UTN
Facultad Regional Córdoba

TUP

Tecnicatura Universitaria en Programación

MATEMÁTICA

Unidad Temática N°1: Funciones

Material teórico

1° Año – 1° Cuatrimestre

CC BY ND NC

Índice

FUNCIONES

Función: Relación en la cual a cada elemento del dominio le corresponde uno y solo un elemento de la imagen.

Formas de representar una función

En forma de diagrama:

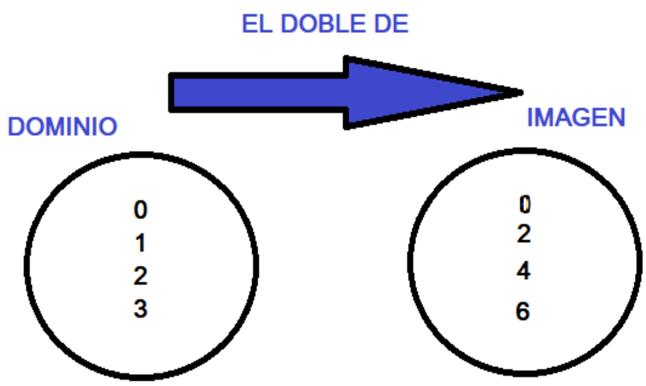


Gráfico 1: Elaboración propia

En forma de tabla:

X	Y
0	0
1	2
2	4
3	6

Tabla 1: elaboración propia

A través de pares ordenados:

{(0; 0); (1; 2); (2; 4); (3;6)}

A través de gráficos cartesianos:

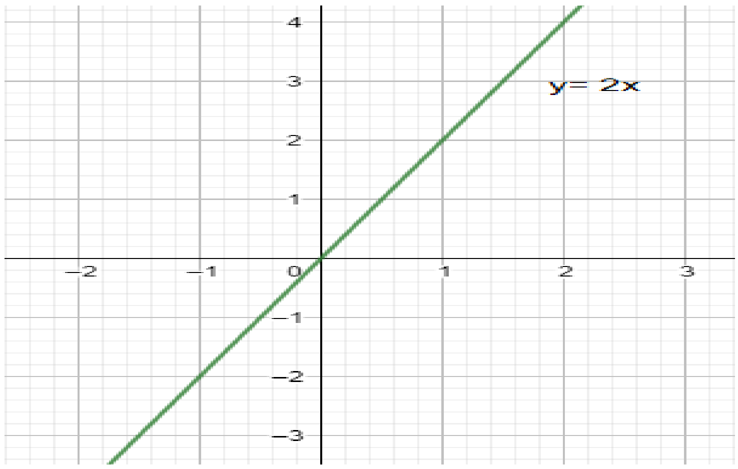


Gráfico 2: elaboración propia

A través de fórmulas:

f(x)= 2x

o

y= 2x

Donde: **x es la variable independiente**

y es la variable dependiente porque su valor depende de x

Función Polinómica

Una **función polinómica** es una función cuya expresión es un polinomio ta como:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \qquad + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Donde $\mathbf{a_n}$ es el coeficiente de mayor orden y $\mathbf{a_0}$ es el término independiente.

El **dominio** de una función polinómica siempre es el conjunto de los **números reales (R).**

El grado de la **Función Polinómica** está dado por el mayor exponente al cual se encuentra elevada la variable x.

Ejemplos de funciones polinómicas

Función Polinómica de primer grado → Función Lineal

Función Polinómica de segundo grado →Función Cuadrática

Función Polinómica de tercer grado → Función Cúbica

FUNCIÓN LINEAL

F(x) = ax + b

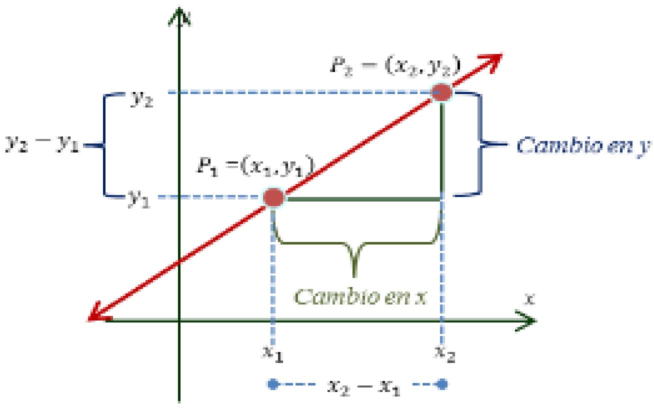
PendienteOrdenada al origen

Dada la forma de esta función, **x** toma cualquier valor real y siempre **y** resulta real; en consecuencia, tanto el **dominio** como el **codominio** (imagen) están constituidos por el conjunto de **todos los números reales (R)**.

La representación gráfica de una función lineal es una **recta**.

* La **ordenada al origen** es el valor donde la recta corta al eje y.

* La **pendiente** de una recta es el cociente entre la variación de la variable dependiente $(y2 - y1)$ y la variación de la variable independiente $(x2 - x1)$ de cualquier punto de la misma.



$$a = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}$$

Gráfico 3: Imagen extraída de Matemática Tuya

Pasos para graficar una función lineal

Ejemplo: y= $\frac{3}{4}$x + 2

1) Se marca la ordenada al origen, en este ejemplo la ordenada al origen es igual a 2.
2) Como el denominador es positivo, entonces se desplaza tantas unidades hacia la derecha como lo indica el valor de dicho denominador. En el caso planteado es 4, por lo tanto, se desplaza 4 unidades hacia la derecha. Si el denominador es negativo, entonces se desplaza tantas unidades a la izquierda como lo indica el valor de dicho denominador.
3) Luego, si el numerador es positivo, entonces se desplaza tantas unidades hacia arriba como lo indica el valor de dicho numerador. En el caso planteado es 3, por lo tanto, se desplaza 3 unidades hacia arriba.

   Si el numerador es negativo se desplaza tantas unidades hacia abajo como lo indica el valor de dicho numerador.
4) Se marca el punto.
5) Se unen los dos puntos, el de la ordenada al origen con el último punto. De esta manera se obtiene la gráfica de la función.

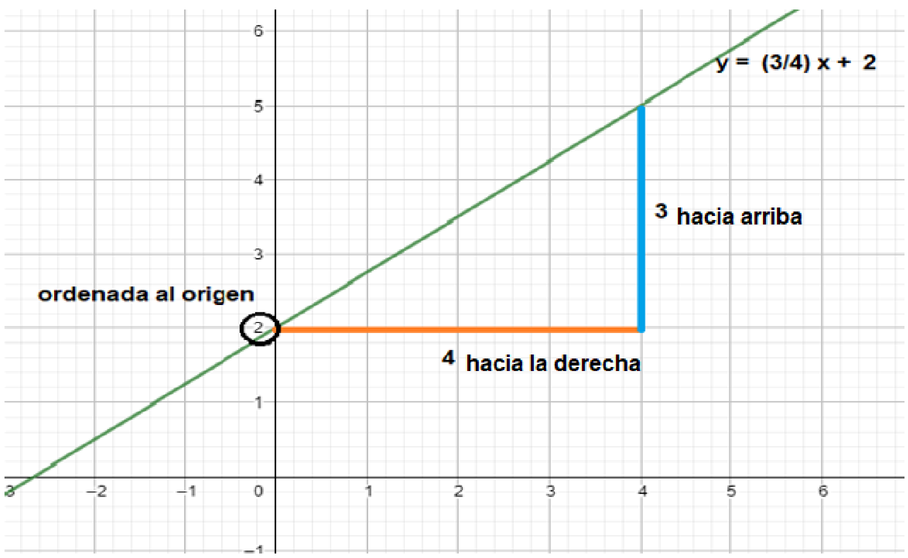


Gráfico 4: Elaboración propia.

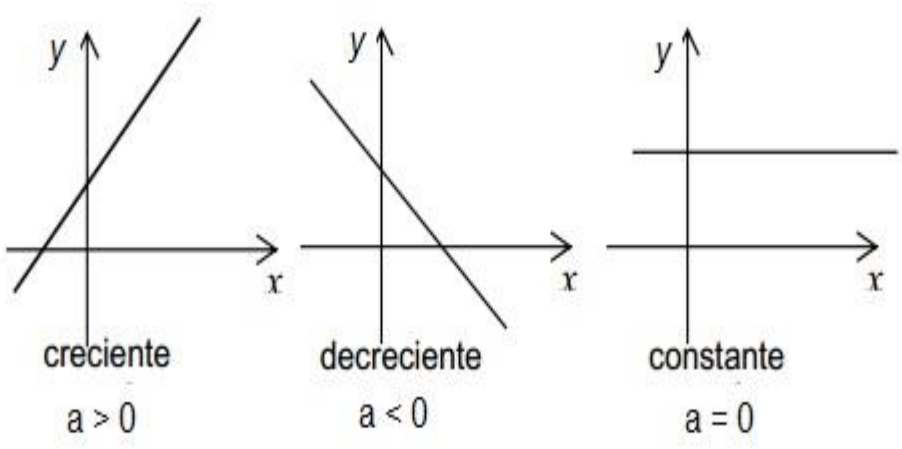
En síntesis, a partir del punto correspondiente a la ordenada al origen se traza el segundo punto, para ello se procede de la siguiente manera:
Se desplaza hacia la derecha o hacia la izquierda (según el denominador en el coeficiente del término lineal sea positivo o negativo).
Luego, se desplaza hacia arriba o abajo (según el numerador en el coeficiente del término lineal sea positivo o negativo).

El valor de la pendiente determina:

Si **a > 0** entonces la función es **creciente**.

Si **a < 0** entonces la función es **decreciente**.

Si **a=o** entonces la función es **constante**.



Gráficos 5, 6 y 7: Extraído de Contenidos Digitales UNLP.

Puntos de corte con los ejes

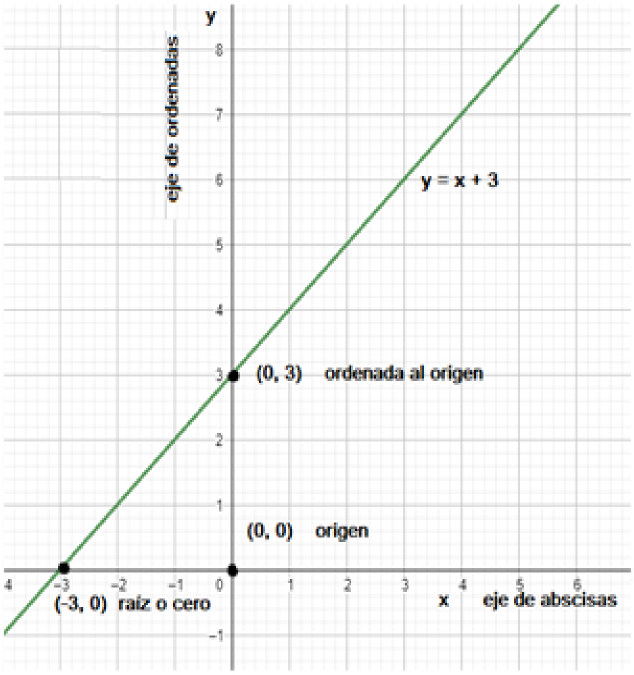
Punto de corte con el eje y (ordenada al origen) es el punto que tiene la primera coordenada igual a cero. Se calcula encontrando el valor de la función en x=0.

Es decir: (0, f (0))

Punto de corte con el eje x (raíz) es el punto que tiene la segunda coordenada igual a cero. Se calcula igualando la función a cero y resolviendo la ecuación obtenida.

Es decir: (raíz, 0)

Gráficamente



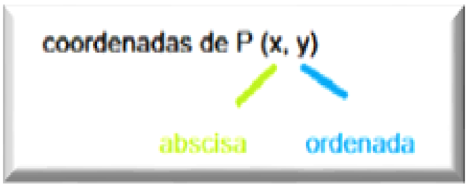


Gráfico 8: Elaboración propia.

Ejercicio: f(x)= x + 3

Para obtener la **raíz** se calcula igualando la función a 0.

0= x + 3

Se despeja x

-3 = x → raíz

El corte con el eje x es (-3,0)

Para obtener la **ordenada al origen** se calcula la función en 0.

f(0)= 0 + 3

f(0)= 3 → ordenada al origen

El corte con el eje y es (0, 3)

Ejercicio

Dados dos puntos P y Q de coordenadas P (x_1; y_1) = (-5; 4) y Q (x_2; y_2) = (4; 2)

Hallar la expresión analítica de la función lineal que pase por los puntos P y Q.

Solución:

Primer paso: se calcula la pendiente a partir de los dos puntos.

a = $\frac{y2-y1}{x2-x1}$

a = $\frac{2-4}{4-(-5)}$

a = $\frac{-2}{9}$

Segundo paso: se reemplaza el valor de **a** en la función:

y = $\frac{-2}{9} * x + b$

Tercer paso: se reemplaza en la función las coordenadas de un mismo punto, por ejemplo, las coordenadas del punto (4; 2).

2 = $\boldsymbol{\frac{-2}{9} * 4 + b}$

2= $\frac{-8}{9}$ + b

Cuarto paso: se despeja **b**

b= 2 + $\frac{8}{9}$

b= 26/9

Respuesta: y = $\boldsymbol{\frac{-2}{9} * x + \frac{26}{9}}$

Gráficamente

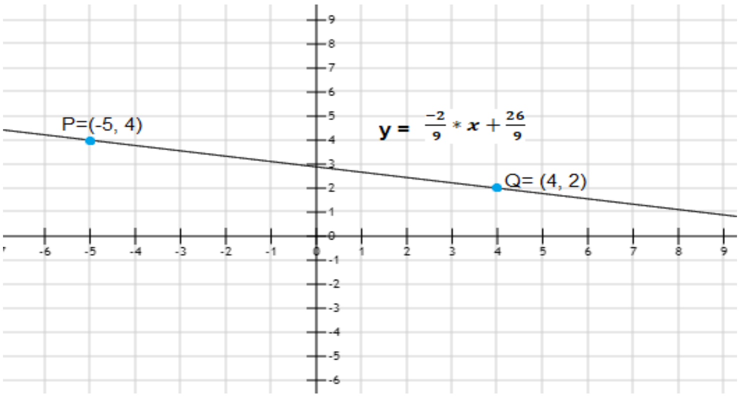


Gráfico 9: Elaboración propia.

Ejercicio

Hallar la función cuya recta que pasa por los puntos (5; -1) y (3; -9). Encontrar la raíz de dicha función.

Solución:

Primer paso: se calcula la pendiente a partir de los dos puntos.

a = $\frac{y2-y1}{x2-x1}$

a = $\frac{-9-(-1)}{3-5}$

a = (-8) /(-2)

a = 4

Segundo paso: se reemplaza el valor de **a** en la función

f(x) = 4x + b

Tercer paso: se reemplaza en la función las coordenadas de un mismo punto, por ejemplo, las coordenadas del punto (5; -1).

y = 4x + b

-1 = 4* 5 + b

-1 = 20 + b

Cuarto paso: se despeja b

b = -1 -20

b = -21

Respuesta: y= 4x -21

Cálculo de la raíz: para calcular la raíz se debe igualar la función a 0. Es decir:

0= 4x – 21

Despejamos x

21= 4x

x= 21/4 → raíz

El corte con el eje x es (21/4,0)

Gráficamente

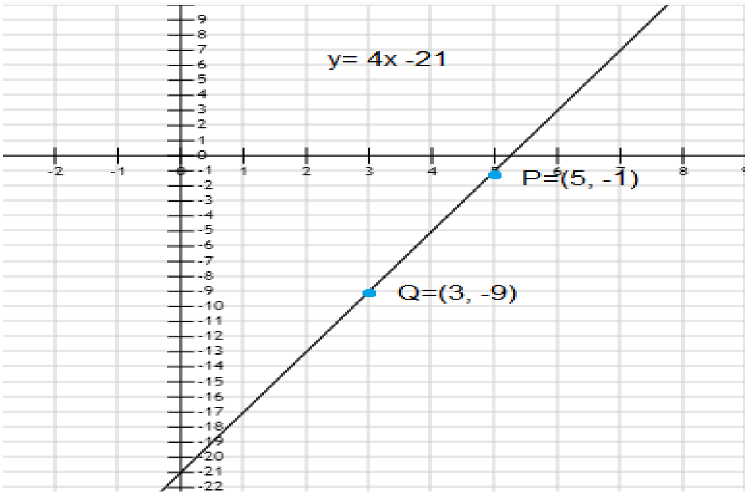


Gráfico 10: elaboración propia.

Ejercicio

A partir del siguiente gráfico, obtener la ecuación de la recta.

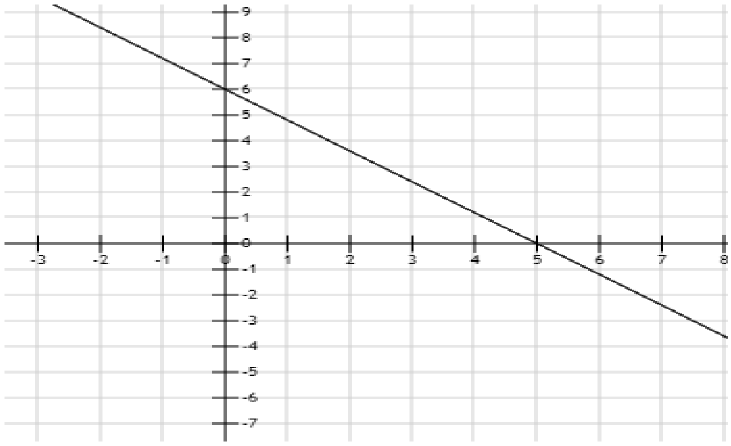


Gráfico 11: Elaboración propia.

Solución:

Se identifican las coordenadas de los puntos por donde pasa la recta

P (x_1; y_1) = (5; 0) y Q (x_2; y_2) = (0; 6)

Primer paso: se calcula la pendiente a partir de los dos puntos.

a = $\frac{y2-y1}{x2-x1}$

a = $\frac{6-0}{0-5}$

a = $\frac{-6}{5}$

Segundo paso: se reemplaza el valor de **a** en la función

y = $\frac{-6}{5} * x + b$

Tercer paso: se reemplaza en la función las coordenadas de un mismo punto, por ejemplo, las coordenadas del punto (5; 0).

0 = $\frac{-6}{5} * 5$ + b

Cuarto paso: se despeja **b**

0= -6 + b

6= b

Respuesta: y = $\boldsymbol{\frac{-6}{5}x+6}$

Ejercicio

Dada la función lineal y = $\frac{-1}{2}\mathrm{x}-4$ .Determinar la intersección con los ejes coordenados.

Solución

Para encontrar la **raíz** se calcula igualando la función a 0.

0 = $\frac{-1}{2}\mathrm{x}-4$

Se despeja x

4 = $\frac{-1}{2}x$

4 : $\left(\frac{-1}{2}\right)=x$

-8 = x → raíz

El corte con el eje x es $(-8{,}0)$

Para encontrar la **ordenada al origen** se valúa la función en 0.

f(0)= $\frac{-1}{2}*0-4$

f(0)= - 4 → ordenada al origen

El corte con el eje y es (0, - 4)

Gráficamente:

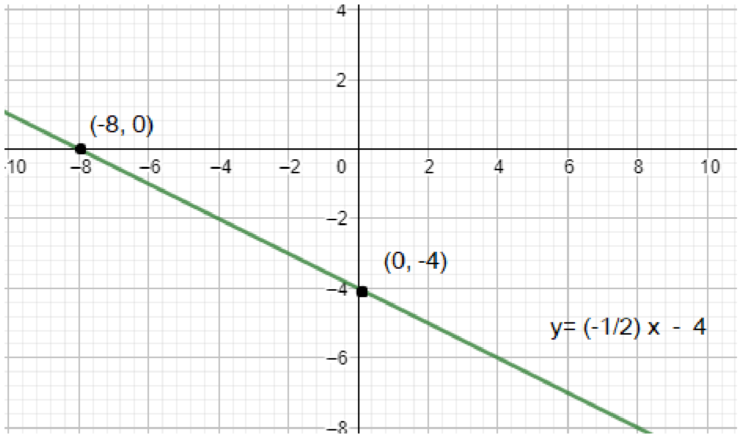


Gráfico 12: Elaboración propia.

Forma explícita

Se dice que una función está dada en forma **explícita** cuando está expresada de la forma y= f(x)
Ejemplo: y = 2x + 1

Forma implícita

Toda expresión algebraica de la forma g(x, y)=0 se dice que es una función **implícita**, si existe una función y= f(x) tal que reemplazada en ella la satisface.
En el caso de las funciones lineales dadas en forma implícita se expresa en general de la siguiente forma: **a x + b y + c =0**
Ejemplo: 2x -3y + 2 = 0

Ejercicio

Expresar en forma explícita y luego graficar la función 2x + y – 4 = 0

Forma implícita: 2x + y – 4 = 0

Forma explícita: y= -2x + 4

Gráficamente

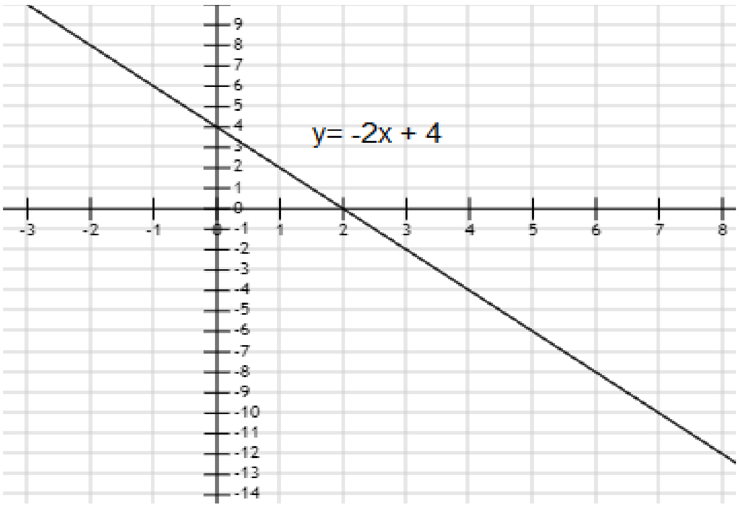


Gráfico 13: Elaboración propia.

Expresar en forma explícita y luego graficar la función: 6 x – 2 y – 4 = 0

Forma implícita: 6 x – 2 y – 4 = 0

Forma explícita: y = $\frac{-6}{-2}x + \frac{4}{-2}$

y = 3x - 2

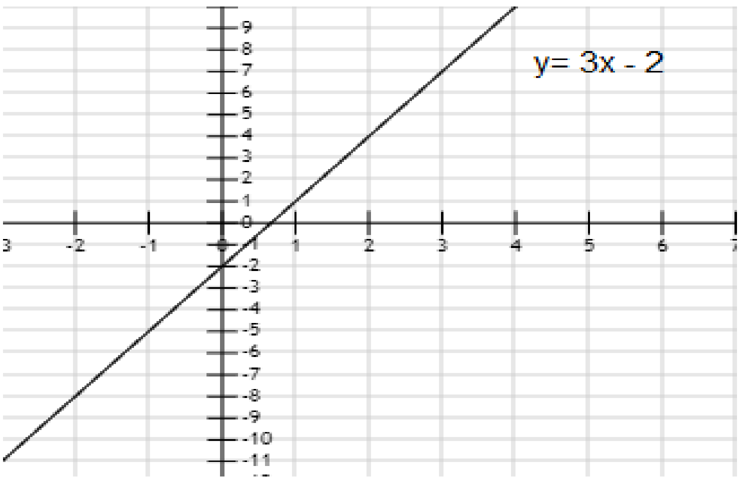


Gráfico 14: Elaboración propia.

PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD

Rectas Paralelas

Dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente.

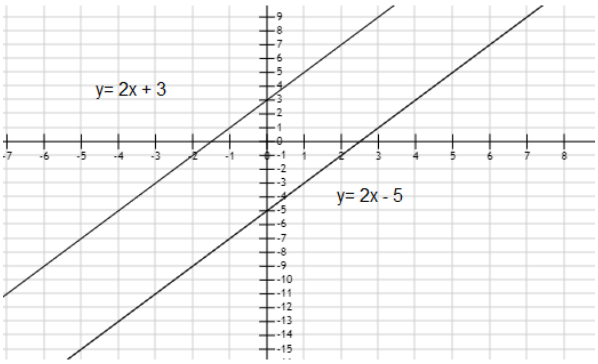


Gráfico 15: elaboración propia

Ejercicio

Dada la siguiente función: y= -3x + 1

Hallar la recta paralela que pasa por el punto (2; -1)

Solución:

Primer paso: por ser paralela tiene la misma pendiente, es decir, **a**= -3

y= -3x + b

Segundo paso: Para hallar el valor de **b**, se reemplaza en la fórmula las coordenadas del punto (2, -1)

-1= -3(2) + b

-1= -6 + b

Tercer paso: se despeja **b**

-1+6= b

b= 5

Respuesta: y= -3x + 5

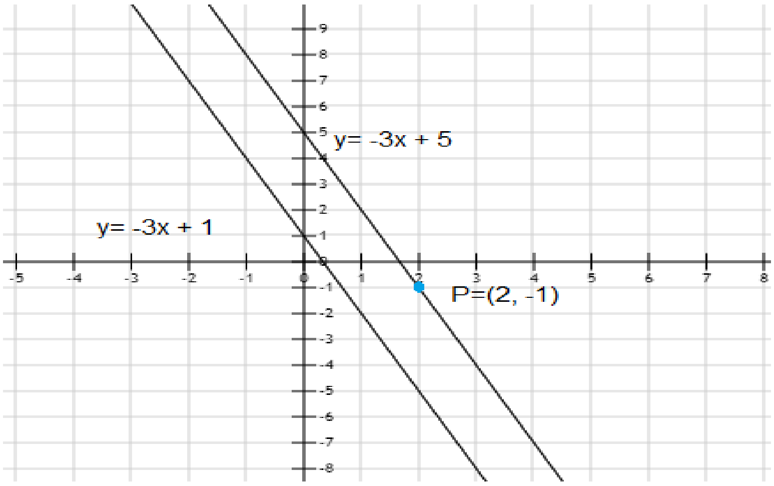


Gráfico 16: Elaboración propia.

Concepto de opuesto e inverso:

Número	**Opuesto:** es el número cambiado de signo	**Inverso**
3	-3	1/3
4	-4	1/4
-5	5	-1/5
2/3	-2/3	3/2
3/7	-3/7	7/3
-8/3	8/3	-3/8
2/15	-2/15	15/2

Tabla 2: Elaboración propia.

Un número y su **opuesto** son equidistantes con respecto al cero.

Un número y su **inverso** son valores tales que su producto es igual a 1.

Rectas Perpendiculares

Dos rectas son perpendiculares si la pendiente de una de ellas es igual a la inversa cambiada de signo de la pendiente de la otra.

Ejercicio

Dada la función lineal y= -3x + 1

Hallar la recta perpendicular a la función que pase por el punto P de coordenadas P(x; y)= (2; -1)

Solución:

Primer paso: La pendiente de la perpendicular es el opuesto del inverso es decir (-1/a).

Si el valor es **a** = -3, el opuesto del inverso es **-1/a**= -1/(-3) = 1/3

La recta perpendicular a la función dada queda planteada de la siguiente manera:

y = $\frac{1}{3}x + b$

Segundo paso: Para hallar el valor de **b** se reemplaza en la fórmula las coordenadas del punto (2, -1)

y = $\frac{1}{3}x + b$

-1 = $\frac{1}{3} * 2 + b$

Tercer paso: se despeja **b**

-1 = $\frac{2}{3} + b$

-1 - $\frac{2}{3} = \ b$

-$\frac{5}{3} = \ b$

Respuesta y = $\frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$

Gráficamente:

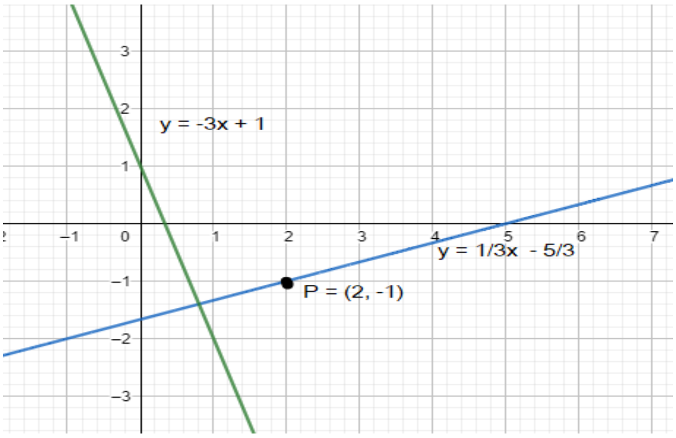


Gráfico 17: elaboración propia

Ejercicio

Dada: y = - 4x +2. Se pide:

a) Obtener la perpendicular que pase por el punto (3; -2)
b) La raíz de la función y = - 4x + 2
c) Hallar la raíz de la perpendicular obtenida en el punto a.

Solución:

a) Obtener la perpendicular que pase por el punto (3; -2)

Primer paso: La pendiente de la perpendicular es el opuesto del inverso es decir (-1/a).

Si el valor es **a** = -4, el opuesto del inverso es **-1/a**= -1/(-4) = 1/4

La recta perpendicular a la función dada queda planteada de la siguiente manera:

y = $\frac{1}{4}x + b$

Segundo paso: Para hallar el valor de **b** se reemplaza en la fórmula las coordenadas del punto (3, -2)

y = $\frac{1}{4}x + b$

- 2 = $\frac{1}{4} * 3 + b$

- 2 = $\frac{3}{4} + b$

Tercer paso: se despeja **b**

$-2 - \frac{3}{4} = b$

$-\frac{11}{4} = b$

Respuesta y = $\boldsymbol{\frac{1}{4}x - \frac{11}{4}}$

b) La raíz de la función y = - 4x + 2

Para hallar la raíz se calcula igualando la función a 0.

0= - 4x + 2
Se despeja x
-2 = - 4x
-4x = -2
x = (-2) /(-4)
x= 1/2→ **raíz**

c) La raíz de la perpendicular obtenida en el punto a).
Para hallar la raíz se calcula igualando la función a 0.

y = $\frac{1}{4}x - \frac{11}{4}$

0 = $\frac{1}{4}x - \frac{11}{4}$

Se despeja x

$\frac{11}{4} = \frac{1}{4}x$

$\frac{11}{4} : \frac{1}{4} = x$

11= x→ **raíz**

Ejercicio

Dada la función: y= 3x - 2

a) Hallar la raíz.

b) Hallar la perpendicular que pasa por el punto (-5; 1)

c) Hallar la paralela que pasa por el punto (-5; 1)

Solución:

a) Para hallar la raíz se calcula igualando la función a 0.

0= 3x -2

Se despeja x

3x -2= 0

3x = 2

x = 2/3 → **raíz**

b) Hallar la perpendicular a y= 3x – 2 que pasa por el punto (-5; 1)

Primer paso: La pendiente de la perpendicular es el opuesto del inverso es decir (-1/a).

Si el valor es **a** = 3, el opuesto del inverso es **-1/a**= -1/(3) = -1/3

La recta perpendicular a la función dada se plantea de la siguiente manera:

y = $-\frac{1}{3}x + b$

Segundo paso: Para hallar el valor de **b** se reemplaza en la fórmula las coordenadas del punto (-5, 1)

y = $-\frac{1}{3}x + b$

1 = $-\frac{1}{3} * (-5) + b$

1 = $\frac{5}{3} + b$

Tercer paso: se despeja b

$1 - \frac{5}{3} = b$

$-\frac{2}{3} = b$

Respuesta y = $\boldsymbol{\frac{-1}{3}x - \frac{2}{3}}$

c) Hallar la paralela a y= 3x-2 que pasa por el punto (-5; 1)

Primer paso: Por ser paralela tiene la misma pendiente, es decir, **a**= 3

y= 3x + b

Segundo paso: Para hallar el valor de **b**, se reemplaza en la fórmula las coordenadas del punto (-5, 1)

1= 3(-5) + b

1= -15 + b

Tercer paso: se despeja **b**

1+ 15= b

16=b

Respuesta y= 3x + 16

Ejercicio

Dada la función: y= 4x+5

a) Hallar la raíz.

b) Hallar la perpendicular que pasa por el punto (2; -7).

c) Hallar la paralela que pasa por el punto (2; -7).

Solución:

a) Para hallar la raíz de la función se iguala la función a 0.

0= 4x + 5
Se despeja x
4x + 5= 0
4x = -5
x = -5/4 → raíz

b) Hallar la perpendicular que pasa por el punto (2; -7).

Primer paso: La pendiente de la perpendicular es el opuesto del inverso es decir

(- 1/a).

Si el valor es **a** = 4, el opuesto del inverso es -1/4= -1/(4) = -1/4

La recta perpendicular a la función dada se plantea de la siguiente manera:

y = $-\frac{1}{4}x + b$

Segundo paso: Para hallar el valor de **b** se reemplaza en la fórmula las coordenadas del punto (2, -7)

y = $-\frac{1}{4}x + b$

-7 = $-\frac{1}{4} * (2) + b$

-7 = $\frac{-1}{2} + b$

Tercer paso: se despeja b

-7 $+\frac{1}{2} = b$

$-\frac{13}{2} \quad = \ b$

Respuesta y = $\boldsymbol{\frac{-1}{4}x - \frac{13}{2}}$

c) Hallar la paralela que pasa por el punto (2; -7).

Primer paso: Por ser paralela tiene la misma pendiente, es decir, **a**= 4

y= 4x + b

Segundo paso: Para hallar el valor de **b**, se reemplaza en la fórmula las coordenadas del punto (2, -7)

-7= 4(2) + b

-7= 8 + b

Tercer paso: se despeja b

-7- 8= b

-15=b

Respuesta y= 4x - 15

FUNCIÓN CUADRÁTICA

A la función polinómica de segundo grado f(x)= ax^2 +bx + c, siendo a, b, c números reales y a$\neq 0$, se denomina **función cuadrática**.

a: coeficiente del término cuadrático

b: coeficiente del término lineal

c: término independiente

La representación gráfica de una función cuadrática es una **parábola**.

Los **elementos característicos** de la representación gráfica de una función cuadrática, son:

La constante **a**, indica hacia dónde "van" las ramas de la misma. Si **a > 0** las ramas van hacia arriba y si **a < 0** las ramas van hacia abajo.

La constante **b** indica el desplazamiento del eje de simetría de la parábola.

La constante **c** indica el punto donde la parábola corta al eje y, coincidiendo con la **ordenada al origen**. Analíticamente f(0)= $a(0)^2$ +b(0) + c

El valor máximo o mínimo de toda parábola, se conoce con el nombre de **vértice**, el cual, indica también el eje de simetría, ya que las ramas de la parábola son simétricas respecto a este eje.

El vértice de cualquier parábola se calcula de la siguiente manera:

$$x_v = -\frac{b}{2.a} \Rightarrow y_v = f(x_v)$$

O también $x_v = \frac{x1 + x2}{2}$

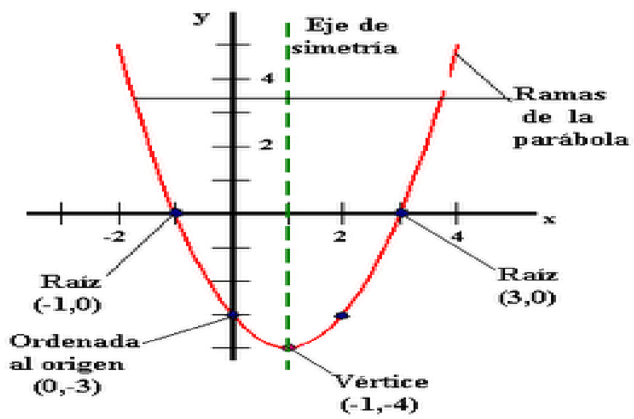


Gráfico 18: Extraído de Gualino (s/d)

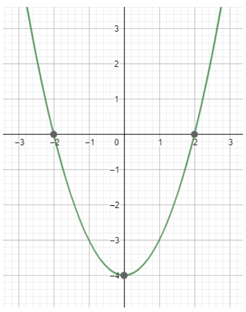
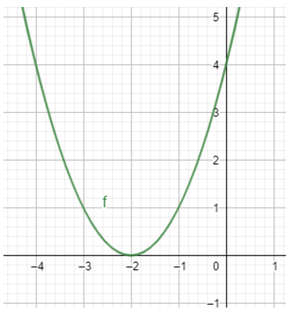
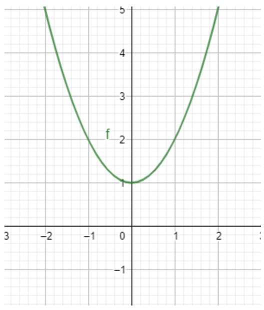
Raíces

Son las abscisas de los puntos en los cuales la parábola corta al eje horizontal.
La parábola corta al eje horizontal en los puntos de coordenadas:
(**x_1**; 0) y (**x_2**; 0)
Las raíces se obtienen mediante la siguiente fórmula:

$$x_{(1,2)} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac$

Si $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ entonces la parábola tiene dos raíces reales y distintas (RRD).
Si $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ entonces la parábola tiene dos raíces reales e iguales (RRI).
Si $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ entonces la parábola no tiene raíces reales.

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
		
La gráfica tiene dos puntos de intersección con el eje x.	La gráfica tiene un punto de intersección con el eje x.	La gráfica no tiene puntos de intersección con el eje x.

Gráficos 19,20 y 21: Elaboración propia.

En toda función es muy importante determinar su **dominio**, es decir, todos los valores que toma la variable **x**.
Para las funciones cuadráticas el dominio está formado por el conjunto de los números reales.

Dom f: R

La **imagen** de la función, es decir, los valores de la variable **y** dependerán de cada función pudiendo ser:

Im f [y_v ; $+\infty$) si la gráfica va hacia arriba.
[y_v ; $-\infty$) si la gráfica va hacia abajo.

Ejercicio

Graficar la función y= x^2 - 2 x -3

Solución

Primer paso: determinar **a**, en este caso:

a= 1 a>0 las ramas van hacia arriba

Segundo paso: c= -3 la parábola corta al eje y en (0, -3)

Tercer paso: se obtienen las raíces

a= 1 b= -2 c= -3

$x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4*1*(-3)}}{2*1}$

$x_{1,2} = \frac{2\pm\sqrt{16}}{2}$

$x_{1,2} = \frac{2\pm 4}{2}$

$x_1 = -1$

$x_2 = 3$

2RRD ($x_1 \neq x_2$) entonces la parábola corta al eje x en 2 puntos.

La parábola corta al eje x en (-1, 0) y (3, 0).

Cuarto paso: $x_v = \frac{-b}{2a}$

$x_v = \frac{-(-2)}{2*1}$

$x_v = 1$

O también $x_v = \frac{x1 + x2}{2}$ $x_v = \frac{-1+3}{2}$ $x_v = 1$

Con cualquiera de las fórmulas se obtiene el mismo resultado.

Quinto paso: calcular **y_v.** Para ello se reemplaza el **x_v** en la función.

y_v = $(x_v)^2 - 2(x_v) - 3$

y_v = $(1)^2 - 2(1) - 3$

y_v = - 4

Gráficamente:

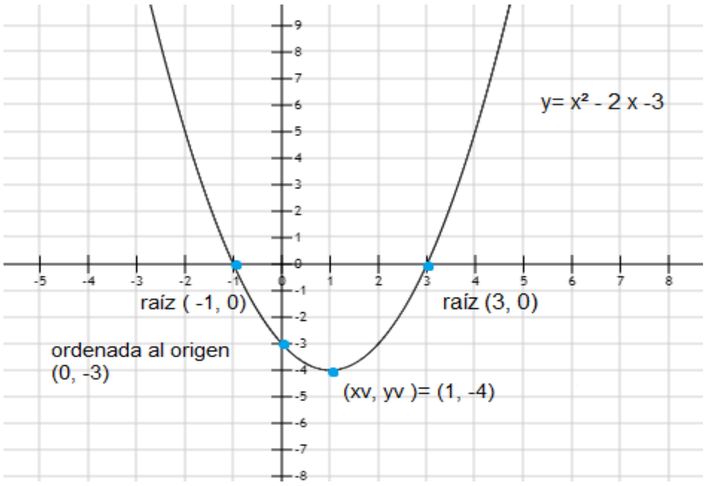


Gráfico 22: Elaboración propia.

El dominio de la función es Df: $-\infty < x < \infty$ ó Df= R

La imagen es If: $[-4, +\infty)$

Ejercicio

Graficar la función $y= -x^2 +2x$

Solución

Primer paso: determinar **a**, en este caso:

a= -1 a<0 las ramas van hacia abajo

Segundo paso: c= 0 la parábola corta al eje y en (0, 0)

Tercer paso: se obtienen las raíces

a= -1 b= 2 c= 0

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2-4*1*(0)}}{2*(-1)}$

$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4}}{-2}$

$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2}{-2}$

$x_1 = 0$

$x_2 = 2$

2RRD ($x_1 \neq x_2$) entonces la parábola corta al eje x en 2 puntos.

La parábola corta al eje x en (0,0) y (2, 0).

Cuarto paso: $x_v = \frac{-b}{2a}$

$x_v = \frac{-(2)}{2*(-1)}$

$x_v = 1$

O también $x_v = \frac{x1 + x2}{2}$ $\qquad x_v = \frac{0 + 2}{2}$ $\qquad x_v = 1$

Con cualquiera de las fórmulas se obtiene el mismo resultado.

Quinto paso: calcular **y_v.**

$y_v = -(x_v)^2 + 2\,(x_v)$

$y_v = -(1)^2 + 2\,(1)$

$y_v = 1$

Gráficamente

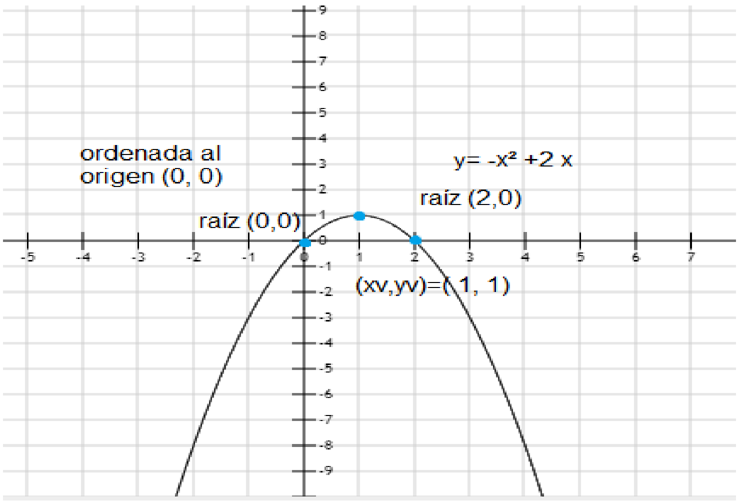


Gráfico 23: elaboración propia

El dominio de la función es Df: $-\infty < x < \infty$ ó Df= R

La imagen es If: $[1, -\infty)$

Ejercicio

Graficar la función y= x^2 +4 x +4

Solución

Primer paso: se determina **a**, en este caso:

a= 1 a>0 las ramas van hacia arriba

Segundo paso: c= 4 la parábola corta al eje y en (0, 4)

Tercer paso: se obtienen las raíces

a= 1 b= 4 c= 4

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4*1*4}}{2*1}$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 0}{2}$

$x_1 = -2$

$x_2 = -2$

2RRI ($x_1 = x_2$) entonces la parábola corta al eje x en 1 punto.

La parábola corta al eje x en (-2, 0)

Cuarto paso: $x_v = \frac{-b}{2a}$

$x_v = \frac{-4}{2*1}$

$x_v = -2$

Quinto paso: se calcula **y_v.**

$y_v = (x_v)^2 + 4(x_v) + 4$

$y_v = (-2)^2 + 4(-2) + 4$

$y_v = 0$

Gráficamente

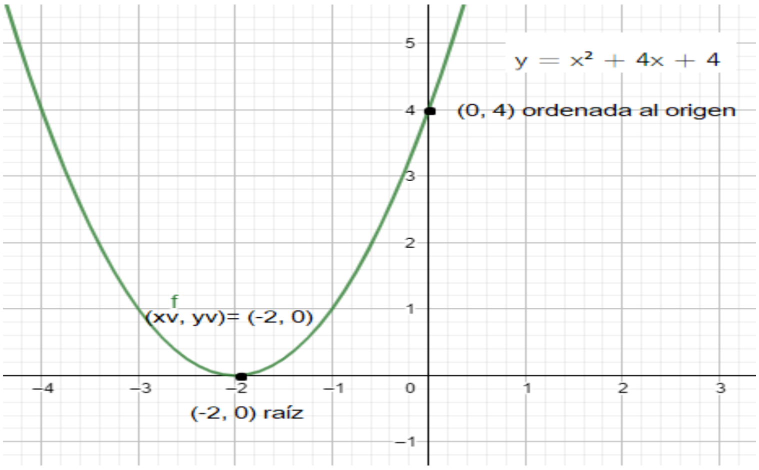


Gráfico 24: Elaboración propia.

El dominio de la función es Df: $-\infty < x < \infty$ ó Df= R

La imagen es If: $[0, +\infty)$

Ejercicio: Graficar la función $y = x^2 + 2x + 3$

Solución

Primer paso: se determina **a**, en este caso:

a= 1 a>0 las ramas van hacia arriba

Segundo paso: c= 3 la parábola corta al eje y en (0, 3)

Tercer paso: se obtienen las raíces

a= 1 b= 2 c= 3

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4*1*3}}{2*1}$

$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-10}}{2}$

$x_{1,2}$ no tiene raíces reales

La parábola no corta al eje x.

Cuarto paso: $x_v = \frac{-b}{2\,a}$

$x_v = \frac{-2}{2*1}$

$x_v = -1$

Quinto paso: se calcula **y_v**.

y_v = $(x_v)^2 + 2(x_v) + 3$

y_v = $(-1)^2 + 2\,(-1) + 3$

y_v = 2

Gráficamente

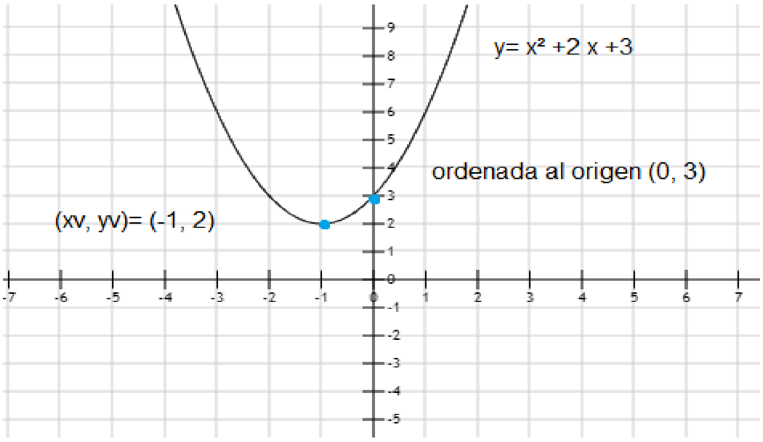


Gráfico 25: Elaboración propia.

El dominio de la función es Df: $-\infty < x < \infty$ ó Df= R

La imagen es If: $[2, +\infty)$

INTERSECCIÓN ENTRE CURVAS

Dadas las funciones: y = f(x)(1)
y = g(x)(2)

Cuyas representaciones gráficas son sendas curvas en el plano, se consideran como un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas x e y.

El conjunto de soluciones de este sistema son pares ordenados pertenecientes a los puntos de intersección de las funciones dadas.

Si las funciones están dadas en forma explícita, el método más simple para resolver este sistema es por **igualación**.

Es decir**f(x)=g(x)**

Se resuelve la ecuación obteniéndose el o los puntos de intersección entre ambas curvas.

Ejercicio $\begin{cases} \boldsymbol{y = x - 1} \\ \boldsymbol{y = \left(-\frac{1}{2}\right) x + 2} \end{cases}$

Solución

Primer paso: se iguala las dos funciones

x – 1 = $\left(-\frac{1}{2}\right) x + 2$

Segundo paso: se despeja x

x + $\frac{1}{2}$x =2+1

$\frac{3}{2}$ x = 3

x = 3 : $\frac{3}{2}$

x = 2

Tercer paso: se reemplaza x = 2 en una de las funciones (cualquiera de ellas).

y= x – 1

y= **2** – 1

y = 1

Respuesta: **(x,y)=(2, 1)** → punto de intersección entre las dos rectas

Gráficamente

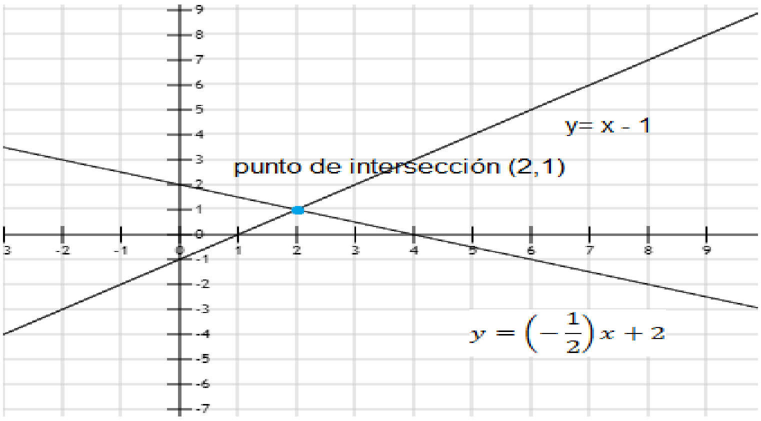


Gráfico 26: Elaboración propia.

Ejercicio $\begin{cases} \boldsymbol{y = 2x + 1} \\ \boldsymbol{y = x^2 + 2x - 8} \end{cases}$

Solución

Primer paso: se iguala las dos funciones

$2x + 1 = x^2 + 2x - 8$

$0 = x^2 + 2x - 8 - 2x - 1$

$0 = x^2 - 9$

Segundo paso: se resuelve la ecuación de segundo grado

a = 1 b= 0 c= -9

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x_{1,2} = \frac{-0 \pm \sqrt{0 - 4*1*(-9)}}{2*1}$

$x_{1,2} = \frac{-0 \pm \sqrt{0 - 4*1*(-9)}}{2*1} = \frac{\pm\sqrt{36}}{2*1} = \frac{\pm 6}{2*1}$

$x_1 = 3$

$x_2 = -3$

Tercer paso: se reemplaza estos valores en cualquiera de las funciones.

Por ejemplo, en y= 2x + 1

$y_1 = 2 *(3) + 1 = 7$

$y_2 = 2 *(-3) + 1 = -5$

Respuesta: **$(x_1, y_1) = (3, 7)$**

$(x_2, y_2) = (-3, -5)$

Gráficamente:

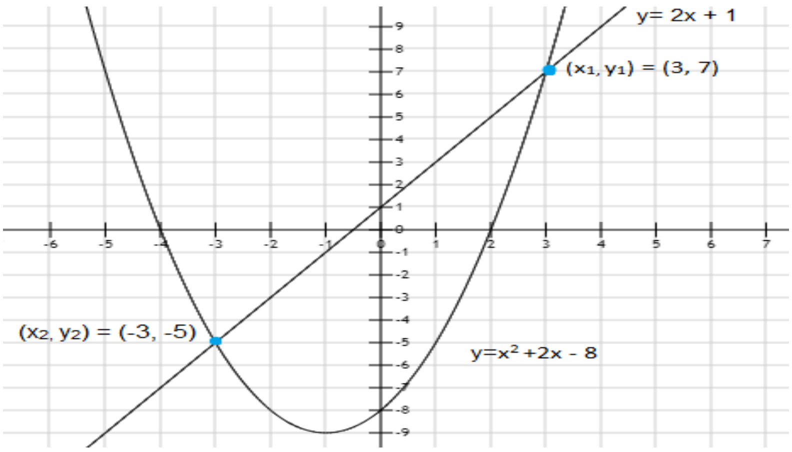


Gráfico 27: Elaboración propia.

Ejercicio $\begin{cases} \boldsymbol{y = -x^2 + 3x + 1} \\ \boldsymbol{y = x^2 - 4} \end{cases}$

Solución

Primer paso: se iguala las dos funciones

$-x^2 + 3x + 1 = x^2 - 4$

$0 = x^2 - 4 + x^2 - 3x - 1$

$0 = 2x^2 - 3x - 5$

Segundo paso: se resuelve la ecuación de segundo grado

a= 2 b= -3 c= -5

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x_{1,2} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4*2*(-5)}}{2*2}$

$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+40}}{4}$

$x_{1,2} = \frac{3 \pm 7}{4}$

$x_1 = \frac{5}{2}$

$x_2 = -1$

Tercer paso: se reemplaza estos valores en cualquiera de las funciones.

Por ejemplo, en y= $x^2 - 4$

$y_1 = (\frac{5}{2})^2 - 4 = \frac{25}{4} - 4 = \frac{9}{4}$

$y_2 = (-1)^2 - 4 = 1 - 4 = -3$

Respuesta: $(x_1, y_1) = (\frac{5}{2}, \frac{9}{4})$

$(x_2, y_2) = (-1, -3)$

Gráficamente

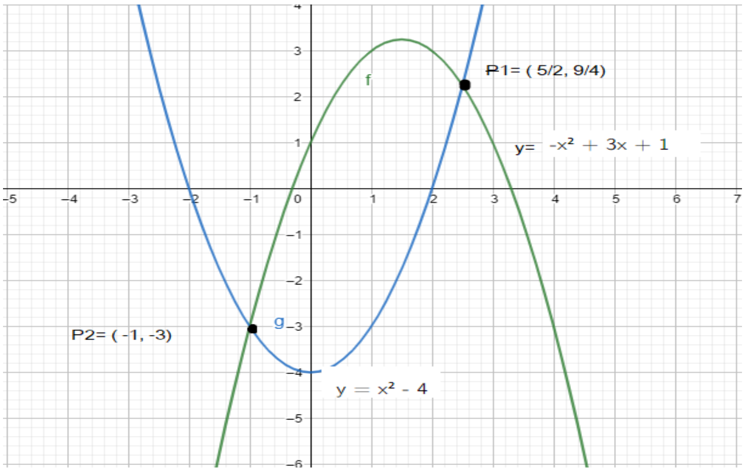


Gráfico 28: Elaboración propia.

BIBLIOGRAFÍA

Escuela Pública Digital (05.03/2021). Función Lineal. Universidad Nacional La Plata. Disponible en:

http://contenidosdigitales.ulp.edu.ar/exe/matematica3/funcin_lineal.html

Gualino, A (05.03.2021). Funciones. Site.Google. Disponible en:

https://sites.google.com/site/481profaligualino/4-grafica-de-una-funcion-cuadratica

MatemáticaTuya (05/03/2021). Pendientes. Concepto. Disponible en:

http://matematicatuya.com/GRAFICAecuaciones/S4.html?no_redirect=true

Universidad Tecnológica Nacional. Facultad Regional Córdoba. Recopilación de exámenes de ingreso Disponible en:

http://www2.ucc.edu.ar/archivos/documentos/Institucional/PRIUCC/Ingreso%202015/Modulo-Intro-Matematica-Material-Estudio.pdf

Atribución-No Comercial-Sin Derivadas

Se permite descargar esta obra y compartirla, siempre y cuando no sea modificado y/o alterado su contenido, ni se comercialice. Referenciarlo de la siguiente manera: Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Córdoba (S/D). Material para la Tecnicatura Universitaria en Programación, modalidad virtual, Córdoba, Argentina.