

Medidas Descriptivas: Ejercicios Integradores

Ejercicio N° 1:

Del total de vuelos de cabotaje correspondientes a la compañía aérea SS que arribaron en un período de seis meses al aeropuerto de cierta ciudad, se quiere analizar el retraso en minutos en el horario de llegada, para lo cual fueron seleccionados al azar del registro 100 vuelos y se obtuvo la siguiente información:

Retraso en minutos		Cantidad de vuelos
3	9	3
9	15	5
15	21	12
21	27	33
27	33	47

- a) Identificar: Población, Muestra y Unidad Estadística

Respuesta:

Población: Todos los de vuelos de cabotaje correspondientes a la compañía aérea SS que arribaron en un período de seis meses al aeropuerto de cierta ciudad.

Muestra: 100 vuelos.

Unidad Estadística: Cada vuelo.

- b) ¿Cuál es la característica analizada y de qué tipo es?

Respuesta:

Característica analizada: Retraso en minutos.

Tipo: Dato Cuantitativo Continuo porque surge de un proceso de medición.

- c) ¿Qué tipo de frecuencia se indica como dato?

Respuesta:

Frecuencia Absoluta Simple (n_i)

- d) Calcular las siguientes frecuencias:

Frecuencia Absoluta Acumulada

Frecuencia Relativa Simple

Frecuencia Relativa Acumulada

Respuesta:

Retraso en minutos	n_i (Frecuencia Absoluta Simple)	N_i (Frecuencia Absoluta Acumulada)	$h_i = n_i / n$ (Frecuencia Relativa Simple)	$H_i = N_i / n$ (Frecuencia Relativa Acumulada)
3	3	3	$3/100 = 0,03$	$3/100 = 0,03$
9	5	$3+5 = 8$	$5/100 = 0,05$	$8/100 = 0,08$
15	12	$3+5+12 = 20$	$12/100 = 0,12$	$20/100 = 0,20$
21	33	$3+5+12+33 = 53$	$33/100 = 0,33$	$53/100 = 0,53$
27	47	$3+5+12+33+47 = 100$	$47/100 = 0,47$	$100/100 = 1$

e) Indicar tipo, simbología y valor de cada frecuencia:

e.1. ¿Qué cantidad de vuelos registran retrasos menores que 9 minutos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Acumulada

Simbología y valor:

$N_1 = 3$

e.2. ¿Qué cantidad de vuelos registran retrasos menores que 15 minutos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Acumulada

Simbología y valor:

$N_2 = 8$

e.3. ¿Qué cantidad de vuelos registran retrasos menores que 21 minutos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Acumulada

Simbología y valor:

$N_3 = 20$

e.4. ¿Qué cantidad de vuelos registran retrasos menores que 27 minutos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Acumulada

Simbología y valor:

$N_4 = 53$

e.6. ¿Qué proporción de vuelos registran retrasos comprendidos entre 3 y 9 minutos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Simple

Simbología y valor:

$h_2 = 3/100$

$h_2 = 0,03$

e.7. ¿Qué proporción de vuelos registran retrasos comprendidos entre 9 y 15 minutos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Simple

Simbología y valor:

$h_2 = 5/100$

$h_2 = 0,05$

e.8. ¿Qué proporción de vuelos registran retrasos comprendidos entre 15 y 21 minutos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Simple
Simbología y valor:
 $h_3 = 12/100$
 $h_3 = 0,12$

e.9. ¿Qué proporción de vuelos registran retrasos comprendidos entre 21 y 27 minutos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Simple
Simbología y valor:
 $h_4 = 33/100$
 $h_4 = 0,33$

e.10. ¿Qué proporción de vuelos registran retrasos comprendidos entre 27 y 33 minutos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Simple
Simbología y valor:
 $h_5 = 47/100$
 $h_5 = 0,47$

e.11. ¿Qué proporción de vuelos registran retrasos menores que 9 minutos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Acumulada
Simbología y valor:
 $H_1 = 3/100$
 $H_1 = 0,03$

e.12. ¿Qué proporción de vuelos registran retrasos menores que 15 minutos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Acumulada
Simbología y valor:
 $H_2 = 8/100$
 $H_2 = 0,08$

e.13. ¿Qué proporción de vuelos registran retrasos menores que 21 minutos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Acumulada
Simbología y valor:
 $H_3 = 20/100$
 $H_3 = 0,20$

e.14. ¿Qué proporción de vuelos registran retrasos menores que 27 minutos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Acumulada
Simbología y valor:
 $H_4 = 53/100$
 $H_4 = 0,53$

e.15. ¿Qué proporción de vuelos registran retrasos menores que 33 minutos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Acumulada
Simbología y valor:
 $H_5 = 100/100$
 $H_5 = 1$

f) Calcular e interpretar las medidas de posición:

y'_{i-1} : límite inferior
 y'_i : límite superior

Media Aritmética para datos agrupados en intervalos:

Retraso en minutos		ni	yi	yi * ni
y'i-1	y'i			
3	9	3	(3+9)/2= 6	3 * 6 = 18
9	15	5	(9+15)/2= 12	12 * 5 = 60
15	21	12	18	18 * 12 = 216
21	27	33	24	24 * 33 = 792
27	33	47	30	30 * 47 = 1410
				$\sum yi * ni = 2496$

$$M(y) = (\sum yi * ni) / n$$

$$M(y) = 2496 / 100$$

$$M(y) = 24,96$$

Mediana para datos agrupados en intervalos:

$$Me = (y'i - 1)j + c_j \frac{\frac{n}{2} - N_{j-1}}{n_j}$$

El procedimiento de cálculo de la Mediana, incluye los siguientes pasos:

- 1) Calculamos **Ni (frecuencia absoluta acumulada)**:

Retraso en minutos		ni	Ni
y'i-1	y'i		
3	9	3	3
9	15	5	8
15	21	12	20
21	27	33	53
27	33	47	100

- 2) Calculamos $n/2 = 100/2 = 50$
- 3) Encontramos N_j = menor **frecuencia absoluta acumulada** que supera a $n/2$.
 $N_j = 53 \rightarrow 21 \quad 27$
 $N_j = 53$ esta frecuencia corresponde al cuarto intervalo, por lo tanto el valor de la Mediana estará comprendido entre 21 y 27

El intervalo que contiene el valor de la mediana se denomina "intervalo de Mediana" y lo identificamos como el intervalo j. En este caso **j=4** porque la Mediana se encuentra en el cuarto intervalo.

$y'_{i-1} = 21$ límite inferior del intervalo de Mediana
 $y'_i = 27$ límite superior del intervalo de Mediana

- 4) c_j = amplitud del intervalo. Se obtiene mediante la diferencia de los límites correspondientes al intervalo j . La amplitud es la diferencia entre el límite superior y el límite inferior del intervalo de Mediana.

En el caso planteado:

$$c_j = 27 - 21$$

$$c_j = 6$$

- 5) N_{j-1} = **frecuencia absoluta acumulada** correspondiente al intervalo anterior al que contiene la Mediana. En este caso es la **frecuencia absoluta acumulada** correspondiente al intervalo 3:

$$N_{j-1} = 20$$

- 6) n_j = **frecuencia absoluta simple** correspondiente al intervalo de mediana. En este caso es la **frecuencia absoluta simple** correspondiente al intervalo 4:

$$n_j = 33$$

Reemplazamos en la fórmula:

$$Me = (y'_{i-1} - 1)j + c_j \frac{\frac{n}{2} - N_{j-1}}{n_j}$$

$$Me = 21 + 6 \left(\frac{50 - 20}{33} \right)$$

$$Me = 21 + 5,45$$

$$Me = 26,45$$

Interpretación del valor obtenido de la Mediana:

El 50% de los retrasos son menores que 26,45 minutos.

Moda para datos agrupados en intervalos:

$$Md = (y'_{i-1} - 1)j + c_j \frac{d_1}{d_1 + d_2}$$

El procedimiento de cálculo de la Moda, incluye los siguientes pasos:

1)

Retraso en minutos		n_i
y'_{i-1}	y'_i	
3	9	3
9	15	5
15	21	12
21	27	33
27	33	47
Md		

$n_j = 47$ mayor **frecuencia absoluta simple**

$n_j = 47 \rightarrow 27 \quad 33$ Intervalo modal

El intervalo al cual le corresponde esta frecuencia, es el que contiene el valor de la Moda, por lo tanto, la Moda se encuentra comprendida entre 27 y 33

El intervalo que contiene el valor de la moda se denomina "intervalo modal" y lo

identificamos como el intervalo j , en este caso $j=5$ porque la Moda se encuentra en el quinto intervalo.

Cabe aclarar que la Moda y la Mediana, no siempre se encuentran comprendidas en el mismo intervalo.

$(y'_{i-1})_j = 27$ límite inferior del intervalo modal (este intervalo es el valor del primer término en la fórmula empleada para calcular la Moda)

$(y'_i)_j = 33$ límite superior del intervalo modal

- 2) c_j = amplitud del intervalo modal
Se obtiene mediante la diferencia de los límites correspondientes al intervalo j . La amplitud es la diferencia entre el límite superior y el límite inferior del intervalo Modal.

En el caso planteado:

$$c_j = 33 - 27$$

$$c_j = 6$$

- 3) Identificamos las siguientes **frecuencias absolutas simples**:

$n_{j-1} = 33$ **frecuencia absoluta simple** del intervalo anterior al de la Moda

$n_j = 47$ mayor **frecuencia absoluta simple**

$n_{j+1} = 0$ **frecuencia absoluta simple** del intervalo posterior al de la Moda

Si la Moda se encuentra en el primer intervalo, entonces $n_{j-1} = 0$
Si la Moda se encuentra en el último intervalo, entonces $n_{j+1} = 0$

- 4) Calculamos las diferencias d_1 y d_2 :

$$d_1 = n_j - n_{j-1}$$

$$d_1 = 47 - 33$$

$$d_1 = 14$$

$$d_2 = n_j - n_{j+1}$$

$$d_2 = 47 - 0$$

$$d_2 = 47$$

- 5) Reemplazamos en la fórmula:

$$Md = (y'_i - 1)_j + c_j \frac{d_1}{d_1 + d_2}$$

$$Md = 27 + 6 \frac{14}{14 + 47}$$

$$Md = 27 + 1,38$$

$$Md = 28,38$$

Interpretación del valor obtenido de la Moda:

El retraso más frecuente es de 28,38 minutos.

- g) Identificar el tipo de distribución, realizar la correspondiente interpretación e indicar si es favorable en función de la característica analizada.

Tipo de Distribución: Distribución Asimétrica izquierda.

Interpretación: La mayor cantidad de vuelos tienen los retrasos más grandes. A medida que los retrasos son mayores se incrementa la cantidad de vuelos, es

decir, predominan los vuelos con retrasos mayores, por lo tanto, no es favorable para los pasajeros.

Ejercicio N° 2:

Se quiere estudiar la duración en días de las lámparas producidas por una fábrica "A", para ello fueron seleccionas 100 lámparas y se obtuvo la siguiente información:

Duración en días		Cantidad de lámparas
100	200	4
200	300	7
300	400	10
400	500	15
500	600	20
600	700	44

a) Identificar: Población, Muestra y Unidad Estadística

Respuesta:

Población: Todos los de vuelos de cabotaje correspondientes a la compañía aérea SS que arribaron en un período de seis meses al aeropuerto de cierta ciudad.

Muestra: 100 vuelos.

Unidad Estadística: Cada vuelo.

b) ¿Cuál es la característica analizada y de qué tipo es?

Respuesta:

Característica analizada: Duración en días.

Tipo: Dato Cuantitativo Continuo porque surge de un proceso de medición.

c) ¿Qué tipo de frecuencia se indica como dato?

Respuesta:

Frecuencia Absoluta Simple (n_i)

d) Indicar tipo, simbología y valor de cada frecuencia:

d.1. ¿Qué proporción de lámparas duran entre 500 y 600 días?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Simple

Simbología y valor:

$$h_5 = 20/100$$

$$h_5 = 0,20$$

d.2. ¿Qué cantidad de lámparas duran menos de 500 días?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Acumulada

Simbología y valor:

$$N_4 = 4 + 7 + 10 + 15$$

$$N_4 = 36$$

d.3. ¿Qué proporción de lámparas duran menos de 300 días?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Acumulada

Simbología y valor:

$$H_2 = (4 + 7)/100$$

$$H_2 = 11/100$$

$$H_2 = 0,11$$

d.4. ¿Qué cantidad de lámparas duran menos de 600 días?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Simple

Simbología y valor:

$N_5 = 4 + 7 + 10 + 15 + 20$

$N_5 = 56$

d.5. ¿Qué cantidad de lámparas entre 400 y 500 días?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Simple

Simbología y valor: $n_4 = 15$

e) Calcular e interpretar las Medidas de Posición.

Respuestas:

$M(y) = 522$ días Duración promedio

$Me = 570$ días La mitad de las lámparas duran menos de 570 días y la otra mitad de las lámparas duran más de 570 días.

$Md = 635,29$ días Vida útil ó Duración más frecuente.

f)

f.1. Identificar el tipo de distribución.

Respuesta: Distribución asimétrica izquierda.

f.2. Realizar la correspondiente interpretación e indicar si es favorable para el usuario de las en función de la característica analizada.

Respuesta: La mayor cantidad de lámparas tienen vidas útiles más prolongadas. A medida que las vidas útiles son mayores se incrementa la cantidad de lámparas

f.3. ¿Es favorable para los usuarios de las lámparas?

Respuesta: Si es favorable debido a que predominan las lámparas que tienen mayor vida útil.

Ejercicio Nº 3:

Se desea estudiar el tiempo en horas dedicado semanalmente al estudio por los alumnos de un Instituto "A", para ello fueron seleccionados 100 alumnos y se obtuvo la siguiente información:

Tiempo en horas		Cantidad de alumnos
1	3	43
3	5	32
5	7	14
7	9	6
9	11	5

1) Identificar: Población, Muestra y Unidad Estadística

2) ¿Cuál es la característica analizada y de qué tipo es? Justificar

3) En cada uno de los siguientes casos indicar la simbología, el valor y el tipo de frecuencia:

3.a. ¿Qué cantidad de alumnos estudian menos de 5 horas?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Acumulada

Simbología y valor:

$N_2 = 43 + 32$

$N_2 = 75$

3.b. ¿Qué proporción de alumnos estudian entre 3 y 5 horas?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Simple

Simbología y valor:

$$h_2 = 32/100$$

$$h_2 = 0,32$$

3.c. ¿Qué cantidad de alumnos estudian menos de 9 horas?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Acumulada

Simbología y valor:

$$N_4 = 43 + 32 + 14 + 6$$

$$N_4 = 95$$

3.d. ¿Qué proporción de alumnos estudian menos de 7 horas?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Acumulada

Simbología y valor:

$$H_3 = (43 + 32 + 14)/100$$

$$H_3 = 89/100$$

$$H_3 = 0,89$$

3.e. ¿Qué cantidad de alumnos estudian entre 7 y 9 horas?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Simple

Simbología y valor:

$$n_4 = 6$$

4) Calcular Media aritmética, Mediana y Moda. Interpretar los resultados obtenidos en función de la característica analizada.

Respuesta: Media: $M(y) = 3,96$ horas Tiempo promedio dedicado al estudio

Mediana: $Me = 3,44$ La mitad de los tiempos son mayores a 3,44 horas y la otra mitad de los tiempos dedicados al estudio son menores a 3,44 horas

O bien: La mitad de los alumnos estudian menos de 3,44 horas y la otra mitad de los alumnos estudian más de 3,4375 horas.

Moda: $Md = 2,59$ horas Tiempo más frecuente dedicado al estudio

5) Identificar el tipo de distribución y realizar la correspondiente interpretación en función de la característica analizada. ¿Es favorable este tipo de distribución, considerando que los alumnos que dedican más tiempo al estudio tienen un mejor rendimiento?

$Md < Me < M(y)$ Distribución asimétrica derecha

A medida que se incrementan los tiempos disminuye la cantidad de alumnos. No es favorable para el rendimiento de los alumnos debido a que predominan los alumnos que dedican poco tiempo al estudio.

Ejercicio N° 4:

Se desea estudiar el consumo de energía eléctrica de las familias de la provincia de Córdoba. Para ello fueron seleccionadas 100 familias y se obtuvo la siguiente información:

Consumo en KW		Cantidad de familias
150	200	2
200	250	3
250	300	7
300	350	14
350	400	30
400	450	44

1- ¿Cuál es la población?

Respuesta: Todas las familias de la provincia de Córdoba

2- ¿Cuál es la muestra?

Respuesta: 100 familias

3- Identificar la unidad estadística

Respuesta: Cada familia

4- Indicar cuál es la característica analizada y de qué tipo es.

Respuesta:

Característica analizada: Consumo en KW

Tipo: Dato Cuantitativo Continuo porque surge de un proceso de medición.

5- Indicar tipo, simbología y valor de cada frecuencia:

5.a. ¿Qué cantidad de familias tienen consumos comprendidos entre 250 y 300 KW?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Simple

Simbología y valor: $n_3 = 7$

5.b. ¿Qué proporción de familias tienen consumos menores que 350 KW?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Acumulada

Simbología y valor:

$$H_4 = (2 + 3 + 7 + 14) / 100$$

$$H_4 = 26 / 100$$

$$H_4 = 0,26$$

5.c. ¿Qué cantidad de familias tienen consumos menores que 300 KW?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Acumulada

Simbología y valor:

$$N_3 = 2 + 3 + 7$$

$$N_3 = 12$$

5.d. ¿Qué proporción de familias tienen consumos comprendidos entre 400 y 450 KW?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Simple

Simbología y valor:

$$h_6 = 44 / 100$$

$$h_6 = 0,44$$

6- Calcular los valores de Media Aritmética, Mediana, Moda.

7- Interpretar los valores obtenidos en el punto anterior en función de la característica analizada.

Ejercicio N° 5:

Se desea realizar un estudio de los precios en pesos correspondientes a los artículos que vende un comercio "A" y se obtuvo la siguiente información:

Precios en \$		Cantidad de artículos
24	36	40
36	48	23
48	60	15
60	72	12
72	84	10

- a) Identificar: Población, Muestra y Unidad Estadística
b) ¿Cuál es la característica analizada y de qué tipo es?
c) Indicar tipo, simbología y valor de cada frecuencia:

c.1. ¿Qué proporción de artículos cuestan menos de 60 pesos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Acumulada

Simbología y valor:

$$H_3 = (40 + 23 + 15) / 100$$

$$H_3 = 78 / 100$$

$$H_3 = 0,78$$

c.2. ¿Qué cantidad de artículos cuestan menos de 48 pesos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Acumulada

Simbología y valor:

$$N_2 = 40 + 23$$

$$N_2 = 63$$

c.3. ¿Qué proporción de artículos cuestan entre 24 y 36 pesos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Simple

Simbología y valor:

$$h_1 = 40 / 100$$

$$h_1 = 0,40$$

c.4. ¿Qué proporción de artículos cuestan menos de 72 pesos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Acumulada

Simbología y valor:

$$H_4 = (40 + 23 + 15 + 12) / 100$$

$$H_4 = 90 / 100$$

$$H_4 = 0,90$$

c.2. ¿Qué cantidad de artículos cuestan entre 48 y 60 pesos?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Simple

Simbología y valor:

$$n_3 = 15$$

- d) Calcular e interpretar las medidas de posición (Media, Mediana y Moda)

Respuesta:

$$M(y) = 45,48 \text{ Precio Promedio.}$$

Me = 41,22 La mitad de los artículos tienen un precio menor que \$41,22 y la otra

mitad de los artículos tienen un precio mayor que \$41,22
Md=32,42 Precio más frecuente.

- e) Identificar el tipo de simetría de la distribución, realizar la correspondiente interpretación e indicar si es favorable para el cliente, en función de la característica analizada.

Respuesta:

La mayor cantidad de artículos tienen los precios más bajos. A medida que se incrementan los precios disminuye la cantidad de artículos, por lo tanto si es favorable para el cliente debido a que predominan los precios bajos.

Ejercicio N° 6

Se desea estudiar la velocidad máxima en km/h desarrollada por los autos de carrera producidos por una compañía "A", para ello fueron seleccionados 100 automóviles y se obtuvo la siguiente información:

Velocidad máxima en k/h.		Cantidad de automóviles
160	170	40
170	180	30
180	190	15
190	200	10
200	210	5

- 1) Identificar: Población, Muestra y Unidad Estadística
- 2) ¿Cuál es la característica analizada y de qué tipo es? Justificar
- 3) ¿Qué gráfico utilizaría para representar la información dada? ¿Por qué?
- 4) ¿Qué tipo de frecuencia se indica en la tabla?
- 5) En cada uno de los siguientes casos indicar la simbología, el valor y el tipo de frecuencia:

- 5.a. ¿Qué cantidad de autos tienen una velocidad menor que 190 km/h?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Acumulada

Simbología y valor:

$$N_3 = 40 + 30 + 15$$

$$N_3 = 85$$

- 5.b. ¿Qué proporción de autos tienen una velocidad comprendida entre 200 y 210 km/h?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Simple

Simbología y valor:

$$h_1 = 5/100$$

$$h_1 = 0,05$$

- 5.c. ¿Qué cantidad de autos tienen una velocidad menor a 200 km/h?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Acumulada

Simbología y valor:

$$N_2 = 40 + 30 + 15 + 10$$

$$N_2 = 95$$

- 5.d. ¿Qué proporción de autos tienen una velocidad menor a 180 km/h?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Relativa Acumulada

Simbología y valor:

$$H_2 = (40 + 30)/100$$

$$H_2 = 70/100$$
$$H_2 = 0,70$$

5.e. ¿Qué cantidad de autos tienen una velocidad comprendida entre 170 y 180 km/h?

Respuesta:

Tipo: Frecuencia Absoluta Simple

Simbología y valor:

$$n_2 = 30$$

6) Calcular e interpretar Media Aritmética, Mediana y Moda

Respuesta: $M(y)=176$ km/h. $Me=173,33$ km/h $Md=168$ km/h.

Interpretación a cargo del alumno.

7) Interpretar los resultados obtenidos en el punto anterior en función de la característica analizada.

8) Identificar el tipo de distribución y realizar la correspondiente interpretación en función de la característica analizada. ¿Es favorable este tipo de distribución?

Respuesta: La mayor cantidad de automóviles tienen velocidades más altas por lo tanto a medida que aumentan las velocidades, se incrementa la cantidad de automóviles en consecuencia, si es favorable debido a que predominan los automóviles con velocidades más altas.



Atribución-NoComercial-SinDerivadas

Se permite descargar esta obra y compartirla, siempre y cuando se de crédito a la Universidad Tecnológica Nacional como autor de la misma. No puede modificarse y/o alterarse su contenido, ni comercializarse.