.

El inverso de la conductividad térmica es la resistividad térmica, que es la capacidad de los materiales para oponerse a la propagación del calor.

Por ejemplo, los termos se construyen con dos recipientes, uno dentro del otro y se procura que prácticamente no haya aire entre ellos. Con este diseño se logra que al depositar en el una sustancia a una determinada temperatura, la transmisión de calor por conducción del interior hacia el exterior sea mínima.

Tabla 5. Conductividad térmica de algunas sustancias

Sustancia	**Cal/cm · s · °C**
Aluminio	0,5
Cobre	0,92
Plata	1
Asbesto	$1{,}4\times10^{-3}$
Losa	$1{,}6\times10^{-3}$
Corcho	$1{,}0\times10^{-4}$
Vacío	0
Vidrio Pirex	$2{,}6\times10^{-3}$

De igual manera, si en el interior se deposita una sustancia a baja temperatura, la transmisión de calor por conducción del exterior hacia el interior es mínima. Así se logra que la variación de la temperatura de la sustancia sea mínima.

Ejemplo

El vidrio de una ventana de un edificio mide 2 metros de ancho por 6 metros de largo y tiene un espesor de 0,5 cm. Si la temperatura de la superficie exterior del vidrio es 30 °C y la temperatura de la superficie interior es 20 °C, calcular el calor que se propaga a través del vidrio durante 10 segundos, suponiendo que se trata de vidrio Pirex.

Solución

El área a través del cual fluye el calor es:

$$A = 200 \text{ cm} \cdot 600 \text{ cm} = 1{,}2\times10^{5} \text{ cm}^2$$

Para la rapidez con la cual se propaga el calor a través del vidrio tenemos:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{k\cdot A\cdot(T_1-T_2)}{e}$$

La ecuación se lee, delta Q/delta t = [k·A· (T_1 menos T_2)]/e.

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{(2{,}6\times 10^{-3}\ \mathrm{cal/cm\cdot s\cdot °C})\cdot(1{,}2\times 10^{5}\ \mathrm{cm^2})\cdot(30\ \mathrm{°C}-20\ \mathrm{°C})}{0{,}5\ cm}$$

La ecuación se lee, delta Q/delta t = [2,6×10 $^{-3}$ cal/cm·s·°C)·(1,2×10 ^{5} cm^2)·(30 °C −20 °C)]/(0,5 cm).

Al hacer el cálculo:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t}=6240\ \mathrm{cal/s}$$

La ecuación se lee, delta Q/delta t = 6240 cal/s.

El calor que fluye a través del vidrio durante 10 segundos es:

6.240 cal/s · 10 s = 62.400 cal.

Convección del calor

La convección del calor es la forma en que el calor se propaga en los líquidos y en los gases. Es importante tener en cuenta que la transmisión de calor por convección implica transporte de materia.

Esta forma de transmisión del calor se puede experimentar cuando colocamos las manos cerca de la parte superior de una superficie caliente y experimentamos un aumento en la temperatura.

El proceso de transmisión del calor se presenta cuando al calentarse el aire cercano a la superficie terrestre, su temperatura aumenta y, en consecuencia, su densidad disminuye, esto ocasiona que dichas partículas asciendan y aquellas partículas de aire a menor temperatura descienden, generando de esta manera corrientes de convección.

Radiación del calor

La radiación del calor es la forma en que el calor se transmite aun cuando no haya medio material. Este tipo de transmisión se produce mediante la propagación de ondas electromagnéticas como la luz, la radiación infrarroja y la radiación ultravioleta.

En este proceso de transmisión del calor, al incidir las ondas electromagnéticas sobre un cuerpo pueden agitar las partículas cargadas eléctricamente de su interior y, de esta manera, transferir energía, lo cual se manifiesta como un aumento de temperatura.

La energía transportada por un tipo de ondas electromagnéticas depende de la naturaleza de las mismas. Así, las ondas ultravioleta son más energéticas que las de luz visible y estas a su vez son más energéticas que las ondas de radiación infrarroja.

Mediante esta forma de transmisión se propaga el calor proveniente del Sol, a pesar de que entre él y la atmosfera terrestre no hay una sustancia que permita su difusión por conducción o por convección, debido a que en el espacio exterior a la atmosfera, las partículas son muy escasas.

La dilatación

Al aumentar la temperatura de una sustancia, sea un sólido, liquido o un gas, aumenta también el movimiento de las moléculas que la forman, generando cierta separación entre sí. Esto provoca que dicha sustancia, por lo general, presente un aumento en su volumen en relación con su volumen original, es decir, que se dilate. En el caso contrario, es decir, en una disminución de temperatura, las moléculas se acercan y se reduce el tamaño de la sustancia, fenómeno denominado contracción.

La dilatación se evidencia en algunas grietas que aparecen en las carreteras por efecto de la absorción de calor por parte del asfalto en épocas de verano, o en la ascensión del mercurio por el tubo del termómetro cuando aumenta la temperatura.

En el diseño de los puentes, los ingenieros deben tener en cuenta la dilatación de los materiales utilizados para su construcción, razón por la cual se les acondicionan junturas para que en el proceso de dilatación por aumento de la temperatura no se produzcan tensiones que puedan ocasionar danos en la estructura.

Dilatación en sólidos

La dilatación en un sólido se presenta en sus tres dimensiones, por tanto, se puede considerar la **dilatación lineal**, la **dilatación superficial** y la **dilatación volumétrica**.

Dilatación lineal

Cuando una varilla larga experimenta un aumento de temperatura, también experimenta dilatación en todas las direcciones, sin embargo, el aumento de su longitud es considerablemente mayor que el aumento de su diámetro. Por esta razón, estudiamos lo que se conoce como dilatación lineal.

Consideremos que la longitud de una varilla es L_0 (L mayúscula 0) cuando su temperatura es T_0 (T mayúscula 0) y que al aumentar la temperatura en ΔT *(delta T mayúscula)*, el aumento de la longitud es ΔL *(delta L mayúscula)*. Es decir, que cuando la temperatura es $T_0 + \Delta T$ *(T_0 + delta T)*, la longitud de la varilla es $L_0 + \Delta L$ *(L_0 + delta L)*. Con respecto a la dilatación lineal se puede observar que:

- La variación de la longitud ΔL *(delta L mayúscula)*, de una varilla es directamente proporcional al cambio de temperatura ΔT *(delta T mayúscula)*.
- La variación de longitud ΔL *(delta L mayúscula)* es directamente proporcional a la longitud inicial de la varilla, L_0.

Estas relaciones de proporcionalidad se expresan como:

$$\Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T$$

La ecuación se lee, delta L = alfa · L_0 · delta T.

La cantidad α (letra griega alfa) se llama **coeficiente de dilatación lineal** y su valor de pende del material del cual está constituida la varilla. Su unidad de medida es el $°C^{-1}$ (°C a la −1). En la tabla 6, se muestra el coeficiente de dilatación lineal para algunas sustancias.

Tabla 6. Coeficientes de dilatación lineal

Sustancia	**α (alfa) $°C^{-1}$ (°C a la −1)**
Acero	11×10^{-6}
Aluminio	25×10^{-6}
Cobre	17×10^{-6}
Hierro	12×10^{-6}
Vidrio	9×10^{-6}

Ejemplo

Un ingeniero proyecta la construcción de un puente de acero de 20 m de longitud. Si la diferencia máxima de temperaturas durante el día es 20 °C, determinar la longitud que debe dejar libre para que el puente se dilate sin deformarse.

Solución

La longitud que debe dejar libre es igual a la variación de la longitud del puente, por tanto,

$$\Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T$$

La ecuación se lee, delta L = alfa · L_0 · delta T.

$$\Delta L = (11 \times 10^{-6}\ °\mathrm{C}^{-1}) \cdot 20\ m \cdot 20\ °C = 4{,}4 \times 10^{-3}\ m$$

La ecuación se lee, delta L =(11×10 $^{-6}$ °C a la −1) · 20 m · 20 °C = 4,4×10 $^{-3}$ m.

La longitud que debe dejar libre para que el puente se dilate sin deformarse es 4,4×10 $^{-3}$ m , esto es 4,4 milímetros.

Dilatación superficial

Si el sólido tiene forma de lámina, la dilatación afecta sus dos dimensiones y se produce dilatación superficial. En este caso, la variación del área de la lámina es proporcional al área inicial A_0 y al cambio de temperatura Δ*T (delta T mayúscula)*, por tanto:

$$\Delta A = \beta \cdot A_0 \cdot \Delta T$$

La ecuación se lee, delta A = beta · A_0 · delta T.

Donde para el coeficiente de dilatación superficial ß (letra griega beta) se cumple que ß = 2 · ɑ (beta = 2·alfa), siendo ɑ (alfa) el coeficiente de dilatación lineal.

Dilatación volumétrica

Si ninguna de las dimensiones se destaca sobre las otras, las tres dimensiones se dilatan produciéndose así dilatación cubica o volumétrica.

Consideremos ahora que un cuerpo de volumen V_0 se somete a una variación de temperatura ΔT *(delta T mayúscula)*, entonces la variación del volumen ΔV *(delta V mayúscula)*, es directamente proporcional

al cambio de la temperatura y también es directamente proporcional al volumen inicial del cuerpo, V_0. Esto se expresa como:

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

La ecuación se lee, delta V = gamma · V_0 · delta T.

La cantidad γ (letra griega gamma) se denomina **coeficiente de dilatación volumétrica** y su valor depende del material del cual está constituido el cuerpo. Se expresa en °C $^{-1}$ (°C a la −1).

Tabla 7. Coeficientes de dilatación volumétrica

Sustancia	**γ (gamma) °C^{-1} (°C a la −1)**
Amoniaco	2450×10^{-6}
Alcohol	1100×10^{-6}
Agua	200×10^{-6}
Glicerina	500×10^{-6}
Mercurio	180×10^{-6}

En la tabla 7, se presenta el coeficiente de dilatación volumétrica para algunas sustancias. El coeficiente de dilatación volumétrica de un material es aproximadamente igual al triple del coeficiente de dilatación lineal, es decir, $\gamma = 3 \cdot \alpha$ (gamma = 3·alfa), siendo α (alfa) el coeficiente de dilatación lineal.

Es importante notar que un recipiente se dilata como si fuera macizo. Por ejemplo la dilatación de un vaso de acero se produce como si el vaso estuviera completamente lleno de acero. Así mismo, si aumentamos la temperatura de una regla de acero, el efecto será semejante al de un aumento fotográfico. Las líneas que estaban igualmente distanciadas seguirán igualmente distanciadas, pero los espacios serán ligeramente mayores. De igual modo, la anchura de la regla será levemente mayor. Si la regla tiene un agujero, este se hará mayor, al igual que ocurriría con una ampliación fotográfica.

Dilatación en líquidos

Cuando se aumenta la temperatura de un líquido se debe tener en cuenta que a la vez que el líquido se dilata, también se dilata el recipiente que lo contiene. Los líquidos tienen mayores coeficientes de dilatación que los sólidos aunque no son constantes: varían con la temperatura. El mercurio es el líquido con coeficiente de dilatación más constante por eso se usa en los termómetros.

Aunque la mayoría de las sustancias se dilatan al calentarse, el comportamiento del agua a temperaturas comprendidas entre 0 °C y 4 °C es diferente.

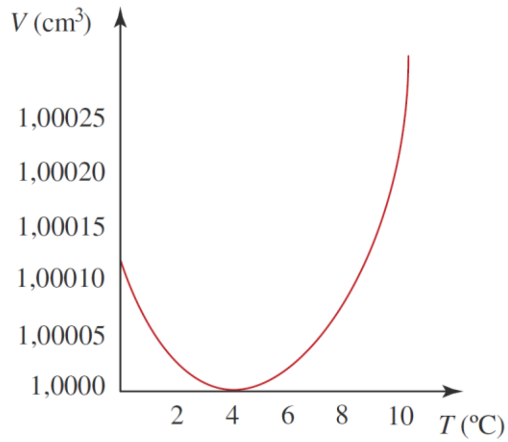

Imagen 11. Cambio de temperatura y volumen

Descripción de la Imagen 11. Cambio de temperatura y volumen. Se presenta una gráfica de temperatura T (°C) en una escala de 2 en 2 hasta 10, contra Volumen V (cm^3) en una escala desde 1,0000 hasta 1,00025. La curva tiene semejanza con una parábola que inicia en el punto (0, 1,00010) y tiene un mínimo en (4, 0) y aumenta de nuevo.

En la Imagen 11 se puede observar que el volumen es mínimo y por ende la densidad es máxima a 4 °C. De esta manera, cuando se aumenta la temperatura de una cantidad de agua cuyo valor esta entre 0 °C y 4 °C, se contrae en lugar de dilatarse. Al introducir agua en un refrigerador, esta se dilata. Si la densidad del hielo fuera mayor que la densidad del agua, el hielo formado en la superficie de lagos y mares se hundiría, dando lugar a una nueva formación de hielo que también se hundiría y como resultado, toda el agua se congelaría y no habría vida acuática.

Ejemplo

Se llena a ras un recipiente de aluminio con 1.000 cm^3 de agua. La temperatura del sistema es 40 °C. Si la temperatura disminuye en 15

°C, determinar la cantidad de agua que a 15 °C debe añadirse para que el recipiente quede nuevamente a ras.

Solución

Para determinar la variación del volumen del agua tenemos:

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

La ecuación se lee, delta V = gamma · V_0 · delta T.

$$\Delta V = (200 \times 10^{-6}\ °\text{C}^{-1}) \cdot 1000\ \text{cm}^3 \cdot (-25\ °\text{C})$$

La ecuación se lee, delta V =(200×10 $^{-6}$°C a la −1)·1000 cm^3·(−25 °C).

Calculando se tiene:

$$\Delta V = -5\ \text{cm}^3$$

La ecuación se lee, delta V = −5 cm^3.

El volumen del agua disminuye en 5 cm^3.

Para determinar la variación del volumen del recipiente de aluminio, determinamos el coeficiente de dilatación volumétrica del aluminio a partir del coeficiente de dilatación lineal,

$$\gamma = 3 \cdot \alpha = 3 \cdot (25 \times 10^{-6}\ °\text{C}^{-1}) = 75 \times 10^{-6}\ °\text{C}^{-1}$$

La ecuación se lee, gamma = 3·alfa = 3 · (25×10 $^{-6}$°C a la −1) = 75×10 $^{-6}$°C a la −1.

Calculando el cambio de volumen:

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

La ecuación se lee, delta V = gamma · V_0 · delta T.

$$\Delta V = (75 \times 10^{-6}\ °\mathrm{C}^{-1}) \cdot 1000\ \mathrm{cm}^3 \cdot (-25\ °\mathrm{C}) = -1{,}9\ \mathrm{cm}^3$$

La ecuación se lee, delta V =(75×10 $^{-6}$°C a la −1)·1000 cm^3·(−25 °C) = −1,9 cm^3.

El volumen del recipiente disminuye en 1,9 cm^3. Por tanto, se deben añadir 3,1 cm^3 de agua.

Dilatación en gases

Cuando se aumenta la temperatura de un gas, pueden producirse dos fenómenos:

- **Si la presión no varía, el volumen del gas aumenta**. Esto se debe a que la energía suministrada al gas se emplea en aumentar la energía cinética de las moléculas, aumentando el volumen en forma proporcional a la temperatura medida en kelvin.
- **Si el volumen del gas no varía, la presión del gas aumenta**. En este caso no se produce dilatación, puesto que no hay cambio de volumen.

En días calurosos, la presión del aire contenido en las llantas de un automóvil aumenta debido al incremento de la temperatura. En este caso se puede considerar que la variación del volumen es mínima.

Desarrolla tus competencias

1. Un termo consta de dos recipientes separados por una zona de vacío. Cada recipiente, así como la zona de vacío, evita una forma de propagación del calor.

Por lo tanto, los recipientes del termo cumplen la función de:

a. Propagar el calor más rápido de lo normal.
b. Aislar térmicamente del interior sustancias más calientes del exterior.
c. Aislar térmicamente del exterior las sustancias que hay en el interior, manteniendo la temperatura.
d. Conducir el calor lentamente.

2. Un alumno menciona que al abrir la ventana de su casa sintió cómo el frío ingresaba a su cuerpo. Mencionar cuál es la verdadera razón por la cual el niño tuvo la sensación de frío.

a. Porque el aire tiene una temperatura menor que la de su cuerpo; por eso se propaga más rápido.
b. Porque la temperatura de su cuerpo, al ser mayor que la del ambiente, se disipó al exterior.
c. Porque el calor de su cuerpo se propaga al medio ambiente, al ser la temperatura del niño mayor que la del aire exterior.
d. Porque la temperatura del aire es igual a la temperatura del cuerpo.

3. Las corrientes de aire frío y caliente que existen dentro de un refrigerador se deben a:

a. La radiación del calor.

    b. Las corrientes de convección.
    c. Un proceso de conducción.
    d. Radiaciones electromagnéticas.

4. Indica el mecanismo de transferencia de energía térmica que tiene lugar en cada caso.
    a. Calentamiento del agua de mar por la energía procedente del Sol.
    b. Aumento de temperatura al calentar agua en una estufa eléctrica.
    c. Calentamiento de una viga metálica en un incendio.
    d. El aumento de temperatura en una persona cuando ingresa a un baño turco.
    e. Calentamiento de aire en un globo.

5. Realiza el experimento:

Consigue 3 vasos con agua a diferentes temperaturas con sensación térmica para cada uno: fría, tibia y caliente. Sumerge al tiempo, un dedo en la fría y en la caliente y luego compara con la tibia. ¿Sientes los dedos a la misma temperatura al ponerlos en agua tibia? Explica tu respuesta.

6. Escribe V, si la afirmación es verdadera o F, si es falsa. Justifica tus respuestas.
  a. Cuanto mayor es la masa de un cuerpo, mayor es el calor específico de la sustancia que lo forma.
  b. Si envolvemos con un abrigo de piel un trozo de hielo, este se derrite más rápido debido a que la piel calienta.
  c. El calor se propaga en el vacío por radiación.
  d. El calor es una medida de la energía cinética que poseen las moléculas que forman un cuerpo.

e. La unidad de calor específico en el Sistema Internacional es cal/g °C.

7. Investiga sobre el termostato, cuál es el fenómeno que lo hace útil y en qué aparatos se utiliza.

8. Si tocamos un trozo de mármol y otro de madera que se encuentran a la misma temperatura nos parecerá que la madera está a mayor temperatura que el mármol.

a. Explica por qué se tiene esta sensación aparente.

b. ¿Cómo se podría demostrar que la sensación coincide con la realidad?

Actividades

1. Siempre que un cuerpo recibe calor, ¿aumenta su temperatura?

2. Si un cuerpo pierde calor, ¿disminuye necesariamente su temperatura?

3. En la experiencia de Joule: ¿qué pasa con la energía de la pesa? ¿De dónde procede el calor que aumenta la temperatura del agua?

4. Realiza la conversión a °C, y Kelvin y expresa la diferencia de temperaturas en °C y en K.

   a. Temperatura inicial = 100 °C, Temperatura final = 200 °C.
   b. Temperatura inicial = 273 K, Temperatura final = 300 K.
   c. Temperatura inicial = 300 K, Temperatura final = 30 °C.
   d. Temperatura inicial = 230 °C, Temperatura final = 200 °C.

5. Escribe de menor a mayor las siguientes temperaturas.

   a. 100 °C
   b. 350 K
   c. 200 °F

6. Indica cuáles de los siguientes enunciados corresponden a calor o temperatura.

   a. La unidad en el SI es el julio.
   b. Se mide con un termómetro.
   c. Depende de la masa.
   d. Es una forma de energía.
   e. Se mide con un calorímetro.
   f. No depende de la masa.
   g. Se expresa en grados.
   h. Es una medida de energía interna.

7. ¿Es correcto afirmar que las diferencias de temperatura tienen el mismo valor en grados centígrados que en kelvin?

8. ¿Por qué la temperatura de las estrellas puede llegar a millones de grados y, sin embargo, existe un límite inferior de temperaturas y no se pueden obtener temperaturas por debajo de 0 K o −273,15 °C?

9. Si tres bolas de igual masa, de sustancias distintas (cobre, plomo y estaño) que están a la misma temperatura de 60 °C se colocan sobre una fina lámina de cera.

a. ¿Qué bola atravesará antes la lámina?

b. ¿Cuál lo hará en último lugar? Justifica tu respuesta.

10. ¿Por qué se utiliza el agua como refrigerante de los motores de los automóviles?

11. Si llenas un globo con agua y lo pones en contacto con una llama, ¿qué crees que sucederá?

12. Explica qué significa que un cuerpo tenga mayor calor específico que otro.

13. Explica por qué un termo puede mantener el agua caliente.

14. Cuando los recipientes que se muestran en la figura se llenan con agua caliente, la temperatura del recipiente negro disminuye más rápidamente. ¿Explica a qué se debe esto?

15. ¿Existe algún límite para el valor más alto de temperatura que se puede alcanzar? ¿Y para el valor más bajo?

16. Si se deja un refrigerador con la puerta abierta dentro de un cuarto cerrado, ¿se enfriará la habitación?

17. Mientras las manos se frotan, ¿cuál de ellas se calienta? ¿Pasa calor de una a la otra, o las dos reciben calor a la vez? ¿De dónde proviene ese calor?

18. Dos cafeteras de igual forma contienen, cada una, un litro de café a 70 °C. Una es de aluminio y la otra de acero inoxidable. Transcurridos unos minutos, ¿de qué cafetera servirías café?

Transcurrido mucho tiempo, ¿sería importante elegir alguna cafetera en particular?

19. Cuando una persona siente frío tiende a temblar o sentir escalofríos. ¿Cómo justificas este comportamiento?

20. Se desea hervir agua que contiene un vaso y el agua que contiene una caneca. Si inicialmente los líquidos se encuentran a la misma temperatura, ¿a cuál de los dos líquidos se le debe proporcionar más calor?

Problemas

1. Expresa en kelvin las siguientes temperaturas.

a. 24 °C

b. 210 °C

c. 72 °F

d. 2460 °F

2. Un termómetro de escala Fahrenheit mide la temperatura corporal en 98 °F. ¿Cuál es la lectura correspondiente en grados Celsius y en Kelvin?

3. Una tina contiene 50 L de agua a 70 °C. ¿Cuántos litros de agua a 20 °C tendrás que añadir para que la temperatura final sea de 40 °C?

4. Una tina contiene 50 L de agua a 25 °C. Si el caudal del grifo es de 5 L/min, ¿cuánto tiempo será preciso abrir el grifo para que salga agua caliente a 80 °C y conseguir que la temperatura final del agua sea de 40 °C?

5. ¿En qué punto las escalas de temperatura Celsius y Fahrenheit son iguales?

6. Una varilla de hierro tiene una longitud de 5 m a una temperatura de 15 °C. ¿Cuál será su longitud al aumentar la temperatura a 25 °C?

7. Una vasija de vidrio cuyo volumen es exactamente 1.000 cm^3 a 0 °C se llena por completo de mercurio a dicha temperatura. Cuando se calienta la vasija y el mercurio hasta 100 °C se derraman 15,8 cm^3 de Hg. Si el coeficiente de dilatación cúbica del mercurio es 0,000182 $°C^{-1}$, calcula el coeficiente de dilatación lineal del vidrio.

8. La longitud de un cable de aluminio es de 30 m a 20 °C. Sabiendo que el cable es calentado hasta 60 °C y que el coeficiente de dilatación lineal del aluminio es de 24×10^{-6} °C $^{-1}$, determina la longitud final del cable y su dilatación.

9. Un cuerpo a 20 °C se pone en contacto con otro que se encuentra a 293,15 K. ¿Se producirá un flujo de calor entre los cuerpos?

10. En un recipiente hay 100 g de agua a 20 °C. Se agregan 100 g más de agua caliente, de forma que la mezcla queda a 35 °C. ¿A qué temperatura estaba el agua que se agregó?

11. Una taza de café a 100 °C se enfría hasta 20 °C, liberando 800 cal. ¿Qué cantidad de calor se debe proporcionar para calentar el café nuevamente de 20 °C a 50 °C?

12. Se tienen 150 g de agua a 12 °C en un calorímetro de capacidad despreciable, y se mezcla con 50 g de agua a 80 °C. Calcula la temperatura equilibrio.

Bibliografía

Bautista Ballén, M., & Salazar Suárez, F. L. (2011). *Hipertexto Física 1.* Bogotá, Colombia: Santillana.

Nacional, M. d. (2004). *Estándares básicos de competencias en Ciencias Sociales y Ciencias Naturales.* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional MEN.

Pires de Camargo, E., Nardi, R., & Rodriges de Viveros, E. (2012). Análisis del proceso inclusivo del alumno ciego en clases de física moderna. *Góndola*, 6-31.