UTN
Facultad Regional Córdoba

TUP

Tecnicatura Universitaria en Programación

ESTADÍSTICA

Unidad Temática N°4:

Variables Aleatorias. Distribuciones de Probabilidades

Guía de Estudio

1° Año – 2° Cuatrimestre

Índice

Ejercicio N° 1

En un centro comercial el 25% de los clientes que ingresan realizan por lo menos una compra. Son seleccionados 15 clientes al azar. Calcular la probabilidad de que:

a) 6 clientes realicen compras
b) 7 clientes realicen compras
c) Menos de 3 clientes realicen compras
d) A lo sumo 6 clientes realicen compras
e) Más de 7 clientes realicen compras
f) Más de 2 y menos 8 clientes realicen
g) Entre 3 y 4 clientes realicen compras

Población: Todos los clientes de los cuales el 25% si realizan compras

Son seleccionados 15 clientes (**n=15**) por defecto se considera que los 15 clientes fueron seleccionados con reposición

Se define la prueba, experimento o ensayo:

La prueba consiste en seleccionar un cliente aleatoriamente de la población formada por todos los clientes del centro comercial.

Por defecto se considera que los quince clientes son seleccionados **con reposición** por lo tanto el resultado obtenido al seleccionar un cliente no afecta las probabilidades al seleccionar los restantes clientes, entonces **P permanece constante** en consecuencia las **pruebas son independientes** es por ello que se aplica el Modelo Binomial.

Los parámetros del Modelo Binomial son **n** y **P**

n = 15 porque se seleccionan aleatoriamente 15 clientes (repetimos 15 veces la prueba que consiste en seleccionar aleatoriamente un cliente)

P: su valor depende de la característica para la cual se pide la probabilidad.

Como regla práctica, en cada punto del ejercicio el éxito es la característica para la cual se pide la probabilidad.

a) Probabilidad de que 6 clientes realicen compras

Resolución:

éxito: cliente que realiza compras

x: cantidad de clientes que si realizan compras que podemos obtener al seleccionar 15

P (x= 6) = 0,0917 **Tabla I** **P= 0,25**

TABLA I

Función de Probabilidad Binomial (Puntual) P(x=xᵢ n P)

n	x	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
	4	0.0037	0.0349	0.0998	0.1720	0.2202	0.2290	0.2022	0.1549	0.1040	0.0611
	5	0.0004	0.0078	0.0352	0.0860	0.1468	0.1963	0.2178	0.2066	0.1701	0.1222
	6	0.0000	0.0013	0.0093	0.0322	0.0734	0.1262	0.1759	0.2066	0.2088	0.1833
	7	0.0000	0.0002	0.0019	0.0092	0.0280	0.0618	0.1082	0.1574	0.1952	0.2095
	8	0.0000	0.0000	0.0003	0.0020	0.0082	0.0232	0.0510	0.0918	0.1398	0.1833
	9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0018	0.0066	0.0183	0.0408	0.0762	0.1222
	10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0014	0.0049	0.0136	0.0312	0.0611
	11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0010	0.0033	0.0093	0.0222
	12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0019	0.0056
	13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0009
	14	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001
15	0	0.4633	0.2059	0.0874	0.0352	0.0134	0.0047	0.0016	0.0005	0.0001	0.0000
	1	0.3658	0.3432	0.2312	0.1319	0.0668	0.0305	0.0126	0.0047	0.0016	0.0005
	2	0.1348	0.2669	0.2856	0.2309	0.1559	0.0916	0.0476	0.0219	0.0090	0.0032
	3	0.0307	0.1285	0.2184	0.2501	0.2252	0.1700	0.1110	0.0634	0.0318	0.0139
	4	0.0049	0.0428	0.1156	0.1876	0.2252	0.2186	0.1792	0.1268	0.0780	0.0417
	5	0.0006	0.0105	0.0449	0.1032	0.1651	0.2061	0.2123	0.1859	0.1404	0.0916
	6	0.0000	0.0019	0.0132	0.0430	0.0917	0.1472	0.1906	0.2066	0.1914	0.1527
	7	0.0000	0.0003	0.0030	0.0138	0.0393	0.0811	0.1319	0.1771	0.2013	0.1964

b) Probabilidad de que 7 clientes realicen compras

Resolución:

éxito: cliente que realiza compras

x: cantidad de clientes que si realizan compras que pueden obtenerse al seleccionar 15

P (x= 7) **Tabla I** **P= 0,25**

TABLA I

Función de Probabilidad Binomial (Puntual) P(x=xᵢ n P)

n	x	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
	4	0.0037	0.0349	0.0998	0.1720	0.2202	0.2290	0.2022	0.1549	0.1040	0.0611
	5	0.0004	0.0078	0.0352	0.0860	0.1468	0.1963	0.2178	0.2066	0.1701	0.1222
	6	0.0000	0.0013	0.0093	0.0322	0.0734	0.1262	0.1759	0.2066	0.2088	0.1833
	7	0.0000	0.0002	0.0019	0.0092	0.0280	0.0618	0.1082	0.1574	0.1952	0.2095
	8	0.0000	0.0000	0.0003	0.0020	0.0082	0.0232	0.0510	0.0918	0.1398	0.1833
	9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0018	0.0066	0.0183	0.0408	0.0762	0.1222
	10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0014	0.0049	0.0136	0.0312	0.0611
	11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0010	0.0033	0.0093	0.0222
	12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0019	0.0056
	13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0009
	14	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001
15	0	0.4633	0.2059	0.0874	0.0352	0.0134	0.0047	0.0016	0.0005	0.0001	0.0000
	1	0.3658	0.3432	0.2312	0.1319	0.0668	0.0305	0.0126	0.0047	0.0016	0.0005
	2	0.1348	0.2669	0.2856	0.2309	0.1559	0.0916	0.0476	0.0219	0.0090	0.0032
	3	0.0307	0.1285	0.2184	0.2501	0.2252	0.1700	0.1110	0.0634	0.0318	0.0139
	4	0.0049	0.0428	0.1156	0.1876	0.2252	0.2186	0.1792	0.1268	0.0780	0.0417
	5	0.0006	0.0105	0.0449	0.1032	0.1651	0.2061	0.2123	0.1859	0.1404	0.0916
	6	0.0000	0.0019	0.0132	0.0430	0.0917	0.1472	0.1906	0.2066	0.1914	0.1527
	7	0.0000	0.0003	0.0030	0.0138	0.0393	0.0811	0.1319	0.1771	0.2013	0.1964

P (x= 7)= 0,0393

c) Menos de 3 clientes realicen compras

Resolución:

éxito: cliente que realiza compras

x: cantidad de clientes que si realizan compras que pueden obtenerse al seleccionar 15

$P(x < 3) = P(x \leq 2)$ **P=0,25**

$= 0{,}2361$

Tabla II

15	1	0.8290	0.5490	0.3186	0.1671	0.0802	0.0353	0.0142	0.0052	0.0017	0.0005
	2	0.9638	0.8159	0.6042	0.3980	0.2361	0.1268	0.0617	0.0271	0.0107	0.0037
	3	0.9945	0.9444	0.8227	0.6482	0.4613	0.2969	0.1727	0.0905	0.0424	0.0176
	4	0.9994	0.9873	0.9383	0.8358	0.6865	0.5155	0.3519	0.2173	0.1204	0.0592
	5	0.9999	0.9978	0.9832	0.9389	0.8516	0.7216	0.5643	0.4032	0.2608	0.1509
	6	1.0000	0.9997	0.9964	0.9819	0.9434	0.8689	0.7548	0.6098	0.4522	0.3036

d) A lo sumo 6 clientes realicen compras (como máximo 6 clientes realicen compras)

éxito: cliente que realiza compras

x: cantidad de clientes que si realizan compras que pueden obtenerse al seleccionar 15

$P(x \leq 6)$ **P=0,25**

Tabla II

15	1	0.8290	0.5490	0.3186	0.1671	0.0802	0.0353	0.0142	0.0052	0.0017	0.0005
	2	0.9638	0.8159	0.6042	0.3980	0.2361	0.1268	0.0617	0.0271	0.0107	0.0037
	3	0.9945	0.9444	0.8227	0.6482	0.4613	0.2969	0.1727	0.0905	0.0424	0.0176
	4	0.9994	0.9873	0.9383	0.8358	0.6865	0.5155	0.3519	0.2173	0.1204	0.0592
	5	0.9999	0.9978	0.9832	0.9389	0.8516	0.7216	0.5643	0.4032	0.2608	0.1509
	6	1.0000	0.9997	0.9964	0.9819	0.9434	0.8689	0.7548	0.6098	0.4522	0.3036

$P(x \leq 6) = 0{,}9434$

e) Más de 7 clientes realicen compras (como máximo 6 clientes realicen compras)

Resolución:

éxito: cliente que realiza compras

x: cantidad de clientes que si realizan compras que pueden obtenerse al seleccionar 15

n= 15

$P(x > 7) = P(x \geq 8)$ **P= 0,25**

$x \leq 7$ **$x \geq 8$**

0… 7 8 ……. 15

$P(x \leq 7) + P(x \geq 8)$ = 1 **La suma de la probabilidades de <u>todos</u> los posibles valores de x es igual a 1, por lo tanto**

P (x ≥ 8) = 1 – P (x ≤ 7) Tabla II

= 1- 0,9827
= 0,0173

f) Más de 2 y menos 8 clientes realicen compras

Resolución:

éxito: cliente que realiza compras

x: cantidad de clientes que si realizan compras que pueden obtenerse al seleccionar 15

P (2 < x < 8)

Equivale a la probabilidad de que entre 3 y 7 clientes realicen compras:

P(3 ≤ X ≤ 7) =

P(x=3) + P(x=4) + P(x=5) + P(x=6) + P(x=7) Tabla I

0,2252 + 0,2252 + 0,1651 + 0,0917 + 0,0393 = 0,7465

También podemos resolver la probabilidad mediante una diferencia:

0 1 2 (3 4 5 6 7

P (3 ≤ X ≤ 7) = P (x ≤ 7) – P (x ≤ 2) Cada probabilidad se busca en Tabla II

P (3 ≤ X ≤ 7) = 0,9827 - 0,2361 P=0,25

= 0,7466

g) Entre 3 y 4 clientes realicen compras

Resolución:

éxito: cliente que realiza compras

x: cantidad de clientes que si realizan compras que pueden obtenerse al seleccionar 15

P (3 ≤ x ≤ 4) = P(x=3) + P(x=4) Tabla I Q= 0,25

= 0,2252 + 0,2252

= 0,4504

También puede resolverse utilizando la Tabla II:

P (3 ≤ x ≤ 4) = P (x ≤ 4) - P (x ≤ 2) Tabla II Q= 0,25

= 0,6865 – 0,2361

= 0,4504

Ejercicio N° 2

Se arrojan 4 monedas al aire. Calcular la probabilidad de obtener

a) Menos de 4 secas.
b) Exactamente 2 caras.

Por defecto se considera que la moneda está perfectamente balanceada, entonces P permanece constante por cada moneda arrojada, en consecuencia las pruebas son independientes, y por lo tanto utilizamos Modelo Binomial:

P= 0,50   n=4

Respuestas:

a) P (x < 4)= **P (x ≤ 3)**

= **0,9375** Tabla II

b) **P(x=2)** = **0,3750**   Tabla I

Ejercicio N° 3

A un puerto llegan en promedio 3 barcos en 2 días.

λ (lambda) es la cantidad **promedio** de sucesos en un determinado lapso de tiempo o de espacio.

λ (lambda) es la cantidad **promedio** de barcos que llegan en 2 días

Por lo tanto en el Modelo Poisson la **media** es **λ (lambda)**

x: cantidad de sucesos en determinado período de tiempo o espacio

x: cantidad de barcos que llegan a un puerto en determinado período de tiempo

a) Calcular la probabilidad de que lleguen menos de 7 barcos en 6 días.

(Probabilidad de que la cantidad de barcos que llegan en 6 días sea menor que 7)

Debe calcularse λ para el período en el cual se pide la probabilidad por regla de tres simple.

En el caso planteado debemos calcular lambda para un período de 6 días:

En el caso planteado debe calcularse λ para un período de 6 días

2 días → 3 barcos
6 días → λ= (6*3) /2
6 días → λ= **9**

P(x < 7)= P(x ≤ **6**)

	Binomial	Poisson
P(x=a)	Tabla I	Tabla III
P(x ≤ a)	Tabla II	Tabla IV

Tabla IV

	m									
x	8.1	8.2	8.3	8.4	8.5	8.6	8.7	8.8	8.9	9
0	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001
1	0.0028	0.0025	0.0023	0.0021	0.0019	0.0018	0.0016	0.0015	0.0014	0.0012
2	0.0127	0.0118	0.0109	0.0100	0.0093	0.0086	0.0079	0.0073	0.0068	0.0062
3	0.0396	0.0370	0.0346	0.0323	0.0301	0.0281	0.0262	0.0244	0.0228	0.0212
4	0.0940	0.0887	0.0837	0.0789	0.0744	0.0701	0.0660	0.0621	0.0584	0.0550
5	0.1822	0.1736	0.1653	0.1573	0.1496	0.1422	0.1352	0.1284	0.1219	0.1157
6	0.3013	0.2896	0.2781	0.2670	0.2562	0.2457	0.2355	0.2256	0.2160	0.2068
7	0.4391	0.4254	0.4119	0.3987	0.3856	0.3728	0.3602	0.3478	0.3357	0.3239

P(x < 7)= P(x ≤ **6**)

= **0,2068**

b) Calcular media, varianza y desviación para un período de 6 días.

En el Modelo Poisson:

Media: λ
Varianza: λ
Desviación: $\sqrt{\lambda}$

6 días → λ= **9**

Para un período de 6 días la media es igual a λ**= 9**

Para un período de 6 días la varianza es igual a λ**= 9**

Para un período de 6 días la desviación estándar es igual a $\sqrt{\lambda} = \sqrt{9} = 3$

c) Calcular la media, varianza y la desviación para un período de 8 días.

Ejercicio N° 4

A un centro comercial llegan 4 personas en 3 días.

a) Calcular la probabilidad de que lleguen menos de 5 barcos en 9 días.

b) Calcular la media para un período de 12 días.

c) Calcular la varianza y la desviación para un período de 9 días.

Ejercicio N° 5

Un rollo de alambre tiene 5 defectos en 6 metros. Calcular probabilidad de que tenga más de 10 defectos en 9 metros.

Ejercicio N° 6

En una caja hay 5 bolillas y 11 cubos. Son seleccionados aleatoriamente 4 elementos diferentes **(elementos diferentes equivale a decir que son seleccionados sin reposición)**

Se extraen elementos diferentes, esto implica que se utilizó Muestreo Sin Reposición (MSR)

n=4 tamaño de la muestra (cantidad de elementos seleccionados)

N= 16

n/N= 4/16

= 0,25 > 0,05

MSR y n/N > 0,05 entonces utilizamos Modelo Hipergeómetrico

a) Calcular la probabilidad de que 2 de ellos sean bolillas (probabilidad de que 2 de los 4 elementos seleccionados sean bolillas)

b) Calcular la probabilidad de que 3 de ellos sean cubos (K= 11)

c) Calcular el número esperado (media) de “cantidad de bolillas”

d) Calcular el número esperado de “cantidad de cubos”

Resolución:

$$P(x)= \frac{C_K^x * C_{N-K}^{n-x}}{C_N^n}$$

Los parámetros del Modelo Hipergeométrico son 3: **N, K y n**

N: tamaño de la población

N=16

K: cantidad de éxitos en la población

n: tamaño de la muestra (cantidad de elementos extraídos)

n= 4

x:cantidad de éxitos en la muestra

a) La probabilidad se pide para **bolillas por lo tanto el éxito es bolillas (es la característica para la cual se pide la probabilidad)**

K= 5

x:cantidad de bolillas que podemos obtener al extraer 4 elementos

$$P(x)=\frac{C_{K}^{x} * C_{N-K}^{n-x}}{C_{N}^{n}}$$

$$P(x=2)=\frac{C_{5}^{2} * C_{16-5}^{4-2}}{C_{16}^{4}}$$

$$=\frac{C_{5}^{2} * C_{11}^{2}}{C_{16}^{4}}$$

$$P(x=2)=\frac{10 * 55}{1820}$$

P(x= 2)= 0,3022

b) Número esperado de cantidad de bolillas (Esperanza Matemática) o Media de la variable aleatoria:

En el Modelo Hipergeométrico: E(x)= n (K/N)

= 4(5/16)

E(x) = 1,25

Varianza en el Modelo Hipergeométrico:

$$V(x)= n.\frac{K}{N}\left(1-\frac{K}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

Ejercicio N° 7

De los 8 comercios ubicados en cierta región, 3 reciben tarjeta de crédito. Un inspector selecciona aleatoriamente 2 comercios diferentes.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que uno de los comercios reciba tarjeta de crédito?
b. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de los comercios reciba tarjeta de crédito?

Resolución:

Justificación de la elección del Modelo Probabilístico:

Se utiliza el Modelo Hipergeométrico porque $\frac{n}{N} \geq 0{,}05$ y la muestra se obtiene seleccionando los elementos sin reposición. Cuando se cumplen ambas condiciones, P que es la probabilidad de éxito cambia por cada elemento extraído, en consecuencia las pruebas son dependientes y por lo tanto debe aplicarse el Modelo Hipergeométrico.

Parámetros:

N=15 **n=5** **K=2**

$$\mathbf{P(x) = \frac{C_K^x * C_{N-K}^{n-x}}{C_N^n}}$$

a. ¿Cuál es la probabilidad de que uno de los comercios reciba tarjeta de crédito?

$$\mathbf{P(x = 1) = \frac{C_3^1 * C_{8-3}^{2-1}}{C_8^2}}$$

$$\mathbf{P(x = 1) = \frac{C_3^1 * C_5^1}{C_8^2}}$$

$$\mathbf{P(x = 1)} = \frac{3*5}{28}$$

$$\mathbf{P(x = 1) = 0{,}5357}$$

b. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de los comercios reciba tarjeta de crédito?

Resolución:

$$\mathbf{P(x = 0) = \frac{C_3^0 * C_{8-3}^{2-0}}{C_8^2}}$$

$$\mathbf{P(x = 0) = \frac{C_3^0 * C_5^2}{C_8^2}}$$

$$\mathbf{P(x = 0) = \frac{1*10}{28}}$$

$$\mathbf{P(x = 0) = 0{,}3571}$$

Ejercicio N° 8

Una bolillero contiene cuatro bolillas verdes y 6 bolillas azules. Se extraen cuatro bolillas del bolillero, sin reposición.

Calcular:

a) La probabilidad de que haya como máximo una bolilla verde en la muestra.
b) La distribución de probabilidad de x (cantidad de bolillas verdes)
c) El valor esperado de x.
d) Varianza de x
e) Desviación Standar de x

Resolución:

Se identifican los datos:

N= 10 n= 4

x es el número de bolillas verdes que hay en la muestra → **éxito**: **bolillas verdes**

En la población hay 4 bolillas verdes, por lo tanto **K=X= 4**

Muestreo sin reposición **y** (n/N=4/10) ≥ 0,05 en consecuencia debe utilizarse el Modelo Hipergeométrico.

a) P (x ≤ **1**) = **0,452381**

Buscamos la probabilidad en la **penúltima columna (columna ≤)** de la Tabla Hipergeométrica:

N	n	x (equivale a K)	x	≤	=
10	4	4	0		
			1	0,452381	
			2		
			3		
			4		0,004762

b) Distribución de probabilidad de x (Incluye todos los posibles valores de x y sus respectivas probabilidades:

x	P(x)
0	0,071429
1	0,380952
2	0,428571
3	0,114286
4	0,004762

Cada probabilidad **P(x)** se busca en la **última columna (columna =)** de la Tabla Hipergeométrica

para **N=10 n=4** y **K=X= 4:**

N	n	X (equivale a K)	x	≤	=
10	4	4	0		0,071429
			1		0,380952
			2		0,428571
			3		0,114286
			4		0,004762

c) Valor esperado de x (Esperanza Matemática de x):

E(x)= ∑ x P(x)E(x)

= 0(0,071429) +1(0,380952) +2(0,428571) +3(0,114286) +4(0,004762)

E(x)= 1,6

En el Modelo Hipergeométrico la Esperanza Matemática también puede obtenerse a través de la siguiente fórmula:

E(x)= $n\frac{K}{N}$

= $4\frac{4}{10}$

E(x)= 1,6

d) **V(x)= ∑ x^2P(x) – [E(x)]^2**

= [0^2(0,071429) +1^2(0,380952) +2^2(0,428571) +3^2 (0,114286) +4^2 (0,004762)] – $1{,}6^2$

V(x)= 3,200002 – 2,56

V(x)= 0,64

En el Modelo Hipergeométrico la Varianza también puede obtenerse a través de la siguiente fórmula:

V(x)= $n\frac{K}{N}\left(1-\frac{K}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$

V(x)= $4\frac{4}{10}\left(1-\frac{4}{10}\right)\left(\frac{10-4}{10-1}\right)$

= $4(0,40)(0,60)\frac{6}{9}$

V(x)= 0,64

e) Desviación Standar de x:

DS(x)= $\sqrt{V(x)}$

$=\sqrt{0,64}$

DS(x)= 0,80

Ejercicio N° 9

El 73% de los estudiantes que cursan cierta carrera, practican deportes. Son seleccionados 19 estudiantes aleatoriamente.

Por defecto, asumimos que los estudiantes son seleccionados con reposición, en consecuencia P (probabilidad de éxito) permanece constante, entonces las pruebas son independientes en consecuencia aplicamos Modelo Binomial, cuyos parámetros son n y P

a) Calcular la probabilidad 11 de ellos practiquen deportes. P=0,73

b) Calcular la media.

Resolución:

En el Modelo Binomial las probabilidades de que x asuma determinado valor se obtienen a través de la siguiente función:

$$P(x) = C_n^x * P^x * (1-P)^{n-x}$$

n y **P** son los parámetros del Modelo Binomial

n= 19 **P= 0,73**

a) $P(x=11) = C_{19}^{11} * 0{,}73^{11} * (1-0{,}73)^{19-11}$

= 75582*0,0314* 0,000028

= 0,06645

b) Media= Esperanza Matemática= Valor esperado de la cantidad de estudiantes que practican deportes.

E(x)= nP= 19(0,73)

= 13,87

c) Varianza:

V(x)= nP(1- P)

= 19(0,73)(1- 0,73)

= 3,7449

d) Desviación Estándar: Raíz cuadrada de la Varianza

DE(x)= $\sqrt{V(x)}$

$= \sqrt{3{,}7449}$

Ejercicio N° 10

El 82% de los estudiantes que comienzan cierta carrera, la finalizan. Son seleccionados 14 estudiantes aleatoriamente para asignarles una beca.

a) Calcular la probabilidad 9 de ellos finalicen la carrera.

b) Calcular la media.

Ejercicio N° 11

El 40% de los estudiantes que cursan cierta carrera, practican deportes. Son seleccionados 16 estudiantes aleatoriamente.

Parámetros del Modelo Binomial: P n=16

a) Calcular la probabilidad de que el 25% practiquen deportes. P= 0,40

b) Calcular la probabilidad de que el 50% practiquen deportes. P= 0,40

Resolución:

a) $\hat{p}$: proporción de éxitos en la muestra: x/n

$\hat{p}$ = x/n

0,25 = x/16

Despejamos x:

x= 0,25. 16

x= 4

P($\hat{p}$ = 0,25)= P(x=4) Tabla I

n	x								P=0,40		
16	0	0.4401	0.1853	0.0743	0.0281	0.0100	0.0033	0.0010	0.0003	0.0001	0.0000
	1	0.3706	0.3294	0.2097	0.1126	0.0535	0.0228	0.0087	0.0030	0.0009	0.0002
	2	0.1463	0.2745	0.2775	0.2111	0.1336	0.0732	0.0353	0.0150	0.0056	0.0018
	3	0.0359	0.1423	0.2285	0.2463	0.2079	0.1465	0.0888	0.0468	0.0215	0.0085
	4	0.0061	0.0514	0.1311	0.2001	0.2252	0.2040	0.1553	0.1014	0.0572	0.0278
	5	0.0008	0.0137	0.0555	0.1201	0.1802	0.2099	0.2008	0.1623	0.1123	0.0667

P($\hat{p}$ = 0,25)= P(x=4)

= 0,1014 Tabla I

Ejercicio N° 12

Del total de los diamantes asegurados por una compañía se estima que el 3% son robados. Son seleccionados 400 diamantes, calcular la probabilidad de que a lo sumo 23 sean robados.

Por defecto los diamantes fueron seleccionados <u>con reposición</u>

Entonces P permanece constante por lo tanto las pruebas son independientes, en consecuencia podemos utilizar Modelo Binomial

Respuesta:

Por defecto se considera que los 400 diamantes son seleccionados **con reposición,** por lo tanto el resultado obtenido al extraer un diamante no afecta las probabilidades al seleccionar los restantes diamantes, en consecuencia **P** permanece constante por cada diamante seleccionado, entonces las pruebas son independientes y por lo tanto se utiliza el Modelo Binomial.

Los dos parámetros del Modelo Binomial son:

n = 400 porque se seleccionan aleatoriamente 400 diamantes (repetimos 400 veces la prueba que consiste en seleccionar aleatoriamente un diamante) por defecto se asume que fueron seleccionadas con reposición.

P: su valor depende de la característica para la cual se pide la probabilidad.

La probabilidad se pide para diamantes robados por lo tanto el éxito es diamante robado, en consecuencia **P= 0,03**

n= 400 y P= 0,03

Cuando en una distribución binomial, los parámetros *n* y *P* cumplen las siguientes condiciones: n es grande **(n >20) y *P* es chico (*P*< 0,05)**; la distribución Binomial se aproxima a la distribución Poisson, de manera que los valores de las probabilidades obtenidas a través de una u otra distribución serán muy similares.

Cuando se cumplen estas condiciones para n y *P* puede calcularse la probabilidad haciendo una **aproximación del Modelo Binomial al Modelo Poisson**, en tal caso el parámetro a utilizar será $\lambda = nP$, dado que es el promedio de la variable x

$\lambda = n^* P$ $\lambda = 400^* 0{,}03$ $\lambda = 12$

Probabilidad de que a lo sumo 23 sean robados (es decir como máximo 23 sean robados):

$P(x \leq 23)$ se busca la probabilidad en la Tabla IV:

	m									
x	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0										
1	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0012	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.0049	0.0023	0.0011	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.0151	0.0076	0.0037	0.0018	0.0009	0.0004	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000
5	0.0375	0.0203	0.0107	0.0055	0.0028	0.0014	0.0007	0.0003	0.0002	0.0001
6	0.0786	0.0458	0.0259	0.0142	0.0076	0.0040	0.0021	0.0010	0.0005	0.0003
7	0.1432	0.0895	0.0540	0.0316	0.0180	0.0100	0.0054	0.0029	0.0015	0.0008
8	0.2320	0.1550	0.0998	0.0621	0.0374	0.0220	0.0126	0.0071	0.0039	0.0021
9	0.3405	0.2424	0.1658	0.1094	0.0699	0.0433	0.0261	0.0154	0.0089	0.0050
10	0.4599	0.3472	0.2517	0.1757	0.1185	0.0774	0.0491	0.0304	0.0183	0.0108
11	0.5793	0.4616	0.3532	0.2600	0.1848	0.1270	0.0847	0.0549	0.0347	0.0214
12	0.6887	0.5760	0.4631	0.3585	0.2676	0.1931	0.1350	0.0917	0.0606	0.0390
13	0.7813	0.6815	0.5730	0.4644	0.3632	0.2745	0.2009	0.1426	0.0984	0.0661
14	0.8540	0.7720	0.6751	0.5704	0.4657	0.3675	0.2808	0.2081	0.1497	0.1049
15	0.9074	0.8444	0.7636	0.6694	0.5681	0.4667	0.3715	0.2867	0.2148	0.1565
16	0.9441	0.8987	0.8355	0.7559	0.6641	0.5660	0.4677	0.3751	0.2920	0.2211
17	0.9678	0.9370	0.8905	0.8272	0.7489	0.6593	0.5640	0.4686	0.3784	0.2970
18	0.9823	0.9626	0.9302	0.8826	0.8195	0.7423	0.6550	0.5622	0.4695	0.3814
19	0.9907	0.9787	0.9573	0.9235	0.8752	0.8122	0.7363	0.6509	0.5606	0.4703
20	0.9953	0.9884	0.9750	0.9521	0.9170	0.8682	0.8055	0.7307	0.6472	0.5591
21	0.9977	0.9939	0.9859	0.9712	0.9469	0.9108	0.8615	0.7991	0.7255	0.6437
22	0.9990	0.9970	0.9924	0.9833	0.9673	0.9418	0.9047	0.8551	0.7931	0.7206
23	0.9995	0.9985	0.9960	0.9907	0.9805	0.9633	0.9367	0.8989	0.8490	0.7875

$P(x \leq 23) = 0{,}9985$

Ejercicio N° 13

Del total de los diamantes asegurados por una compañía se estima que el 4% son robados. Son seleccionados 200 diamantes, calcular la probabilidad de que como máximo 14 sean robados.

Ejercicio N° 14

Las edades de los alumnos que concurren a determinado establecimiento se distribuyen normalmente con $\mu = 24$ y $\sigma = 12$. Calcular la probabilidad de que la edad de un alumno seleccionada aleatoriamente sea:

a) Menor a 25

b) Menor a 29

c) Menor a 28

d) Menor a 26

e) Mayor a 20

f) Mayor a 17

g) Mayor a 18

h) Mayor a 19

i) Mayor a 16

j) Menor a 22

k) Menor a 21

l) Menor a 17

m) Menor a 23

n) Mayor a 25 y menor a 27

o) Mayor a 26 y menor a 28

p) Mayor a 27 y menor a 29

q) Mayor a 22 y menor a 25

r) Mayor a 18 y menor a 25

s) Mayor a 20 y menor a 25

t) Entre 19 y menor a 26

(en Modelo Normal es igual que plantear: mayor que 19 y menor que 26)

u) Entre 19 y 21

(en Modelo Normal es igual que plantear: mayor que 19 y menor que 21)

v) Entre 17 y 22

(en Modelo Normal es igual que plantear: mayor que 17 y menor que 22)

w) Entre 18 y 23

(en Modelo Normal es igual que plantear: mayor que 18 y menor que 23)

x) Entre 20 y 24

(en Modelo Normal es igual que plantear: mayor que 20 y menor que 24)

Respuestas:

Dato: x ≅ N(24; 12)

a. P(x < 25)

Debe expresarse la probabilidad en función de z, para ello al valor x para el cual se plantea la probabilidad se le resta μ y se lo divide por σ de la siguiente manera:

P(x < 25) = $P\left(z < \frac{25-24}{12}\right)$

=P(z < 0,08333)

= **P(z < 0,08)** siempre debe dejarse expresado el valor obtenido en dos decimales porque de esa manera se encuentra en la Tabla Normal

En la Tabla Normal (Tabla VI) se busca P(z < 0,08) es decir, en tabla encontramos probabilidad de que z sea menor que un valor positivo.

En la primera columna se busca z (hasta el segundo decimal) y en la segunda columna se ubica la probabilidad:

z	Prob.
0,08	**0,5319**

P(z < 0,08) = 0,5319

b. P(x < 29) = **P(z < 0,42)**
= **0,6628**

Esta probabilidad se encuentra en tabla de la siguiente manera:

En la primera columna se busca z (hasta el segundo decimal) y en la segunda columna se ubica la probabilidad:

z	Prob.
0,42	**0,6628**

c. P(x < 28) = **P(z < 0,33)**
= **0,6293**

d. P(x < 26) = **P(z < 0,17)**
= **0,5675**

e. P(x > 20) = **P(z > -0,33)**
= **P(z < 0,33)**
= **0,6293**

f. $P(x > 17) = P(z > -0{,}58)$
$= P(z < 0{,}58)$
$= 0{,}7190$

g. $P(x > 18) = P(z > -0{,}5)$
$= P(z < 0{,}5)$
$= 0{,}6915$

h. $P(x > 19) = P(z > -0{,}42)$
$= P(z < 0{,}42)$
$= 0{,}6628$

i. $P(x > 16) = P(z > -0{,}67)$
$= P(z < 0{,}67)$
$= 0{,}7486$

j. $P(x < 22) = P(z < -0{,}17)$
$= 0{,}4325$

k. $P(x < 21) = P(z < -0{,}25)$
$= 0{,}4013$

l. $P(x < 17) = P(z < -0{,}58)$
$= 0{,}2810$

m. $P(x < 23) = P(z < -0{,}08)$
$= 0{,}4681$

n. $P(25 < x < 27) = P(0{,}08 < z < 0{,}25)$
$= P(z < 0{,}05) - P(z < 0{,}08)$
$= 0{,}5987 – 0{,}5319$
$= 0{,}0668$

o. $P(26 < x < 28) = P(0{,}17 < z < 0{,}33)$
$= P(z < 0{,}33) - P(z < 0{,}17)$

= **0,6293** – **0,5675**

= **0,0618**

p. $P(27 < x < 29)$ = **$P(0,25 < z < 0,42)$**

= **$P(z < 0,42)$** - **$P(z < 0,25)$**

= **0,6628** – **0,5987**

= **0,0641**

q. $P(22 < x < 25)$ = **$P(-0,17 < z < 0,08)$**

= **$P(z < 0,08)$** – **$P(z < -0,17)$**

= **0,5319** – **0,4325**

= **0,0994**

r. $P(18 < x < 25)$ = **$P(-0,5 < z < 0,08)$**

= **$P(z < 0,08)$** – **$P(z < -0,5)$**

= **0,5319** – **0,3085**

= **0,2234**

s. $P(20 < x < 25)$ = **$P(-0,33 < z < 0,08)$**

= **$P(z < 0,08)$** – **$P(z < -0,33)$**

= **0,5319** – **0,3707**

= **0,1612**

t. $P(19 < x < 26)$ = **$P(-0,42 < z < 0,17)$**

= **$P(z < 0,17)$** – **$P(z < -0,42)$**

= **0,5675** – **0,3372**

= **0,2303**

u. $P(19 < x < 21)$ = **$P(-0,42 < z < -0,25)$**

= **$P(z < -0,25)$** - **$P(z < -0,42)$**

= **0,4013**– **0,3372**

= **0,0641**

v. $P(17 < x < 22)$ = **$P(-0,58 < z < -0,17)$**

= **$P(z < -0,17)$**- **$P(z < -0,58)$**

= **0,4325** – **0,2810**

= **0,1515**

w. P(18 < x < 23) = **P(-0,50 < z < -0,08)**

= **P(z < -0,08)** - **P(z < -0,50)**

= **0,4681** – **0,3085**

= **0,1596**

x. P(20 < x < 24) = **P(-0,33 < z < 0)**

= **P(z < 0)** - **P(z < -0,33)**

= **0,50** - **0,3707**

= **0,1293**

Ejercicio N° 15

La longitud de las piezas fabricadas por una máquina se distribuye normal con $\mu = 10$ y $\sigma = 15$. Calcular el porcentaje de piezas con longitud:

a) Menor a 10	h) Menor a 12	o) Entre 14 y 16	v) Entre 2 y 16
b) Menor a 14	i) Menor a 3	p) Entre 13 y 18	w) Entre 8 y 11
c) Mayor a 7	j) Menor a 2	q) Entre 7 y 9	x) Entre 7 y 12
d) Mayor a 6	k) Menor a 8	r) Entre 6 y 8	y) Entre 10 y 12
e) Mayor a 5	l) Menor a 1	s) Entre 3 y5	z) Entre 17 y 19
f) Mayor a 4	m) Menor a 9	t) Entre 2 y 4	
g) Menor a 10	n) Entre 12 y 15	u) Entre 1 y 12	

Resolución:

Datos: x ≅ (10; 15)

a) P(x < 10) = **P(z < 0)**

= **0,50**

b) P(x < 14) = **P(z < 0,27)**

= **0,6064**

c) P(x > 7) = **P(z > -0,2)**

= **P(z < 0,2)**

$= \mathbf{0{,}5793}$

d) $P(x > 6) = \mathbf{P(z > -0{,}27)}$

$= \mathbf{P(z < 0{,}27)}$

$= \mathbf{0{,}6064}$

e) $P(x > 5) = \mathbf{P(z > -0{,}33)}$

$= \mathbf{P(z < 0{,}33)}$
$= \mathbf{0{,}6293}$

f) $P(x > 4) = \mathbf{P(z > -0{,}4)}$

$= \mathbf{P(z < 0{,}4)}$

$= \mathbf{0{,}6554}$

h) $P(x < 12) = \mathbf{P(z < 0{,}13)}$

$= \mathbf{0{,}5517}$

i) $P(x < 3) = \mathbf{P(z < -0{,}47)}$

$= \mathbf{0{,}3192}$

j) $P(x < 2) = \mathbf{P(z < -0{,}53)}$

$= \mathbf{0{,}2981}$

k) $P(x < 8) = \mathbf{P(z < -0{,}13)}$

$= \mathbf{0{,}4483}$

l) $P(x < 1) = \mathbf{P(z < -0{,}60)}$

$= \mathbf{0{,}2743}$

m) $P(x < 9) = \mathbf{P(z < -0{,}07)}$

$= \mathbf{0{,}4721}$

n) $P(12 < x < 15) = \mathbf{P(0{,}13 < z < 0{,}33)}$

$= \mathbf{P(z < 0{,}33) - P(z < 0{,}13)}$

$= \mathbf{0{,}6293 - 0{,}5517}$

$= \mathbf{0{,}0776}$

o) $P(14 < x < 16) = P(0,27 < z < 0,40)$
$= P(z < 0,40) - P(z< 0,27)$
$= 0,6554 – 0,6064$
$= 0,049$

p) $P(13 < x < 18) = P(0,20 < z < 0,53)$
$= P(z < 0,53) - P(z < 0,20)$
$= 0,7019 – 0,5793$
$= 0,1226$

q) $P(7 < x < 9) = P(-0,20 < z < -0,07)$
$= P(z < -0,07) - P(z < -0,20)$
$= 0,4721– 0,4207$
$= 0,0514$

r) $P(6 < x < 8) = P(-0.27 < z < -0,13)$
$= P(z < -0,13) - P(z < -0,27)$
$= 0,4483 – 0,3936$
$= 0,0547$

s) $P(3 < x < 5) = P(-0,47 < z < -0,33)$
$= P(z < -0,07) - P(z < -0,20)$
$= 0,4721 – 0,4207$
$= 0,0514$

t) $P(2 < x < 4) = P(-0,53 < z < -0,40)$
$= P(z < -0,40) - P(z < -0,53)$
$= 0,3446 – 0,2981$
$= 0,0465$

u) $P(1 < x < 12) = P(-0,60 < z < 0,13)$
$= P(z < 0,13) - P(z < -0,60)$
$= 0,5517 – 0,2743$
$= 0,2774$

v) P(2 < x < 16) = **P(-0,53 < z < 0,40)**

= **P(z < 0,40)** - **P(z < -0,53)**

= **0,6554** – **0,2981**

= **0,3573**

w) P(8 < x < 11) = **P(- 0,13 < z < 0,07)**

= **P(z < 0,07)** - **P(z < -0,13)**

= **0,5279** – **0,4483**

= **0,0796**

x) P(7 < x < 12) = **P(- 0,20 < z < 0,13)**

= **P(z < 0,13)** - **P(z < -0,20)**

= **0,5517** – **0,4207**

= **0,1310**

y) P(10 < x < 12) = **P(0 < z < 0,13)**

= **P(z < 0,13)** - **P(z < 0)**

= **0,5517** – **0,50**

= **0,0517**

z) P(17 < x < 19) = **P(0,47 < z < 0,60)**

= **P(z < 0,60)** - **P(z < 0,47)**

= **0,7257** – **0,6808**

= **0,0449**

Ejercicio N° 16

Dada una variable aleatoria x   N (60; 15) indicar la expresión correspondiente a la función de probabilidad para x que sea menor que 30.

Respuesta:

P(x < 30)= $\int_{-\infty}^{30} \frac{1}{15\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(x-60)^2}{2.15^2}}$

Ejercicio N° 17

Dada una variable aleatoria x   N(60; 15) indicar la expresión correspondiente a la función de probabilidad para x que sea mayor que 30.

Respuesta:

P (x > 30) = 1 – P (x < 30) = 1- $\int_{-\infty}^{30} \frac{1}{15\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(x-60)^2}{2.15^2}}$

Ejercicio N° 18

Dada una variable aleatoria x N(60; 15)) ndicar la expresión correspondiente a la función de probabilidad para x que sea mayor que 20 y menor que 70

Respuesta:

P(20 < x < 70)= $\int_{70}^{20} \frac{1}{15\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(x-60)^2}{2.15^2}}$

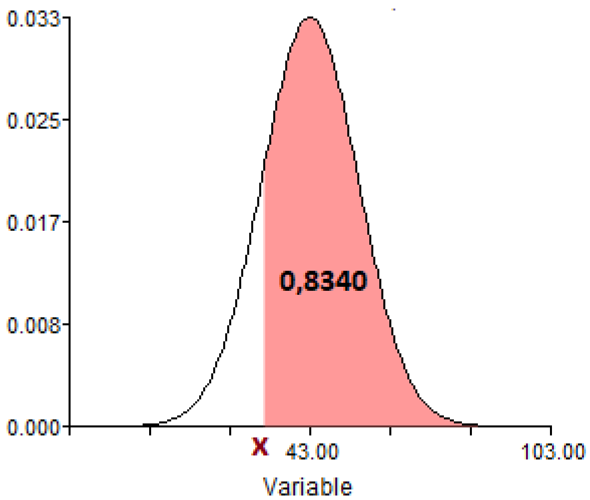
Ejercicio N° 19

La vida útil de las piezas producidas por cierta máquina tiene una distribución normal con media igual a 43 y desviación igual a 12 meses.

¿Cuál debe ser la vida útil de las piezas producidas por cierta máquina para que el 83,4% de las piezas superen esa duración?

Resolución:

Se identifican los datos: $\mu = 43$ $\sigma = 12$



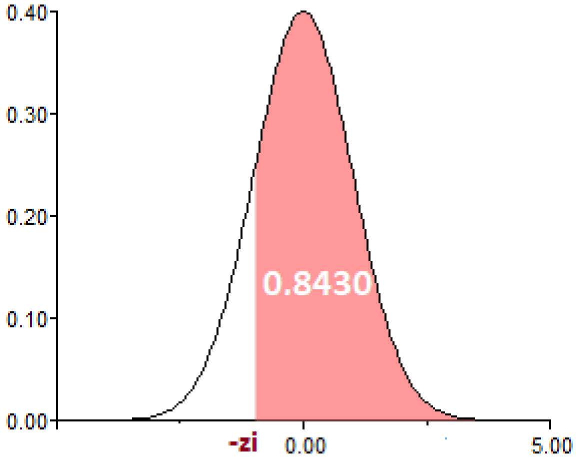
X: vida útil que debe tener la pieza para que el 83,4% de las piezas tengan una duración mayor.

x: duración de las piezas

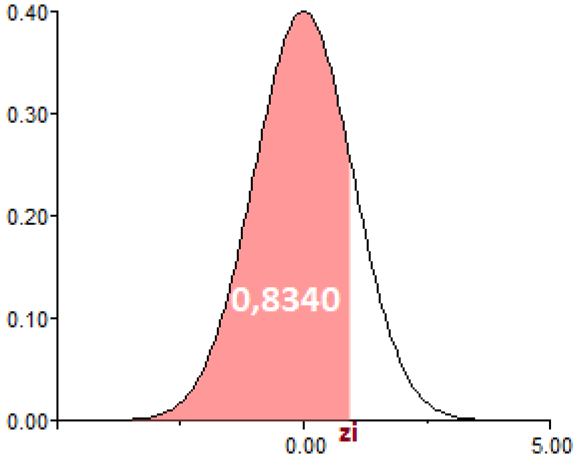
Si se pretende que la probabilidad de que la duración de las piezas supere a esa vida útil es de 0,8340. ¿Cuál debe ser la vida útil?

P(x > xi)= 0,8340

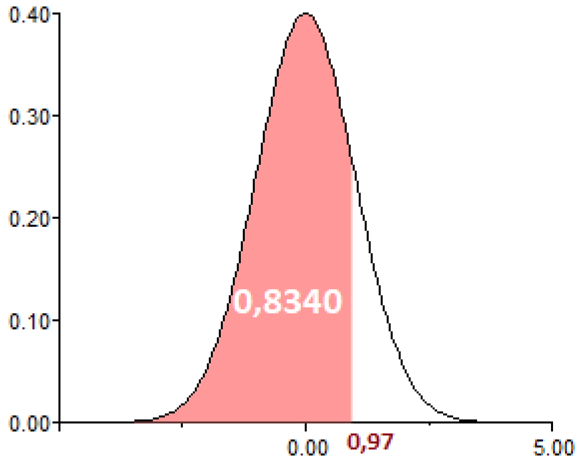
P(z > $-z_i$)= 0,8340



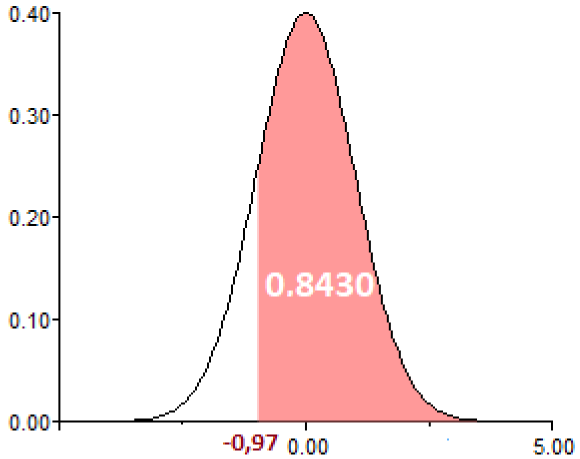
P(z > $-z_i$)= 0,8340 equivale a: P(z < z_i)= 0,8340



0,32	0,6255	**0,92**	0,8212	**1,52**	0,9357	**2,12**	0,9830	**2,72**	0,9967	**3,32**	0,9995
0,33	0,6293	**0,93**	0,8238	**1,53**	0,9370	**2,13**	0,9834	**2,73**	0,9968	**3,33**	0,9996
0,34	0,6331	**0,94**	0,8264	**1,54**	0,9382	**2,14**	0,9838	**2,74**	0,9969	**3,34**	0,9996
0,35	0,6368	**0,95**	0,8289	**1,55**	0,9394	**2,15**	0,9842	**2,75**	0,9970	**3,35**	0,9996
0,36	0,6406	**0,96**	0,8315	**1,56**	0,9406	**2,16**	0,9846	**2,76**	0,9971	**3,36**	0,9996
0,37	0,6443	**0,97**	0,8340	**1,57**	0,9418	**2,17**	0,9850	**2,77**	0,9972	**3,37**	0,9996
0,38	0,6480	**0,98**	0,8365	**1,58**	0,9429	**2,18**	0,9854	**2,78**	0,9973	**3,38**	0,9996



P(z < z_i)= 0,8340 → z_i= 0,97 por lo tanto -z_i= -0,97



Se plantea la fórmula para estandarizar la variable x:

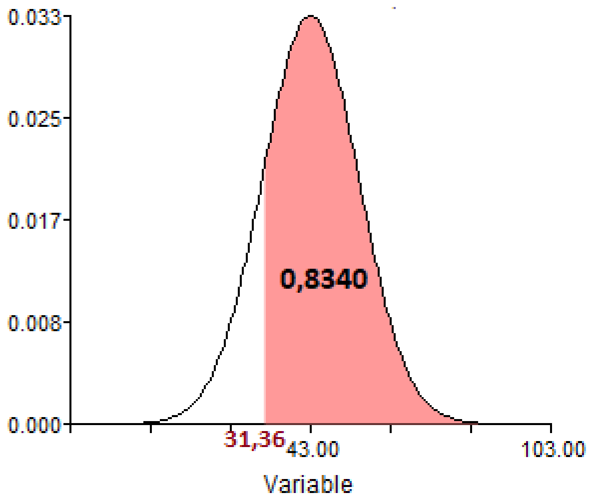
$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$-z_i = \frac{xi-43}{12}$$

$$-0{,}97 = \frac{xi-43}{12} \longrightarrow x_i = -0{,}97 * 12 + 43$$

$$x_i = 31{,}36$$

Respuesta:



31,36: vida útil que debe tener la pieza para que el 83,4% de las piezas tengan una duración mayor.

La vida útil debe ser de 31,36 meses para que el 83,4% de las piezas tengan una duración superior a dicho valor.

Ejercicio N° 20

En una distribución normal con una desviación estándar de 5,0 la probabilidad de que una observación elegida al azar exceda **21** es de 0,14. Encontrar la **media de la distribución**.

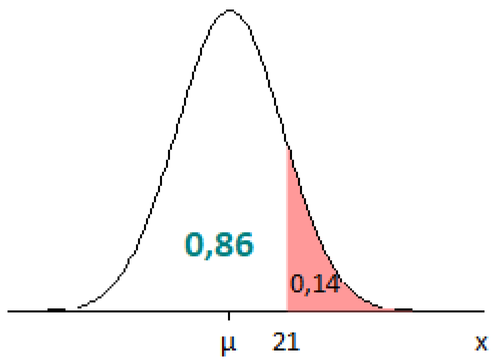
Solución:

$\sigma = 5,0$

$P(x > \mathbf{21}) = 0,14$

$\mu = ?$

Se aconseja realizar el gráfico de distribución normal, por lo tanto, el diagrama para la variable x es:



Para determinar el valor z que corresponde a la variable x=21

En tabla se encuentra la probabilidad P (Z < z) que gráficamente es el área a la izquierda de z:

Entonces P (Z < z) = 1- 0,14

= 0,86

Para encontrar z se ingresa a tabla con la probabilidad con la probabilidad más cercana a 0,86 que es 0,8599 y puede observarse que el valor de z que corresponde a esta probabilidad, es de 1,08

0,48	0,6844	**1,08**	0,8599	**1,68**	0,9535	**2,28**	0,9887	**2,88**	0,9980	**3,48**	0,9997
0,49	0,6879	**1,09**	0,8621	**1,69**	0,9545	**2,29**	0,9890	**2,89**	0,9981	**3,49**	0,9998
0,50	0,6915	**1,10**	0,8643	**1,70**	0,9554	**2,30**	0,9893	**2,90**	0,9981	**3,50**	0,9998
0,51	0,6950	**1,11**	0,8665	**1,71**	0,9564	**2,31**	0,9896	**2,91**	0,9982	**3,51**	0,9998
0,52	0,6985	**1,12**	0,8686	**1,72**	0,9573	**2,32**	0,9898	**2,92**	0,9982	**3,52**	0,9998
0,53	0,7019	**1,13**	0,8708	**1,73**	0,9582	**2,33**	0,9901	**2,93**	0,9983	**3,53**	0,9998
0,54	0,7054	**1,14**	0,8729	**1,74**	0,9591	**2,34**	0,9904	**2,94**	0,9984	**3,54**	0,9998
0,55	0,7088	**1,15**	0,8749	**1,75**	0,9599	**2,35**	0,9906	**2,95**	0,9984	**3,55**	0,9998
0,56	0,7123	**1,16**	0,8770	**1,76**	0,9608	**2,36**	0,9909	**2,96**	0,9985	**3,56**	0,9998

P (Z < z) = 0,86 → z= 1,08

Para obtener el valor de μ debe despejarse a partir de la fórmula correspondiente a la variable normal estándar (variable z)

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$1,28 = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Se reemplazan los valores de x y σ

$$1,28 = \frac{21 - \mu}{5}$$

Despejamos μ:

$$1,28 = \frac{x - \mu}{5} \quad \rightarrow \quad -\mu = 1,28 * 5 - 21$$

$-\mu = 1,28 * 5 - 21$

$\mu = -1,28 * 5 + 21$

$\mu = 14,60$

La media de la distribución es de 14,60

Ejercicio N° 21

Se sabe que el tiempo promedio requerido para terminar un examen es de 70 minutos con una desviación estándar de 12 minutos. ¿Cuánto tiempo debe asignarse si se desea que el 90 % de los estudiantes tengan suficiente tiempo para terminar el examen? (Suponga que el tiempo requerido para terminar el examen tiene una distribución normal).

Resolución:

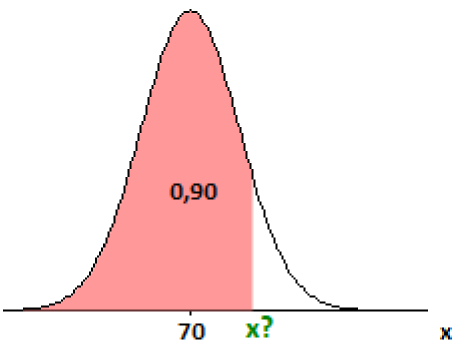
x = tiempo empleado en resolver el examen (en minutos)

μ = 70 min **σ = 12 min**

x =? Tiempo que debe asignarse al examen

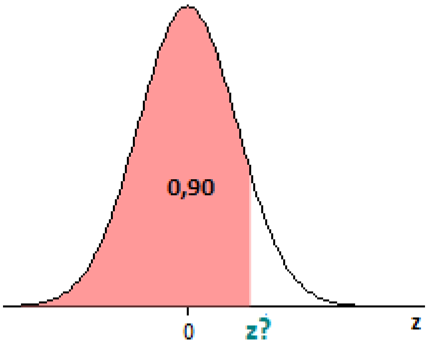
En este problema se pide calcular el **valor de la variable x**.

El gráfico para la probabilidad de la variable x es:



P (x < **x**) = **0,90**

El gráfico para la probabilidad de la variable **z** es:



P (Z < z) = 0,90

Se ingresa a la tabla con la probabilidad para encontrar el valor de z

La probabilidad más próxima a 0,90 es 0,8997

TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
$P(Z \leq Zi)$

z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.
0,00	0,5000	0,60	0,7257	1,20	0,8849	1,80	0,9641	2,40	0,9918	3,00	0,9987
0,01	0,5040	0,61	0,7291	1,21	0,8869	1,81	0,9649	2,41	0,9920	3,01	0,9987
0,02	0,5080	0,62	0,7324	1,22	0,8888	1,82	0,9656	2,42	0,9922	3,02	0,9987
0,03	0,5120	0,63	0,7357	1,23	0,8907	1,83	0,9664	2,43	0,9925	3,03	0,9988
0,04	0,5160	0,64	0,7389	1,24	0,8925	1,84	0,9671	2,44	0,9927	3,04	0,9988
0,05	0,5199	0,65	0,7422	1,25	0,8944	1,85	0,9678	2,45	0,9929	3,05	0,9989
0,06	0,5239	0,66	0,7454	1,26	0,8962	1,86	0,9686	2,46	0,9931	3,06	0,9989
0,07	0,5279	0,67	0,7486	1,27	0,8980	1,87	0,9693	2,47	0,9932	3,07	0,9989
0,08	0,5319	0,68	0,7517	$\boxed{1,28}$	$\boxed{0,8997}$	1,88	0,9699	2,48	0,9934	3,08	0,9990

P (Z < 1,28) = 0,8997

Se plantea la fórmula para estandarizar z:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$1,28 = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Se reemplazan los valores de μ **y** σ

$$1,28 = \frac{x - 70}{12}$$

Se despeja **x**:

$$1,28 = \frac{x-70}{12} \rightarrow x = 1,28 * 12 + 70$$

X= 85,36

Al examen deben asignarse 85,36 minutos.

Ejercicio N° 22

El consumo promedio diario de energía eléctrica de las empresas de cierta región tiene distribución normal con media igual a 345 KW. y la desviación es de 12 KW. Es seleccionada una empresa aleatoriamente, calcular la probabilidad de su consumo diario sea menor que 364 KW.

Resolución:

x: consumo de energía eléctrica de una empresa seleccionada aleatoriamente

Se identifica el valor de los parámetros:

$\mu = 345$ (media) $\sigma = 12$ (desviación)

μ(media) y σ(desviación poblacional) son los dos parámetros del Modelo Normal.

Pueden expresarse los parámetros a través de la siguiente notación:

x N (345; 12) Se lee: x tiene distribución Normal con media igual a 345 y desviación igual a 12.

Se plantea la probabilidad:

$P(x < 364)$

En la Tabla Normal la probabilidad solo se encuentra para la variable normal estándar: z N (0; 1) $\mu=0$ $\sigma=1$ Se lee: z tiene distribución Normal Estándar con media igual a 0 y desviación igual a 1.

Para utilizar la tabla debe standarizarse la variable a través de la siguiente fórmula:

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$P(x < 364) = P\left(z < \frac{364-345}{12}\right)$$

$$= P(z < 1{,}5833)$$

$$= P(z < 1{,}58) \text{ Se busca en Tabla Normal}$$

0,35	0,6368	**0,95**	0,8289	**1,55**	0,9394	**2,15**	0,9842	**2,75**	0,9970	**3,35**	0,9996
0,36	0,6406	**0,96**	0,8315	**1,56**	0,9406	**2,16**	0,9846	**2,76**	0,9971	**3,36**	0,9996
0,37	0,6443	**0,97**	0,8340	**1,57**	0,9418	**2,17**	0,9850	**2,77**	0,9972	**3,37**	0,9996
0,38	0,6480	**0,98**	0,8365	**1,58**	0,9429	**2,18**	0,9854	**2,78**	0,9973	**3,38**	0,9996

$P(x < 364) = P(z < 1{,}58)$

$= \mathbf{0{,}9429}$

Ejercicio N° 23

La distancia promedio diaria que recorren los viajantes de una empresa. tiene distribución normal tienen una distribución normal con media igual a 218 km. y la desviación es de 31 km. Es seleccionado un viaje aleatoriamente, calcular la probabilidad de su distancia diaria recorrida sea menor que 295 km.

Respuesta:

0,07	0,5279	**0,67**	0,7486	**1,27**	0,8980	**1,87**	0,9693	**2,47**	0,9932	**3,07**	0,9989
0,08	0,5319	**0,68**	0,7517	**1,28**	0,8997	**1,88**	0,9699	**2,48**	0,9934	**3,08**	0,9990
0,09	0,5359	**0,69**	0,7549	**1,29**	0,9015	**1,89**	0,9706	**2,49**	0,9936	**3,09**	0,9990
0,10	0,5398	**0,70**	0,7580	**1,30**	0,9032	**1,90**	0,9713	**2,50**	0,9938	**3,10**	0,9990