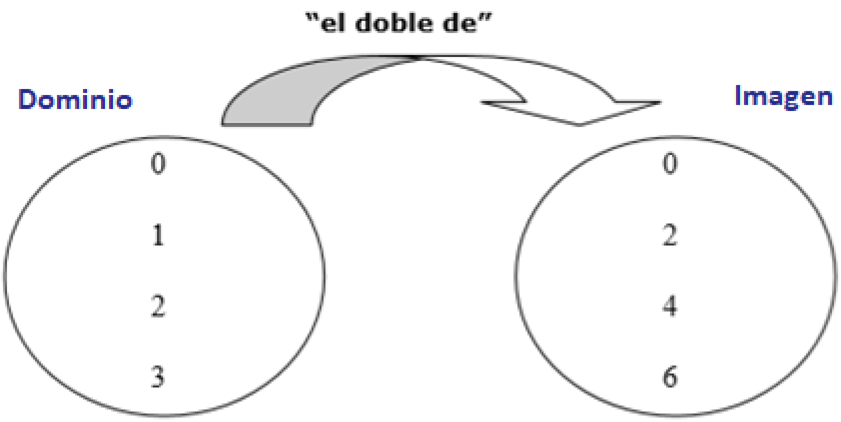
Unidad 1: Funciones

Función: Relación en la cual a cada elemento del dominio le corresponde uno y solo un elemento de la imagen.

Formas de representar una Función:

En forma de diagrama:



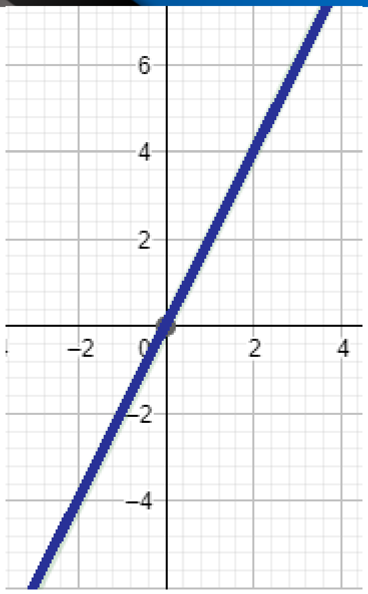
En forma de tabla:

x	y
0	0
1	2
2	4
3	6

A través de pares ordenados:

{(0; 0); (1; 2); (2; 4); (3;6)}

A través de gráficos cartesianos:



A través de fórmulas:

f(x)= 2x

o

y= 2x

x es la variable independiente

y es la variable dependiente porque su valor depende de x

Función Polinómica:

El coeficiente (parte numérica en cada término) debe ser un número real.

Exponentes de x: Números naturales

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

a_0 = Término independiente

$a_0 * x^0 = a_0 * 1$

$= a_0$

El dominio de una función polinómica siempre es el conjunto de los números reales.

> El grado de la **Función Polinómica** está dado por el mayor exponente al cual se encuentra elevada la variable x

Ejemplos de funciones polinómicas:

Función Polinómica de primer grado = Función Lineal

Función Polinómica de segundo grado = Función Cuadrática

Función Polionómica de tercer grado = Función Cúbica

Función Lineal:

y= ax + b

a es la pendiente de la recta y determina la inclinación de la recta

Si a > 0 entonces la función es creciente, en consecuencia los valores de x e y varían en el mismo sentido

Si a < 0 entonces la función es decreciente, en consecuencia los valores de x e y varían en sentido inverso.

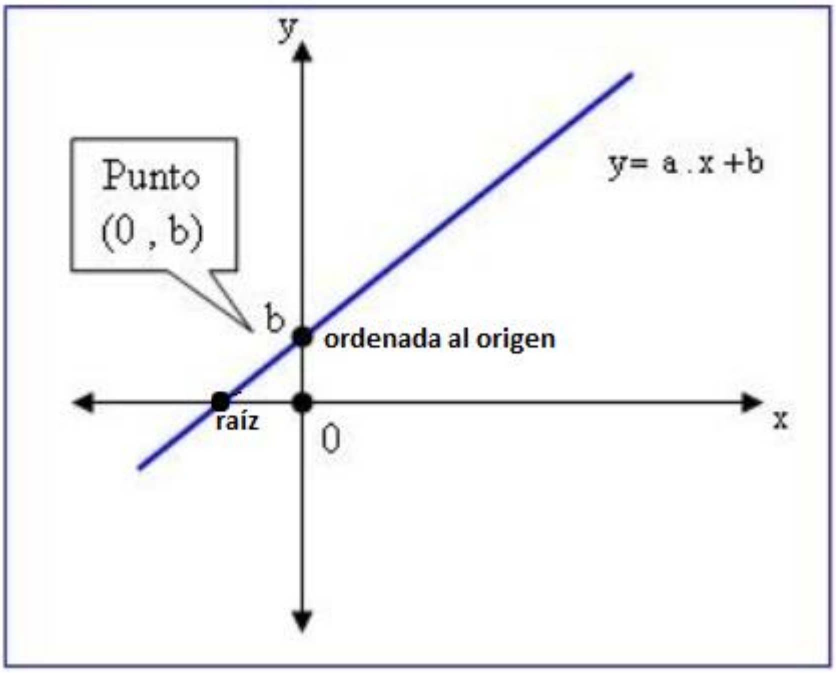
b es la ordenada del punto en el cual la recta corta al eje vertical

El **Dominio de una Función Lineal**, es decir el conjunto de posibles valores de x, es el conjunto de los números Reales.

La **Imagen de una Función Lineal**, es decir el conjunto de posibles valores de y, es el conjunto de los números Reales.

Raíz: Abscisa (primera coordenada) del punto en el cual la recta corta al eje horizontal: (raíz; 0)

Ordenada al origen (segunda coordenada): Ordenada (segunda coordenada) del punto en el cual la recta corta al eje vertical: (0; b)



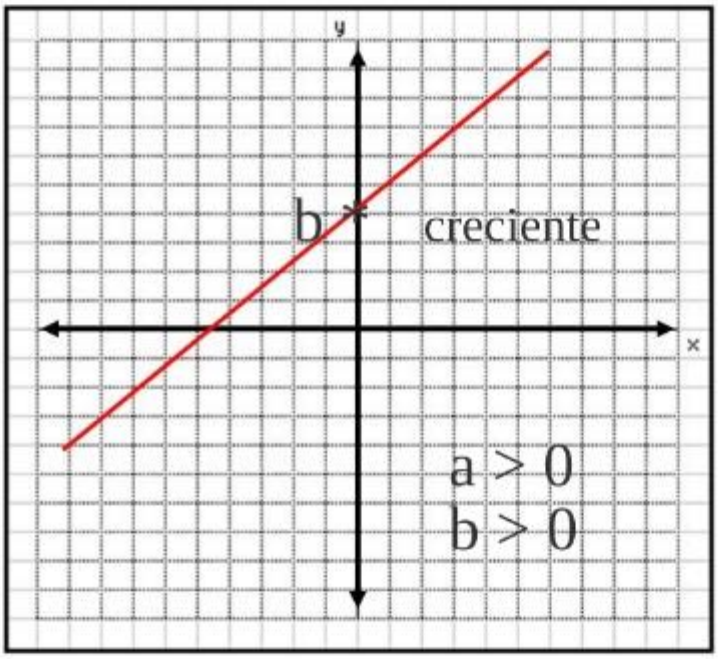
En los siguientes casos analizaremos:

- **Los signos de los valores correspondientes a los coeficientes a y b**
- **Los puntos en común entre la recta y los ejes**

Recordemos que en todo punto (x; y)

X es la primera coordenada y recibe el nombre de abscisa

y: es la segunda coordenada y recibe el nombre de ordenada



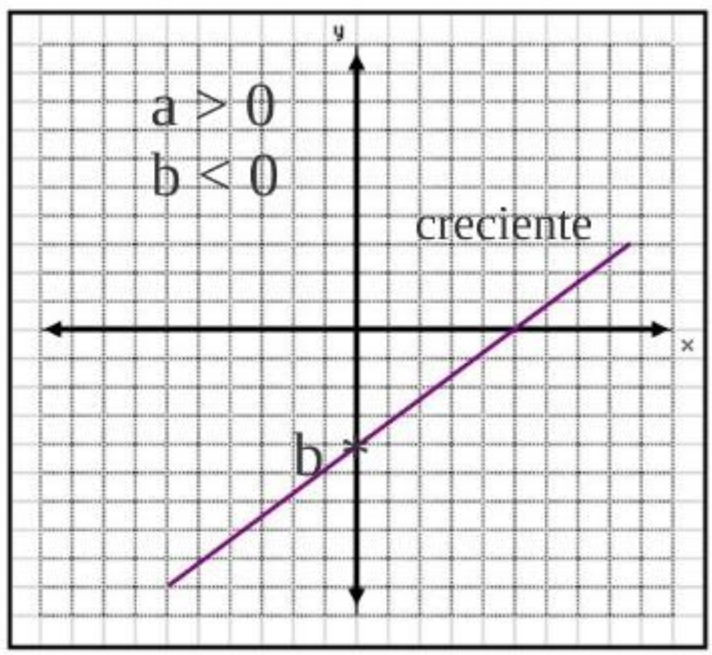
Puntos en común entre la recta y los ejes:

(-4,6; 0) → Punto en común entre el eje de abscisas y la recta

Raíz = - 4,6 Abscisa del punto en común entre el eje de abscisas (eje horizontal) y la recta

(0; 4) → Punto en común entre el eje de ordenadas y la recta

b = 4 → Ordenada del punto en común entre el eje de ordenadas (eje vertical) y la recta



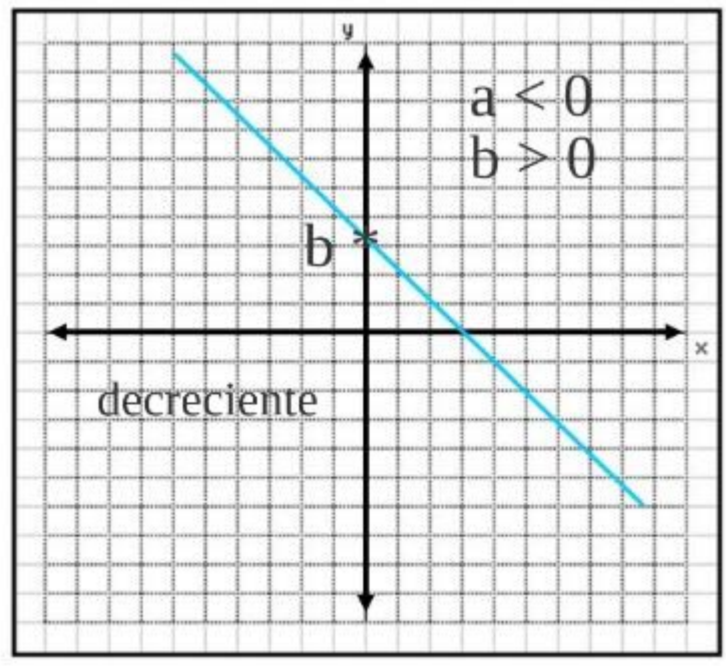
Puntos en común entre la recta y los ejes:

(5; 0) → Punto en común entre el eje de abscisas y la recta

Raíz = 5 Abscisa del punto en común entre el eje de abscisas (eje horizontal) y la recta

(0; - 4) → Punto en común entre el eje de ordenadas y la recta

b = - 4 → Ordenada del punto en común entre el eje de ordenadas (eje vertical) y la recta



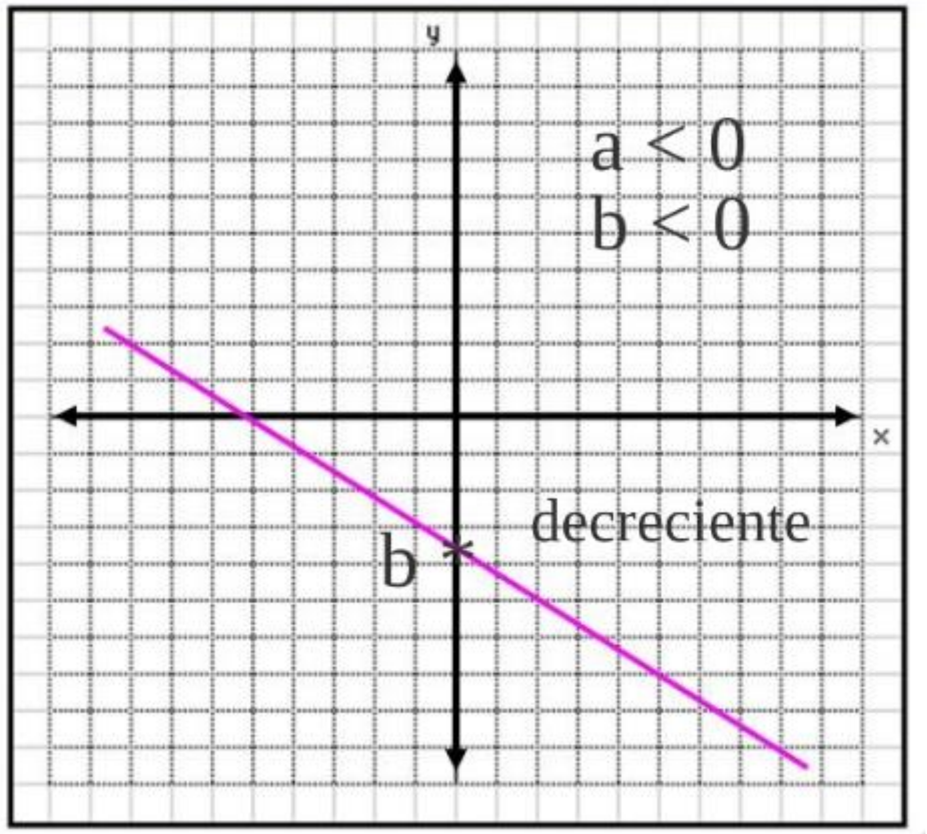
Puntos en común entre la recta y los ejes:

(3; 0) → Punto en común entre el eje de abscisas y la recta

Raíz = 3 Abscisa del punto en común entre el eje de abscisas (eje horizontal) y la recta

(0; 3) → Punto en común entre el eje de ordenadas y la recta

b = 3 → Ordenada del punto en común entre el eje de ordenadas (eje vertical) y la recta



Puntos en común entre la recta y los ejes:

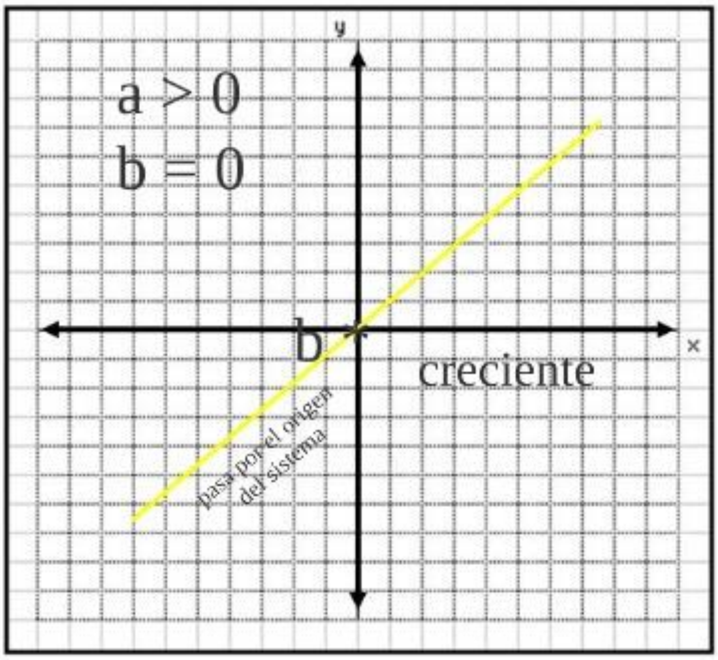
(5; 0) → Punto en común entre el eje de abscisas y la recta

Raíz = 5 Abscisa del punto en común entre el eje de abscisas (eje horizontal) y la recta, es decir que la recta corta al eje de abscisas en 5

(0; -3,6) → Punto en común entre el eje de ordenadas y la recta

b = -3,6 → Ordenada del punto en común entre el eje de ordenadas (eje vertical) y la recta, es decir que la recta corta al eje de ordenadas en -3,6

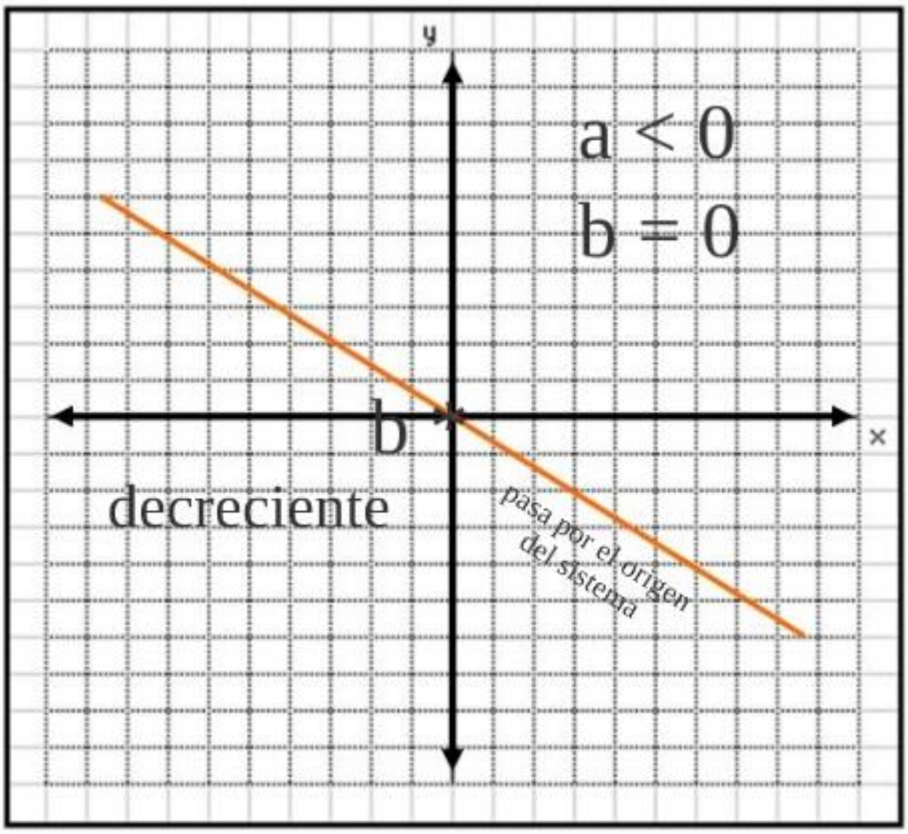
En los dos siguientes casos la función es de la forma: f(x)= **a** x porque el coeficiente b es igual a 0 y en tal caso el coeficiente "**a**" se denomina constante de proporcionalidad:



Puntos en común entre la recta y los ejes:

(0; 0) → Raíz = 0

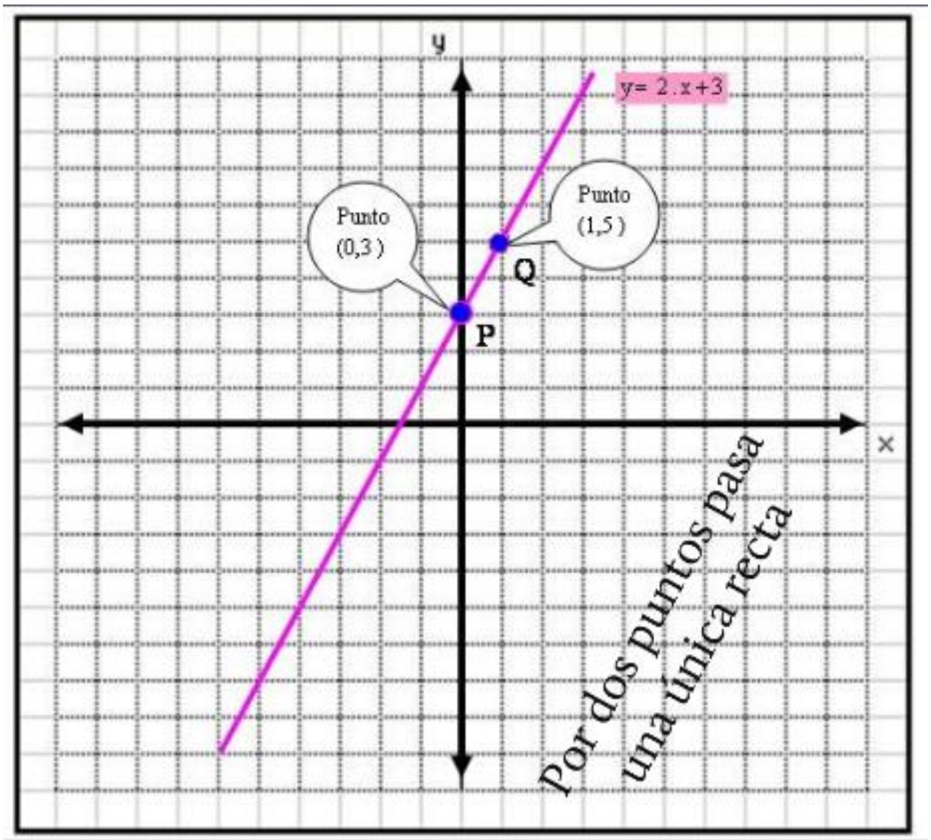
(0; 0) → b = 0



Puntos en común entre la recta y los ejes:

(0; 0) → Raíz = 0

(0; 0) → b = 0



A partir de dos puntos podemos obtener la fórmula correspondiente a la función:

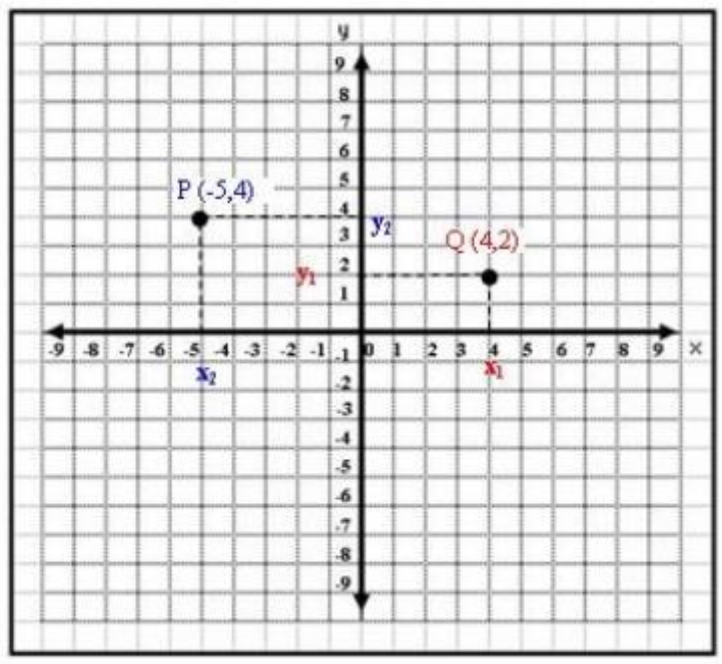
Ejemplo:

Dados dos puntos (x; y) P y Q de coordenadas

P(x; y)= (-5; 4)   Q(x; y)= (4; 2)

Hallar la expresión analítica de la función lineal que pase por los puntos P y Q.

Marcamos los dos puntos:



Puntos: (-5; 4) y (4; 2)

Debemos obtener la fórmula correspondiente a la función:

y= ax + b Forma explícita de expresar una función lineal.

Calculamos la pendiente a partir de los dos puntos:

a = $\frac{y2-y1}{x2-x1}$

a = $\frac{2-4}{4-(-5)}$

a = $\frac{-2}{9}$

Reemplazamos en la función:

y = $\frac{-2}{9} * x + b$

Reemplazamos en la función las coordenadas de un mismo punto, por ejemplo las coordenadas del punto (4; 2)

2 = $\frac{-2}{9} * 4 + b$

2= -8/9 + b

Despejamos b:

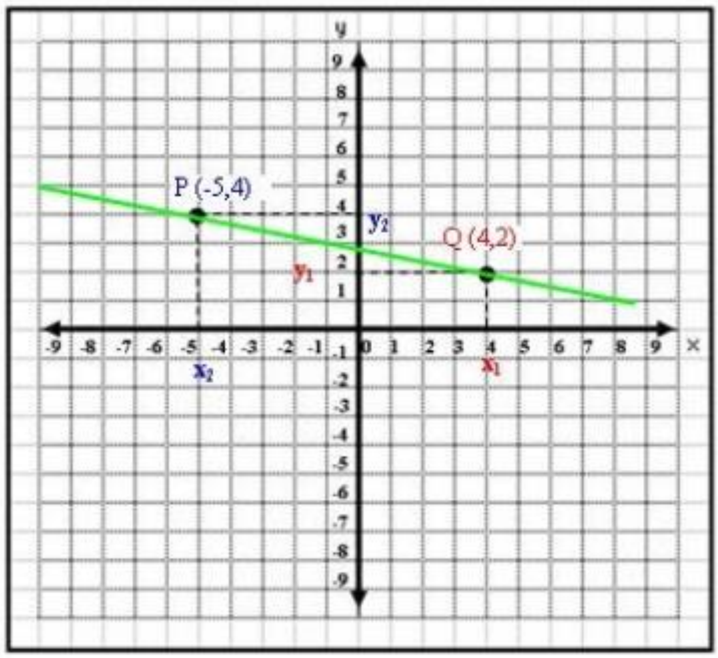
b= 2 + 8/9

b= 18/9 + 8/9

b= 26/9

Reemplazamos en la fórmula:

y = $\frac{-2}{9} * x + 26/9$



Ejercicio resuelto:

Hallar la función cuya recta que pasa por los puntos:

(5; -1) (3; -9) y luego hallar la raíz de dicha función.

Primer paso:

Calculamos la pendiente de la recta (Coeficiente a):

a = $\frac{y2-y1}{x2-x1}$

a = $\frac{-9-(-1)}{3-5}$

a = -8 / -2

a = 4

Segundo paso:

Reemplazamos el valor de a en la función

$f(x) = a\,x + b$

$f(x) = 4x + b$

<u>Tercer paso</u>:

Reemplazamos en la función las coordenadas

(x; y) de <u>un mismo punto</u>, por ejemplo el punto (5; -1)

$y = 4x + b$

$-1 = 4 * 5 + b$

$-1 = 20 + b$

<u>Cuarto paso</u>:

Despejamos b

$b = -1 - 20$

$b = -21$

<u>Quinto paso</u>:

Reemplazamos el valor de b en la función

$y = 4x + (-21)$

$y = 4x - 21$

Respuesta:

La función cuya recta pasa por (5; -1) (3; -9) es y= 4x – 21

Se pide hallar la raíz:

En la función reemplazamos y por 0:

$0 = 4x - 21$

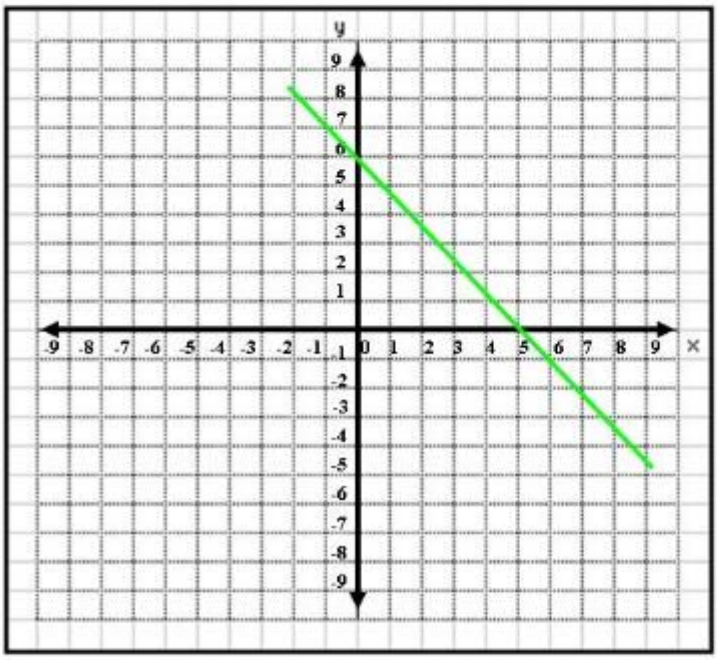
Despejamos x:

$x = 21/4 \rightarrow$ raíz$= 21/4$

La raíz corresponde al punto de coordenadas: (21/4; 0)

Ejercicio resuelto:

A partir del siguiente gráfico, obtener la correspondiente fórmula:



A partir del siguiente gráfico:

a) **Obtener la correspondiente fórmula**
b) **Identificar la raíz**
c) **Identificar la ordenada al origen**

a) Obtener la fórmula:

Identificamos las coordenadas de los puntos en común entre la recta y los ejes: **(5;0) (0; 6)**

La recta corta al eje horizontal (eje de abscisas) en 5

La recta corta al eje vertical (eje de ordenadas) en 6

Debemos obtener la fórmula correspondiente a la función:

y= ax + b

Calculamos la pendiente a partir de los dos puntos:

(5;0) (0; 6)

$$a = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}$$

$$a = \frac{6 - 0}{0 - (-5)}$$

$$a = \frac{6}{-5}$$

a = $\frac{-6}{5}$

Reemplazo el valor de la pendiente en la función:

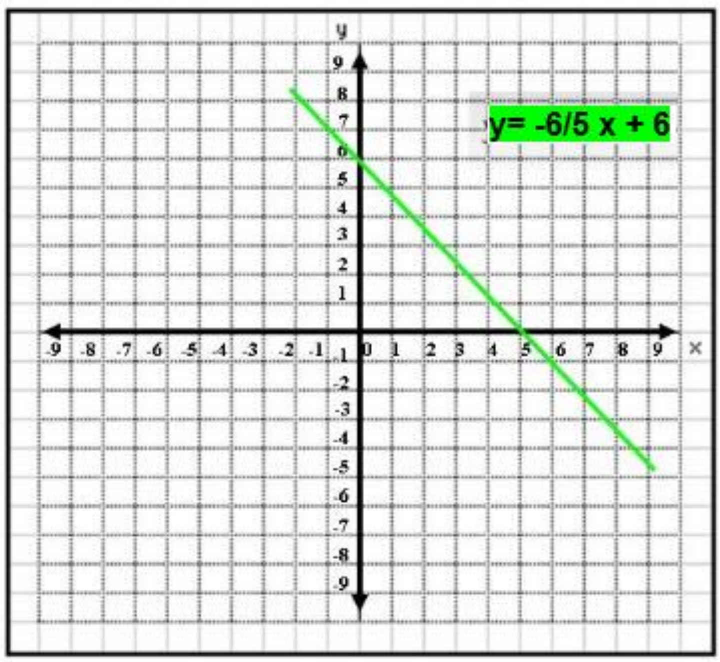
y = $\frac{-6}{5} * x + b$

Reemplazamos b en la función:

y = $\frac{-6}{5} * x + b$

y = $\frac{-6}{5} * x + 6$

Respuesta:



b) Identificar la raíz:

Raíz = 5 Abscisa del punto en común entre el eje de abscisas (eje horizontal) y la recta

c) Identificar la ordenada al origen:

b = 6 → Ordenada al origen: Ordenada del punto en común entre el eje de ordenadas (eje vertical) y la recta

Ejercicio resuelto:

Hallar la función cuya recta que pasa por los puntos:

(5; -1) (3; -9) y luego hallar la raíz de dicha función.

Primer paso:

Calculamos la pendiente de la recta (Coeficiente a):

$$a = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}$$

$$a = \frac{-9-(-1)}{3-5}$$

a = -8 / -2

a = 4

Segundo paso:

Reemplazamos el valor de a en la función

f(x) = a x + b

f(x) = 4x + b

Tercer paso:

Reemplazamos en la función las coordenadas

(x; y) de un mismo punto, por ejemplo el punto (5; -1)

y = 4x + b

-1 = 4* 5 + b

-1 = 20 + b

Cuarto paso:

Despejamos b

b = -1 -20

b = -21

Quinto paso:

Reemplazamos el valor de b en la función

y = 4x + (-21)

y= 4x -21

Respuesta:

La función cuya recta pasa por (5; -1) (3; -9) es y= 4x – 21

Se pide hallar la raíz:

En la función reemplazamos y por 0:

0= 4x – 21

Despejamos x:

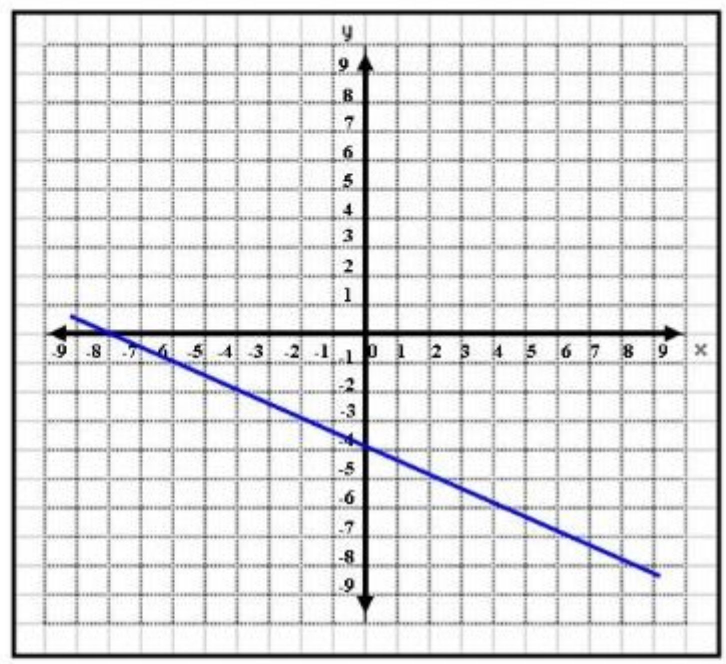
x= 21/4 → raíz= 21/4

La raíz corresponde al punto de coordenadas: (21/4; 0)

Ejercicio resuelto:

A partir del siguiente gráfico:

a) Obtener la correspondiente fórmula
b) Identificar la raíz
c) Identificar la ordenada al origen



a) Obtener la correspondiente fórmula

Identificamos los puntos: (-8; 0) (0; -4)

La recta corta al eje horizontal (eje de abscisas) en -8

La recta corta al eje vertical (eje de ordenadas) en -4

Debemos obtener la fórmula correspondiente a la función:

y= ax + b

Calculamos la pendiente a partir de los dos puntos:

(-8;0) (0; -4)

a = $\frac{y2-y1}{x2-x1}$

a = $\frac{y2-y1}{x2-x1}$

a = -4/8

a= -1/2

Reemplazo a en la función:

y = $\frac{-1}{2} * x + b$

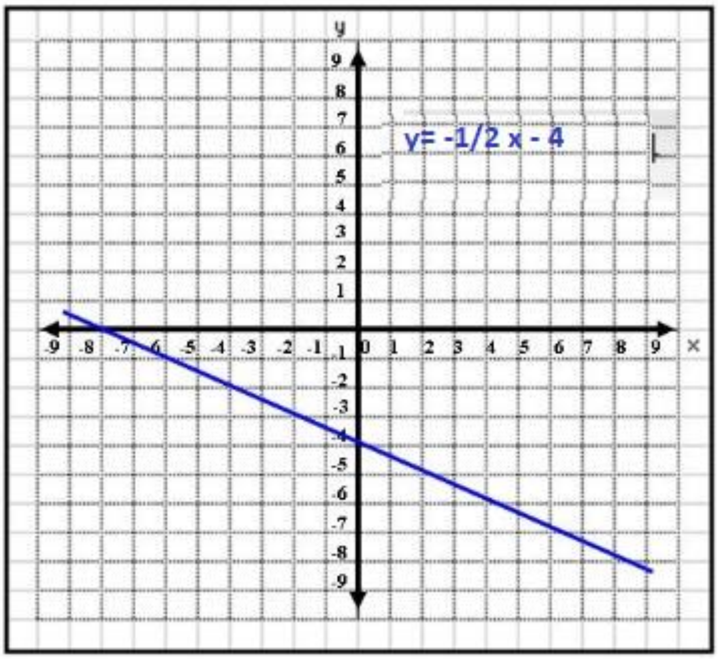
Reemplazamos b en la función:

y = $\frac{-1}{2} * x + b$

y = $\frac{-1}{2} * x + (-4)$

y = (-1/2)x - 4

Respuesta:



b) Identificar la raíz

Raíz = -8 Abscisa del punto en común entre el eje de abscisas (eje horizontal) y la recta

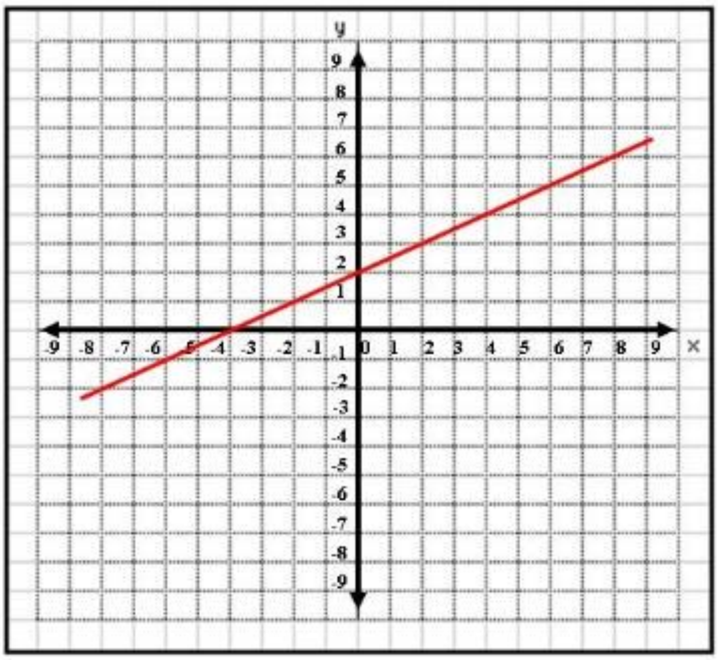
c) Identificar la ordenada al origen:

b = -4 → Ordenada al origen: Ordenada del punto en común entre el eje de ordenadas (eje vertical) y la recta.

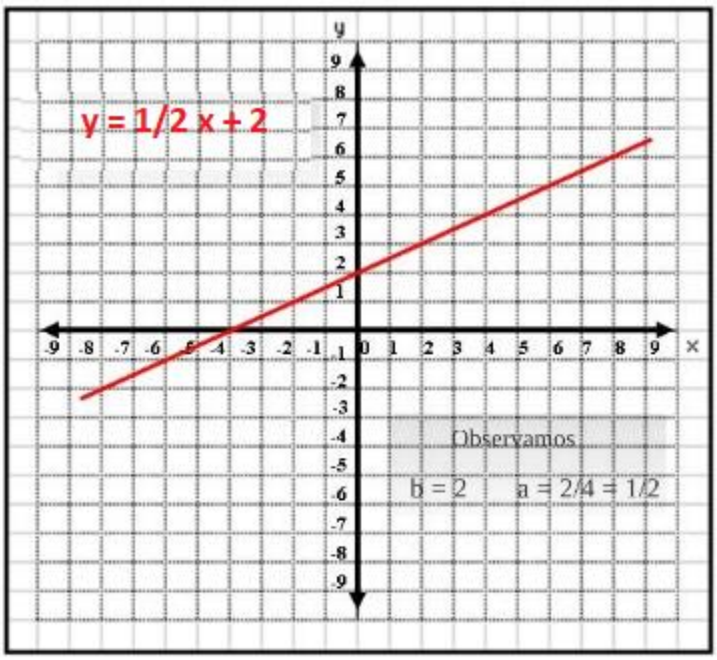
Resolver:

A partir del siguiente gráfico:

a) **Obtener la correspondiente fórmula**
b) **Identificar la raíz**
c) **Identificar la ordenada al origen**



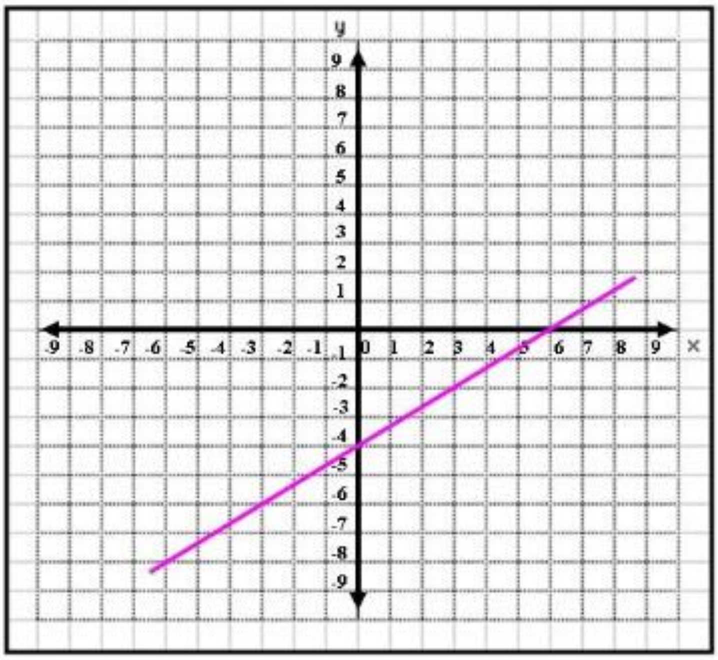
Respuesta del punto a:



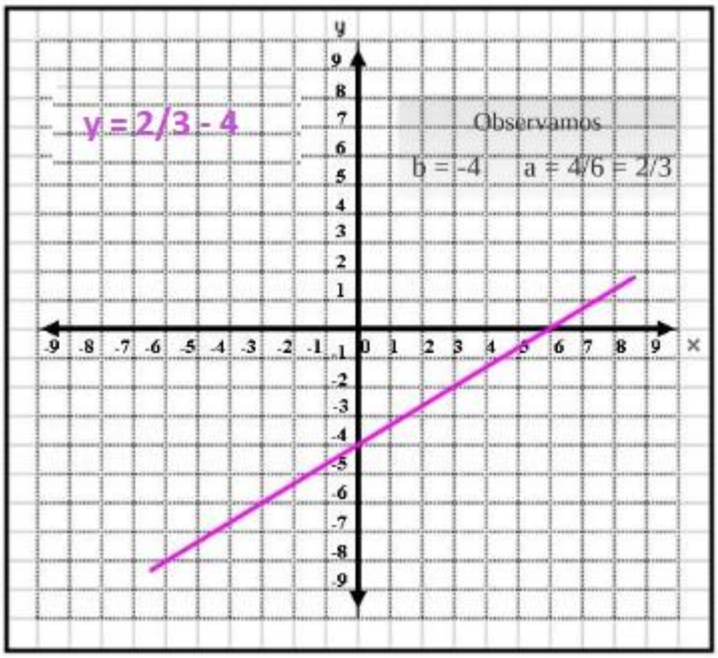
Resolver:

A partir del siguiente gráfico:

a) **Obtener la correspondiente fórmula**
b) **Identificar la raíz**
c) **Identificar la ordenada al origen**



Respuesta del punto a:

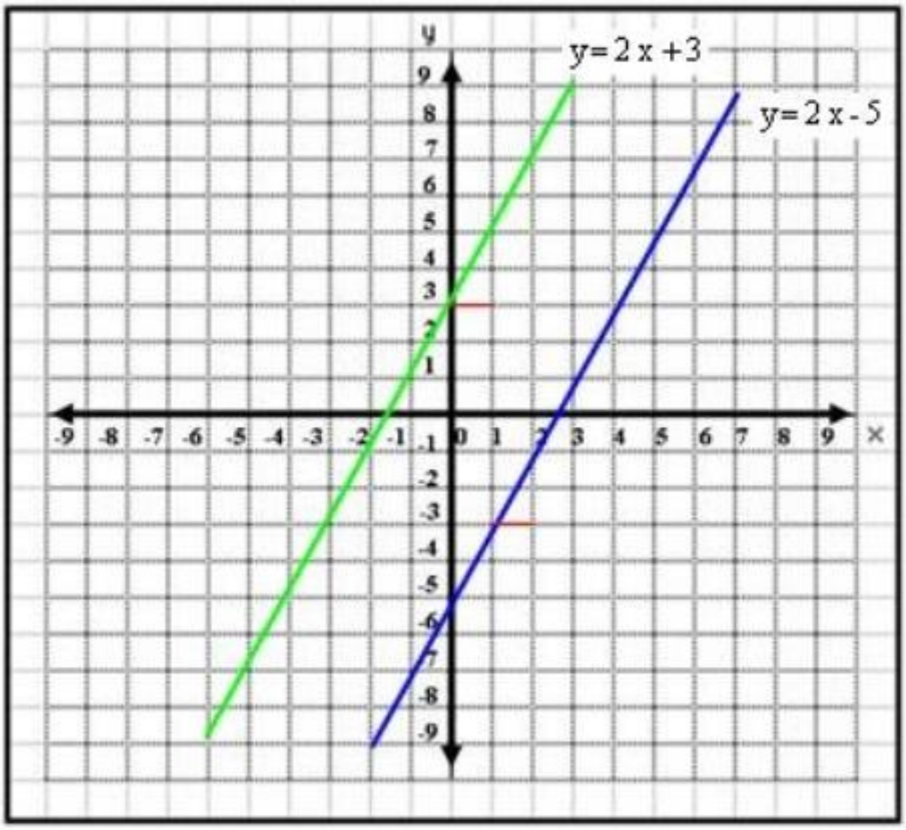


Paralelismo y perpendicularidad:

Rectas Paralelas:

Dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente.

Ejemplo:



Otro ejemplo:

Dada la siguiente función: y= -3x + 1

Hallar la recta paralela que pasa por el punto (2; -1)

La recta paralela a la función dada queda planteada de la siguiente manera:

y= -3x + b

Para hallar el valor correspondiente a la ordenada al origen, reemplazamos en la fórmula las coordenadas del punto:

-1= -3(2) + b

-1= -6 + b

Despejamos b:

-1+6= b

b= -5

Reemplazamos el valor de b en la fórmula:

y= -3x -5

Antes de pasar a Perpendicularidad repasamos los siguientes conceptos:

Número	**Opuesto**: Es el número cambiado de signo.	**Inverso**
3	**-3**	**1/3**
7	**-7**	**1/7**
-2	**2**	**1/-2**
-4	**4**	**1/-4**
3/7	**-3/7**	**1/(3/7)= 7/3**
5/2	**-5/2**	**1/(5/2)= 2/5**
1/5	**-1/5**	**1/(1/5)= 5/1= 5**
2/9	**-2/9**	**1/(2/9)= 9/2**
6/7	**-6/7**	**1/(6/7)= 7/6**
-8/3	**8/3**	**-3/8**
2/11	**-2/11**	**11/2**

Un número y su **opuesto** son equidistantes con respecto al cero.

Un número y su **inverso** son valores tales que su producto es igual a 1.

Rectas Perpendiculares:

Dos rectas son perpendiculares si la pendiente de una de ellas es igual a la inversa cambiada de signo de la pendiente de la otra.

Ejemplo:

Dada la función lineal: y= -3x + 1

Hallar la recta perpendicular a la función que pase por el punto P de coordenadas:

P(x; y)= (2; -1)

La perdendicular de la recta será: y= 1/3x + b

Reemplazamos en la expresión analítica las coordenadas del punto dado:

y= 1/3x + b

-1= (1/3).2 + b

-1= 2/3 + b

Despejamos b:

-1 – 2/3= b

b= -5/3

Reemplazamos en la fórmula el valor de la ordenada al origen:

y= 1/3x – 5/3

Ejercicio resuelto:

Dada: **y = - 4x +2**

Se pide:

a) **Obtener la perpendicular que pase por el punto (3; -2)**
b) **La raíz de la función y = - 4x + 2**
c) **Hallar la raíz de la perpendicular obtenida en el punto a**

Resolución:

a) **Obtener la perpendicular que pase por el punto (3; -2)**

La pendiente de la perpendicular es el opuesto del inverso es decir (-1/a)

Si el valor es a = -4, el opuesto del inverso es -1/a= -1/(-4) = 1/4

Perpendicular: y= (1/4) x+ b

Para calcular b, reemplazamos en y= (1/4) x+ b las coordenadas del punto

(**3**; **-2**):

-2= (1/4)**3** +b

-2= 3/4 + b

(-2/1) - 3/4 = b

b= (-2/1) - 3/4

b= (-8 - 3) /4

b= -11/4

Reemplazamos **b** en la función y= (1/4) x+ b

y= (1/4) x + (**-11/4**)

y= (1/4) x **-11/4** es la perpendicular de y= - 4x +2

b) **La raíz de la función y = - 4x + 2**

En y= - 4x + 2 reemplazamos "y" por cero:
0= - 4x + 2

Despejamos x:
-2 = - 4x
-4x = -2
x = -2/-4
x= 1/2→ raíz = 1/2 es la abscisa del siguiente punto (1/2; 0)

c) **Hallar la raíz de la perpendicular obtenida en el punto a).**
La perpendicular obtenida en el punto a es: y= (1/4) x -11/4

En y= (1/4) x **-11/4** reemplazamos "y" por cero:

0= (1/4) x -11/4

Despejamos x:

11/4 = (1/4) x

x = 11/4: 1/4

x = 44/4

x = 11:1

x = 11 → **raíz = 11 Es la raíz de y= (1/4) x -11/4**

La raíz es la abscisa del siguiente punto (11; 0)

Ejercicio resuelto:

1) Dada la función: y= 3x-2
2.1. Hallar la raíz.
2.2. Hallar la perpendicular que pasa por el punto (-5; 1)
2.3. Hallar la paralela que pasa por el punto (-5; 1)

2.1. **Raíz de y= 3x – 2**

Para hallar la raíz, en la función reemplazamos y por cero: 0= 3x -2 a=3

Despejamos x:

3x -2= 0

3x = 2

x = 2/3 → Raíz

La recta corta al eje horizontal en un punto de coordenadas (2/3; 0)

2.2**. Hallar la perpendicular a y= 3x – 2 que pasa por el punto (-5; 1)**

Perpendicular:

Pendiente: **-1/a**= **-1/3**

Reemplazamos en la fórmula:

y= **(-1/3)x + b**

Reemplazamos en la fórmula las coordenadas del punto (**-5**; **1**)

y = **(-1/3)x + b**

1 = **(-1/3)(-5) + b**

1= 5/3 + b

b = -2/3

Reemplazamos en la fórmula el valor de **b:**

y= **(-1/3)x + (-2/3)**

y= (-1/3)x-(2/3) → **Perpendicular**

2.3. **Hallar la paralela a y= 3x -2 que pasa por el punto (-5; 1)**

Pendiente: a= 3 porque las rectas paralelas tienen la misma pendiente

Reemplazamos en la fórmula las coordenadas del punto (**-5**; **1**)

y = **3x + b**

1 = **3(-5) + b**

1= -15 + b

b = 16

Reemplazamos en la fórmula el valor de **b:**

y=ax + b

y= **3x + 16** → **Paralela que corta al eje vertical en el punto de coordenadas: (0 ; 16)**

Ejercicio Resuelto:

Dada la función: y= 4x+5

a) Hallar la raíz.

b) Hallar la perpendicular que pasa por el punto (2; -7)
c) Hallar la paralela que pasa por el punto (2; -7)

Resolución:

a) **Raíz de la función y= 4x + 5**

Para hallar la raíz, en la función reemplazamos y por cero: 0= 4x + 5
Despejamos x:
4x + 5= 0
4x = -5
x = -5/4 → Raíz

b) **Perpendicular a y= 4x + 5 que pasa por (2; -7)**

Pendiente de y= 4x + 5 → **a=4**

Pendiente de la perpendicular a y= 4x + 5: **-1/a= -1/4**

Reemplazamos en la fórmula:

y= **(-1/4)x + b**

Reemplazamos en la fórmula las coordenadas del punto (**2**; **-7**)

y = **(-1/4)x + b**

-7 = **(-1/4)*(2) + b**

-7= -1/2 + b

-7 + ½= b

-14/2 + 1/2= b

b = -13/2

Reemplazamos en la fórmula el valor de **b:**

y= **(-1/4)x + (-13/2)**

y= (-1/4)x - 13/2 → Perpendicular a y= 4x + 5 que pasa por (2; -7)

c) **Paralela a y= 4x + 5 que pasa por (2; -7)**

Pendiente: a= **4** porque las rectas paralelas tienen la misma pendiente

Reemplazamos en la fórmula las coordenadas del punto (**2**; **-7**)

y = **4x + b**

-7 = **4(2) + b**

-7= 8 + b

b = -15

Reemplazamos en la fórmula el valor de **b:**

y= **4x + (-15)**

y= **4x - 15 → Paralela a y= 4x + 5 que pasa por (2; -7)**

Ejercicio resuelto:

a) Hallar fórmula correspondiente a la recta paralela a la función: y=3x – 1 que pasa por (2; 2):
b) Hallar fórmula correspondiente a la recta perpendicular a la función: y=3x – 1 que pasa por (2; 2):
c) Hallar la raíz de la función y= 3x -1

Respuesta:

a) Paralela a y= 3x -1 que pasa por el punto (2; 2)

Las rectas paralelas tienen la misma pendiente, es decir el mismo coeficiente “a” que en este caso es igual a 3

y= 3x + b

Reemplazamos en la función las coordenadas del punto (2; 2)

2= 3*2 + b

2= 6 + b

2 – 6 = b

b= -4

y= 3x + (-4)

y= 3x – 4 → Paralela a la función y= 3x -1 que pasa por (2; 2)

b) Perpendicular a y= 3x -1 que pasa por el punto (2; 2)

Si a= 3 entonces -1/a que es la pendiente de la perpendicular es: -1/a= **-1/3**

y= (**-1/3**)x + b

Reemplazamos las coordenadas (2; 2) en la función:

2= (-1/3)(2) + b

2= -2/3 + b

(2/1) + 2/3 = b

6/3 + 2/3 = b

8/3 = b

Reemplazamos en la función:

y= (-1/3)x + 8/3 → **Perpendicular a la función y= 3x -1 que pasa por (2; 2)**

c) Raíz de la función y= 3x -1

0= 3x -1

1=3x

1/3= x (raíz) La función corta al eje de abscisas en 1/3 y es la primera coordenada del punto en el cual la recta corta al eje horizontal: (1/3; 0)

Ejercicio resuelto:

Hallar la función lineal que corta al eje y en 2 y tiene pendiente 4/3.

Resolución

Respuesta: (4/3)x + 2

Ejercicios resueltos:

Problema 1.6 de la Guía de ejercicios

(-3; 2) (3; 2)

Calculamos la pendiente a partir de los dos puntos:

a = $\frac{y2-y1}{x2-x1}$

a = $\frac{2-2}{3-(-3)}$

a = 0/6

a = 0

y= 0x+ b

Calculo de b:

Reemplazamos en y= 0x+ b las coordenadas de (3; 2)

2= 0(3)+ b

2 = 0 + b

Despejamos b:

b = 2

Reemplazamos b= 2 en la función y= 0x + b

y = 2 El valor de y no varía por lo tanto no es una Función Lineal, es una <u>Función Constante</u> que gráficamente es una paralela al eje de abscisas y corta la eje de ordenadas en y = 2

Problema 1.6

f. (5; 1) (5; 4)

No es una función porque un valor de x le corresponden dos valores de y.

Recordemos que una relación es función si a cada elemento del dominio (x) les corresponde uno y sólo un elemento de la imagen (y).

Ejercicios con respuesta:

Dados los puntos: (-3; 2) y (4; 5) reconstruir la fórmula correspondiente a la función lineal.

Respuesta: y= (3/7)x + (23/7)

Ejercicio con respuesta:

Hallar la paralela a y= (2/3)x + 4 que corta al eje de ordenadas en -4/7

Respuesta: y= (2/3)x – 4/7

Ejercicio con respuesta:

Hallar la perpendicular a y= (2/3)x + 4 que corta al eje de ordenadas en -5/8

Respuesta: y= (-3/2)x – 5/8

Ejercicio con respuesta:

Hallar la paralela a y= (4/9)x - 2 que corta al eje de ordenadas en -11/5

Respuesta: y= (4/9)x – 11/5

Ejercicio con respuesta:

Hallar la perpendicular a y= (4/9)x - 2 que corta al eje de ordenadas en -7/12

Respuesta: y= (-9/4)x – 7/12

Ejercicio con respuesta:

Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente -2 y corta al eje de ordenadas en -3/5

Respuesta: y= -2x – 3/5

Ejercicio con respuesta:

Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente -5 y corta al eje de ordenadas en

-10/3

Respuesta: y= -5x – 10/3

Ejercicio resuelto:

Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente -5 y corta al eje de abscisas en 3

Resolución:

a=-5 por lo tanto y= -5x + b

raíz= 3 → pertenece al punto (3; 0)

Para hallar b reemplazamos las coordenadas (3; 0) en la función:

y= -5x + b

0= -5*3 + b

0= -15 + b

Despejamos b:

b= 15

Reemplazamos b en la función:

y= -5x + 15

Ejercicio resuelto:

Hallar la fórmula de la recta que tiene pendiente -4/5 y pasa por el origen del sistema:

Respuesta:

Si la función pasa por el origen del sistema es decir por el punto (0; 0) entonces la función es de la forma: y= ax

y= (-4/5)x

En una función de la forma y= ax la pendiente se denomina constante de proporcionalidad

En el caso planteado -4,5 es la constante de proporcionalidad

Hallar la fórmula de la recta que tiene pendiente -12/11 y pasa por el origen del sistema:

Respuesta:

Si la función pasa por el origen del sistema es decir por el punto (0; 0) entonces la función es de la forma: y= ax

y= (-12/11)x

En una función de la forma y= ax la pendiente se denomina constante de proporcionalidad

En el caso planteado -12/11 es la constante de proporcionalidad.

Grado	0	1	2	3
Nombre	Constante	Lineal	Cuadrática	Cúbica
Fórmula	$f(x)=a$	$f(x)=ax+b$	$f(x)=ax^2+bx+c$	$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$

Los coeficientes a, b, c, d pertenecen al conjunto de los números reales
Los exponentes a los cuales se encuentran elevadas las x pertenecen al conjunto de los números naturales 0, 1, 2 ……

Funciones Polinómicas

Funciones Cuadráticas o Funciones Polinómicas de Segundo Grado

El grado de una función está determinado por el mayor exponente al cual se encuentra elevada la variable x.

ax^2: Término cuadrático
bx: Término lineal
c= cx^0= c. 1=c : Término independiente es la ordenada al origen

Ordenada al origen: Ordenada del punto en comun entre la función y el eje vertical

Función Polinómica de Segundo Grado o Función cuadrática:

La fórmula correspondiente a una función cuadrática se expresa de la siguiente manera:

$$\boxed{f(x) = ax^2 + bx + c}$$

$$\left(\text{Siendo } a, b \text{ y } c \in \mathbb{R} \text{ y } a \neq 0\right)$$

a: coeficiente del término cuadrático

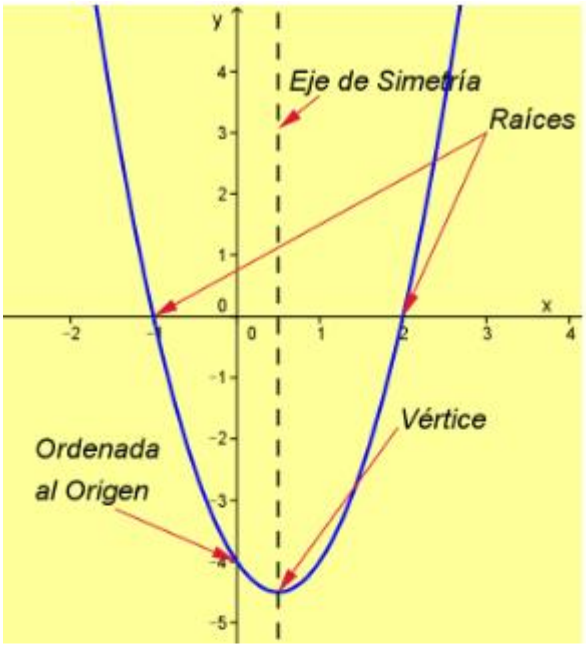
b: coeficiente del término lineal

c: término independiente

Si a>0 entonces las ramas están orientadas hacia arriba

Dominio toda función polinómica: Conjunto de los números reales

Para toda función polinómica el dominio es el conjunto de los números reales.



(x; y) (abscisa; ordenada) (primera coordenada; segunda coordenada)

Ordenada al origen: Es segunda coordenada del punto en común entre el gráfico de la función y eje vertical (eje de las y)

(0; c) intersección entre el gráfico de función y el eje vertical

C: ordenada al origen

En la función es el término independiente.

La abscisa del punto en común entre el eje horizontal y eje de simetría coincide con la abscisa del vértice (xv)

Imagen de una función: Son todos los posibles valores de y

Imagen de una función cuadrática:

Debemos identificar la orientación de las ramas:

$ax^2+bx+cx^0$

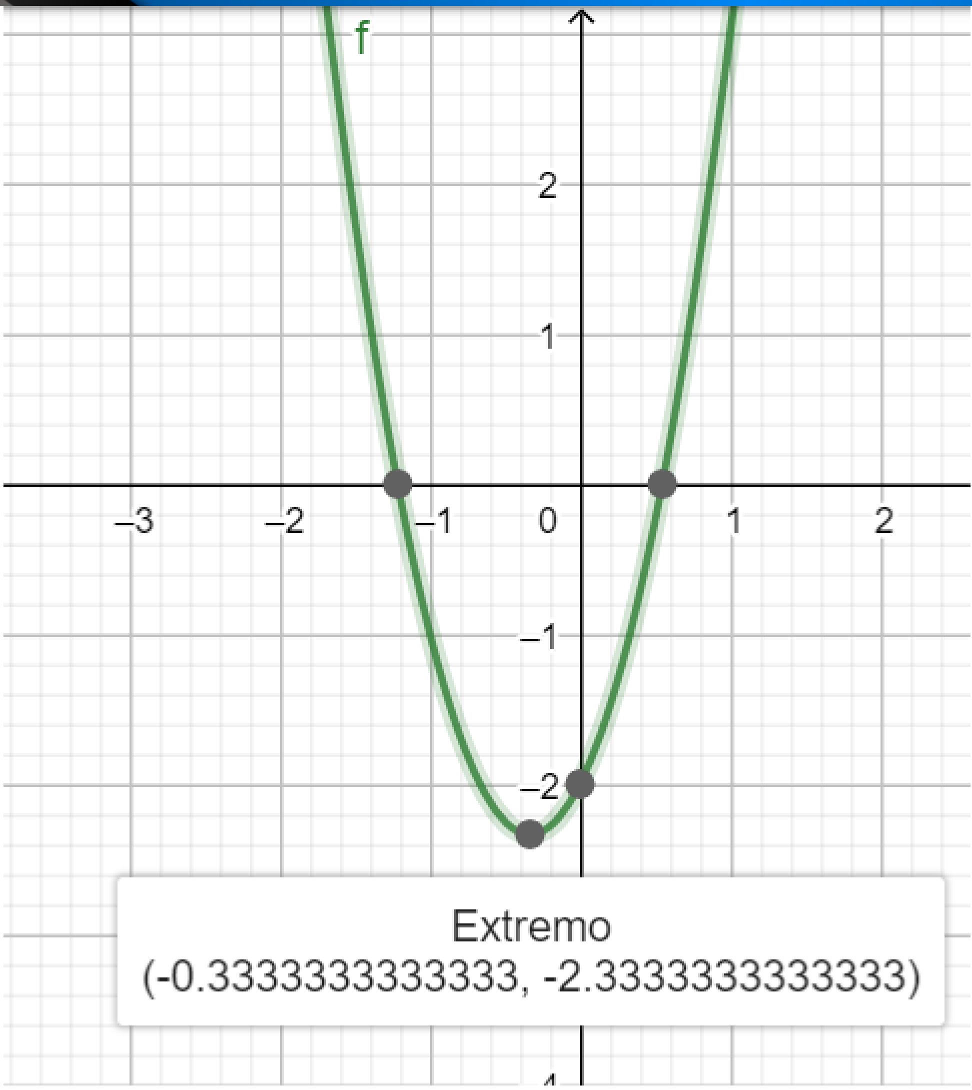
c: el término independiente es la ordenada al origen

El coeficiente del término cuadrático permite determinar la orientación de las ramas (a)

Si a>0 entonces las ramas están orientadas hacia arriba

Por lo tanto el Imagen [yv ; +infinito)

$$f(x) = 3x^2 + 2x - 2$$



Vértice (-0,33; -2,33)

Imagen [yv; +infinito)

Imagen [-2,33; +infinito)

a<0   Las ramas están orientadas hacia abajo

Imagen: [yv; -infinito)

$$f(x) = -3x^2 + 2x - 2$$

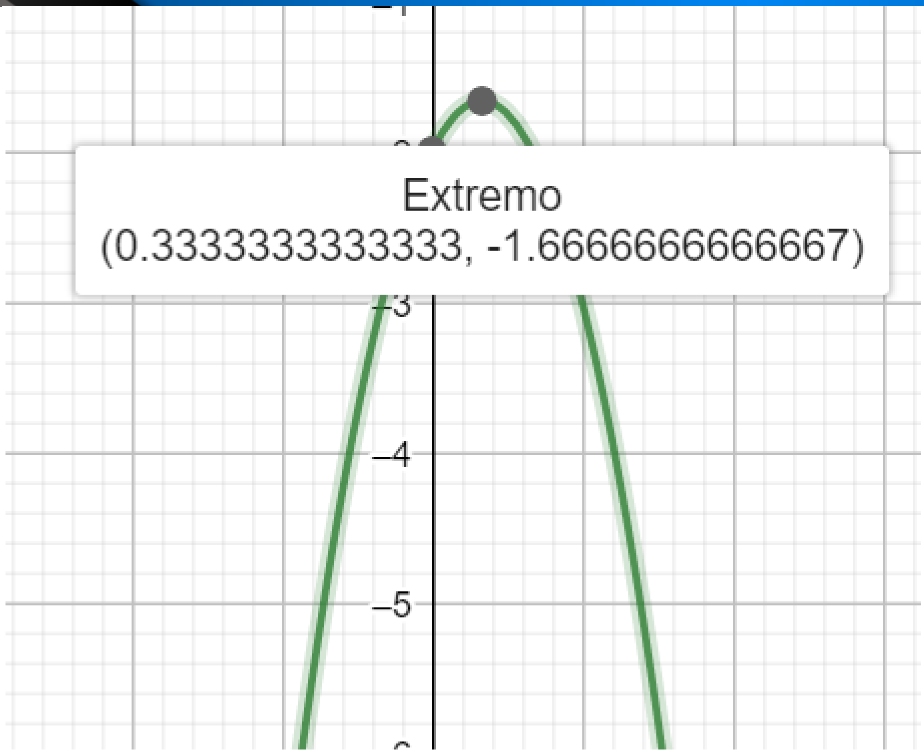


Imagen: [yv; -infinito) Los valores de y comprendidos en este intervalo forman la Imagen de la función

[-1,66; -infinito)

yv: ordenada del vértice

Si el gráfico de una función se extiende indefinidamente hacia arriba entonces el imagen de dicha función llega hasta más infinito

Para definir la imagen de una función cuadrática, previamente debe obtenerse yv (la ordenada es decir la segunda coordenada del vértice)

Vértice: (xv; yv)

Es el punto de la parábola por el cual pasa el eje de simetría.

Es la intersección entre la parábola y el eje de simetría

Es el punto en común entre el eje de simetría y la parábola

El eje de simetría: Es paralelo al eje vertical que pasa por un punto equidistante a los puntos que contienen las raíces.

La abscisa del punto por el cual pasa el eje de simetría es equidistante a las raíces.

Raices de la función cuadrática: Las abscisas de los puntos en común entre la parábola y el eje horizontal.

La primera coordenada de los puntos en común entre la parábola y el eje horizontal.

Para hallar el vértice primero se obtiene su abscisa (xv)

Xv= -b/2a

O bien: Si previamente tenemos las raíces, entonces xv puede obtenerse de la siguiente manera:

Xv= (x1 + x2)/2

X1 y x2 las raíces de la función cuadrática

Promedio entre las raíces de la función cuadrática.

yv: segunda coordenada del vértice (ordenada del vértice) se obtiene reemplazando en la función a x por la abscisa del vértice, es decir reemplazamos x por xv

ax^2+bx+c

yv = a **xv** ^{2}+b **xv** +c

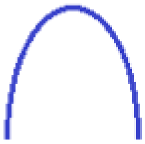
Parábola

Es el gráfico que corresponde una función cuadrática.

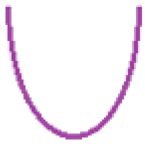
Concavidad

El coeficiente del término cuadrático indica la orientación de las ramas.

Si a < 0 entonces la función es cóncava hacia abajo



Si a > 0 entonces la función es cóncava hacia arriba



Raíces

Son las abscisas de los puntos en los cuales la parábola corta al eje horizontal. Las raíces se obtienen aplicando la siguiente fórmula:

$$x(1,2) = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

La parábola corta al eje horizontal en los puntos de coordenadas:

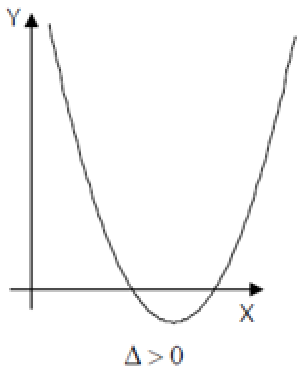
($\mathbf{x_1}$; 0) y ($\mathbf{x_2}$; 0) Son los puntos en común entre el eje horizontal y la parábola.

Las raíces se obtienen mediante la siguiente fórmula:

$$x(1,2) = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac$ (radicando en el segundo término del numerador)

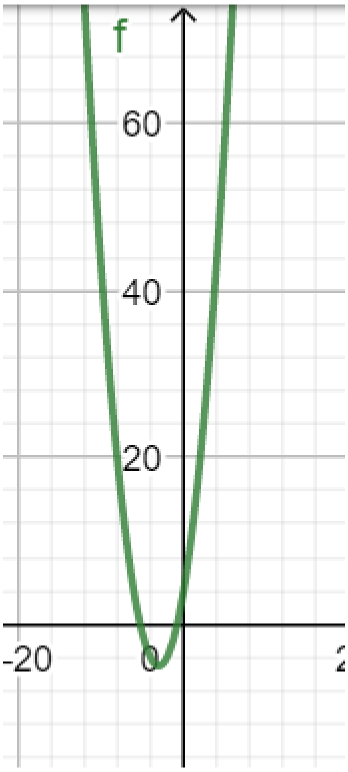
Si $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ entonces la parábola tiene dos raíces reales y distintas.



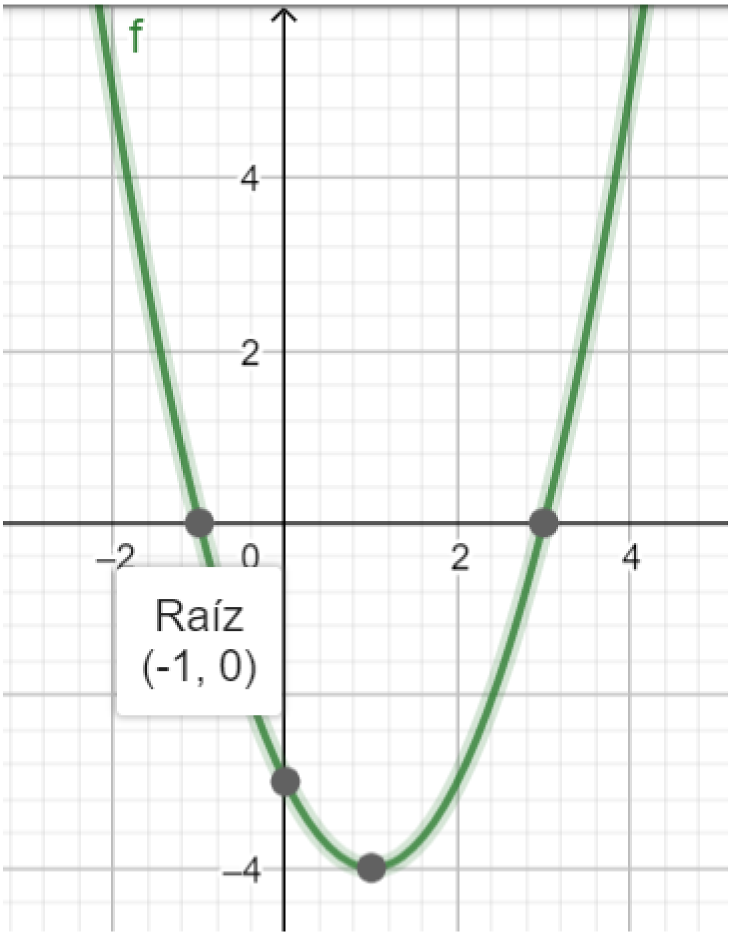
Cada raíz se obtiene a través de las siguientes fórmulas:

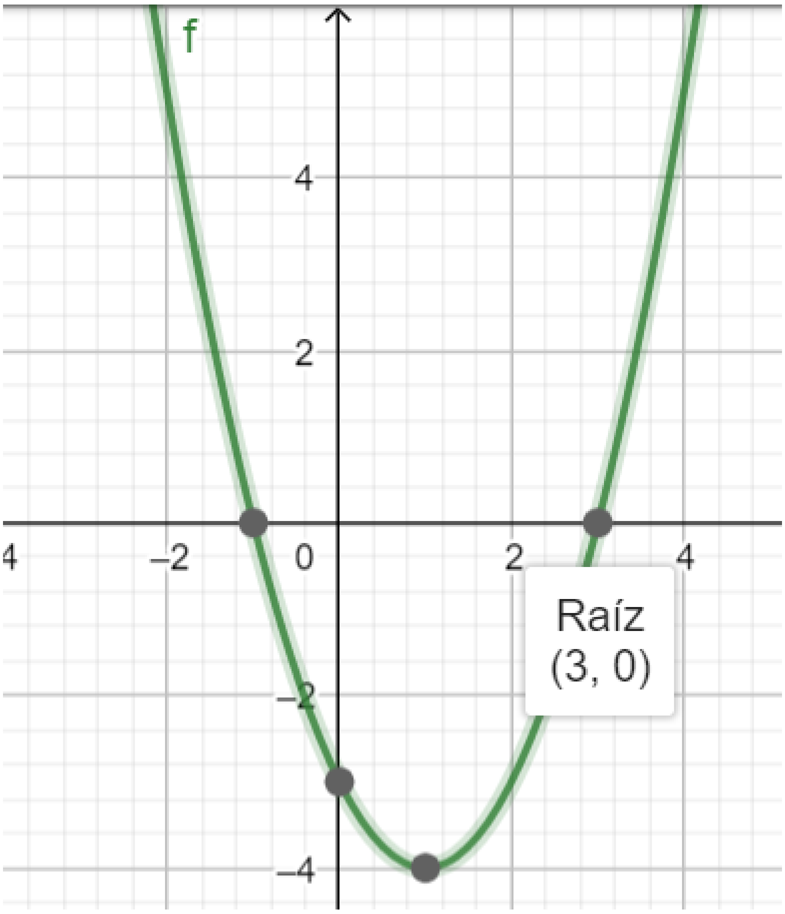
$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$f(x) = x^2 + 6x + 4$$



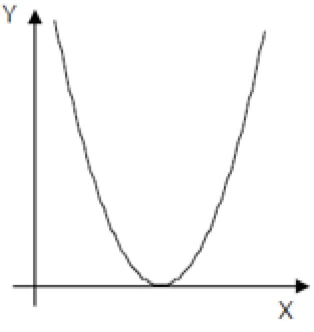


$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

Si $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ entonces la parábola tiene una raíz y coincide con la abscisa del vértice (x_v)

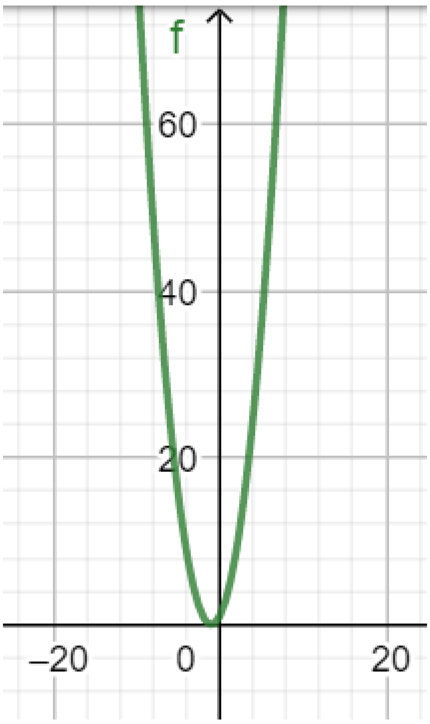
Si $\Delta = 0$ entonces se anula $\sqrt{b^2 - 4ac}$ y la fórmula queda planteada de la siguiente manera:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

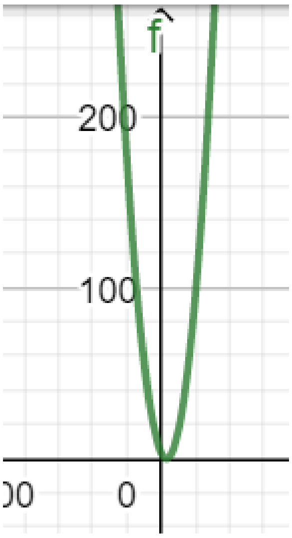


$\Delta = 0$

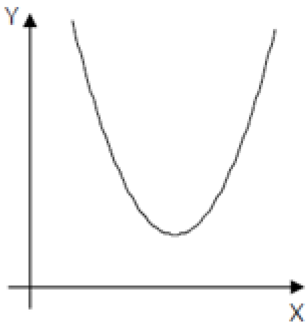
$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$



$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$$



Si $\Delta < 0$ entonces la función cuadrática tiene dos raíces complejas conjugadas y la parábola no corta al eje de las abscisas.



$\Delta < 0$

Eje de simetría

Es una recta que divide a la parábola en dos partes iguales y que es perpendicular al eje de abscisas.

Eje de simetría pasa por el vértice de la parábola y por lo tanto corta al eje horizontal en el punto de abscisa x_v

Vértice $(x_v; y_v)$

El vértice de la parábola es el punto en común entre la parábola y el eje de simetría.

La abscisa del vértice puede calcularse a través de las siguientes fórmulas:

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

Si previamente hemos hallado las raíces de la parábola entonces podemos utilizar la siguiente fórmula:

$$x_v = (x_1 + x_2)/2$$

Ambas fórmulas conducen al mismo resultado.

y_v se obtiene reemplazando x_v en la fórmula correspondiente a la función cuadrática: $y_v = a x_v + b {x_v}^2 + c$

El vértice es el punto cuya ordenada y_v puede ser el valor mínimo o el valor máximo de la función cuadrática.

Si **a < 0** entonces las ramas de la parábola están orientadas hacia abajo y por lo tanto y_v es el valor máximo de la función.

Si **a > 0** entonces las ramas de la parábola están orientadas hacia arriba y por lo tanto y_v es el valor mínimo de la función.

Ordenada al origen

Es la ordenada del punto en el cual la parábola corta al eje vertical. La ordenada al origen se calcula valuando a la función en x=0, por lo tanto coincide con el término independiente que es **c.**

La parábola corta al eje vertical en **c**

El punto de coordenadas (0; **c**) es la intersección entre la parábola y el eje horizontal.

Dominio de una función

Conjunto de valores de x correspondientes a la función.

Imagen de una función

Conjunto de posibles valores de y correspondientes a la función.

El **Dominio** de toda **Función Polinómica**, cualquiera sea su grado es el **Conjunto de los números reales**, entonces el dominio de una Función Polinómica está formado por los infinitos puntos que pertenecen al eje de abscisas.

Toda función polinómica se extiende indefinidamente hacia la izquierda y hacia la derecha, es por ello que al dominio lo expresamos de la siguiente manera:

$-\infty < x < \infty$

Dominio de una función cuadrática: $-\infty < x < \infty$

Imagen de una función cuadrática:

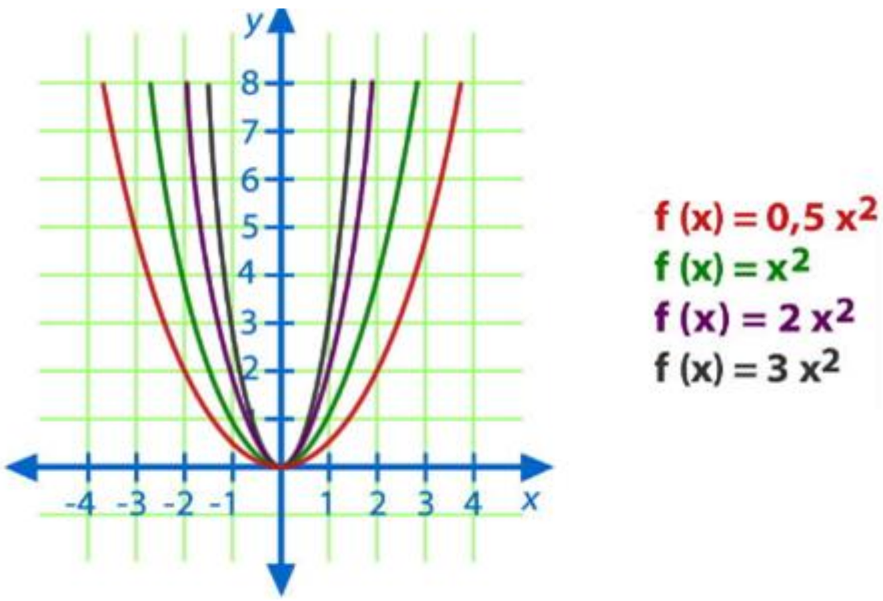
Si **a < 0** entonces y_v es el valor máximo de la función y por lo tanto la Imagen de la función comprende los siguientes valores: $-\infty < x \leq y_v$

Si **a > 0** entonces y_v es el valor mínimo de la función y por lo tanto la Imagen de la función está comprendida en el siguiente intervalo: $y_v \leq x < \infty$

Función cuadrática de la forma y= ax²

Cuando b= 0 y c = 0, es decir cuando la función cuadrática es de la forma:

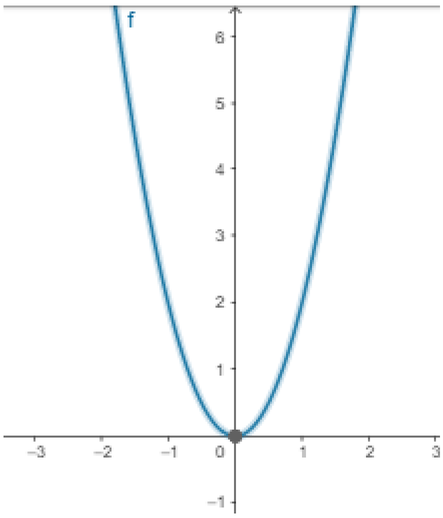
$y = ax^2$ entonces el vértice de la parábola coincide con el origen del sistema



Si en $f(x)= ax^2$ reemplazamos el coeficiente "a" por diferentes valores podemos observar que la parábola se contrae o se dilata.

La parábola se contrae a medida que se incrementa el valor del coeficiente **a** es decir el **coeficiente del término cuadrático**.

Si b=0 y c=0 entonces la función es de la forma: **$y= ax^2$** El vértice coincide con el origen del sistema

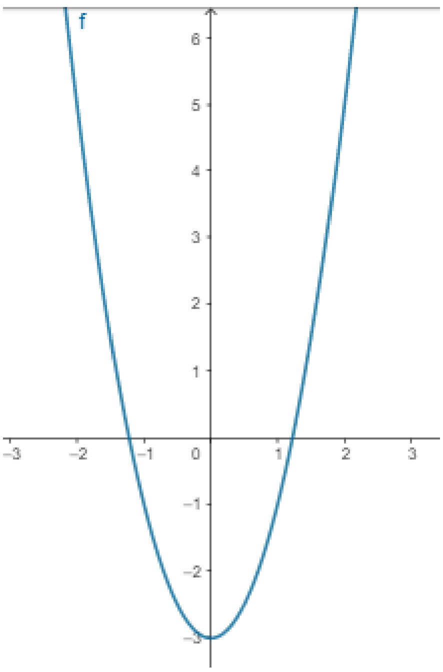


$y= 2x^2$

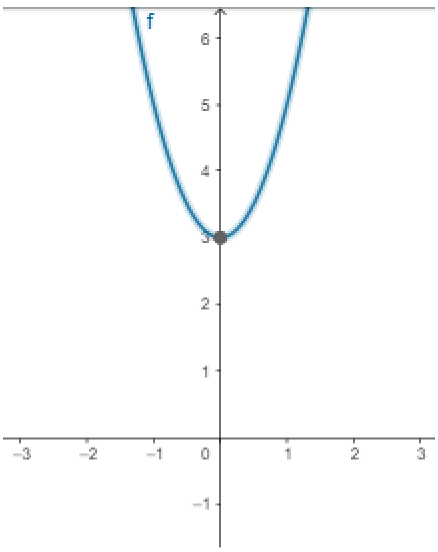
Si b=0 entonces la función es de la forma: **$y= ax^2 + c$**

El vértice tiene coordenadas (0; c)

La ordenada al origen coincide con la ordenada del vértice.

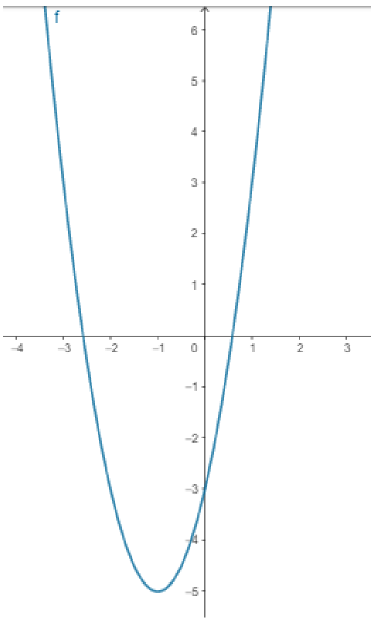
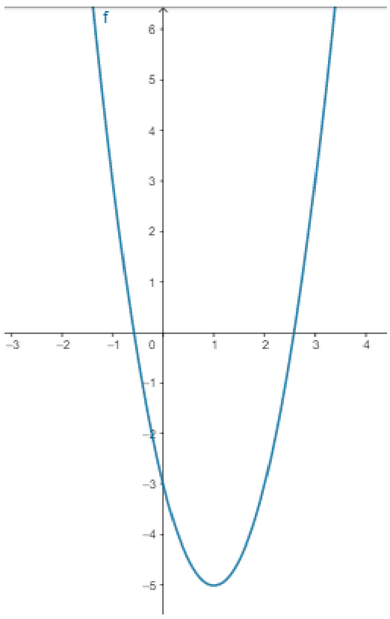
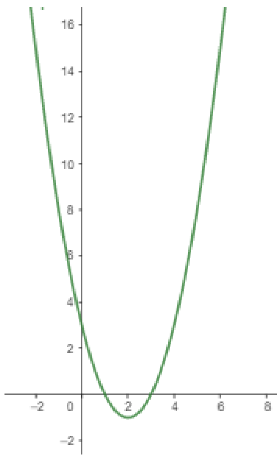


$y= 2x^2 – 3$



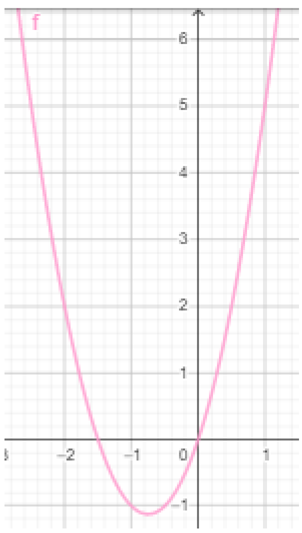
$y = 2x^2+ 3$

Si b≠0 entonces la párabola tiene un desplazamiento lateral y por lo tanto xv ≠ 0

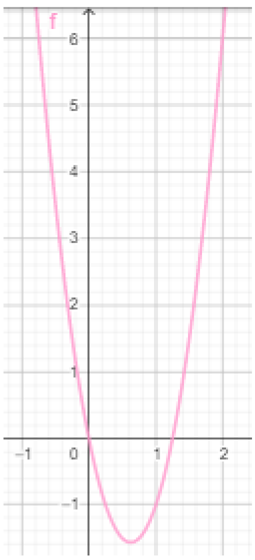




Si c=0 entonces la función es de la forma: **y= ax² + bx**

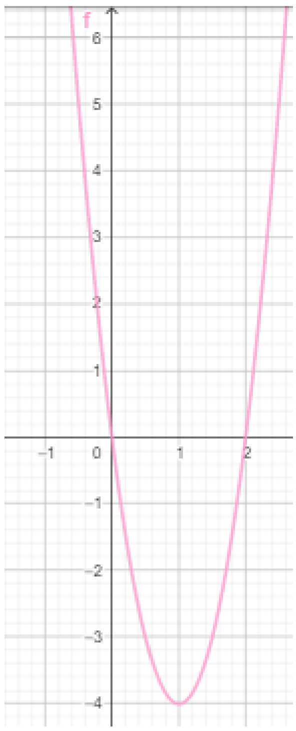
La ordenada al origen coincide con origen del sistema y a su vez coincide con una de las raíces de la función



y = 2x² + 3x



y = 4x² - 5x



y = 4x²- 8x

Resolución de las Ecuaciones de Segundo Grado Completas

1.- $x^2 - 5x + 6 = 0$ (Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)

$a = 1$ $b = -5$ $c = 6$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} \qquad x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} \qquad x = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{5-1}{2} = 2$$

2.- $x^2 + x - 6 = 0$ (Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)

$a = 1$ $b = 1$ $c = -6$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} \qquad x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} \qquad x = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3$$

3.- $x^2 + 2x + 1 = 0$ (Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)

$a = 1$ $b = 2$ $c = 1$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4}}{2} \qquad x = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2} \qquad x = \frac{-2 \pm 0}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2+0}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-2-0}{2} = -1$$

$x_1 = x_2 = -1$ **Solución doble**

5.- $2x^2 - 7x + 3 = 0$ (Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)

$a = 2$ $b = -7$ $c = 3$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} \qquad x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} \qquad x = \frac{7 \pm 5}{4}$$

$$x_1 = \frac{7+5}{4} = 3$$

$$x_2 = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2}$$

6.- $x^2 - 5x - 84 = 0$ (Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)

$a = 1$ $b = -5$ $c = -84$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-84)}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 336}}{2} \qquad x = \frac{5 \pm \sqrt{361}}{2} \qquad x = \frac{5 \pm 19}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+19}{2} = 12$$

$$x_2 = \frac{5-19}{2} = -7$$

9.- $x^2 - 10x + 9 = 0$ (Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)

$a = 1$ $b = -10$ $c = 9$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} \qquad x = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} \qquad x = \frac{10 \pm 8}{2}$$

$$x_1 = \frac{10+8}{2} = 9$$

$$x_2 = \frac{10-8}{2} = 1$$

12.- $2x^2 + 4x = 30$

Pasamos 30 al primer miembro cambiado de signo:

$2x^2 + 4x - 30 = 0$ (Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)

$a = 2$ $b = 4$ $c = -30$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-30)}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 240}}{4} \qquad x = \frac{-4 \pm \sqrt{256}}{4} \qquad x = \frac{-4 \pm 16}{4}$$

$$x_1 = \frac{-4+16}{4} = 3$$

$$x_2 = \frac{-4-16}{4} = -5$$

$x^2 - 2x - 15 = 0$ (Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)

$a = 1$ $b = -2$ $c = -15$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} \qquad x = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{2} \qquad x = \frac{2 \pm 8}{2}$$

$$x_1 = \frac{2+8}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{2-8}{2} = -3$$

$x^2 - 10x + 16 = 0$ (Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)

$a = 1$ $b = -10$ $c = 16$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 64}}{2} \qquad x = \frac{10 \pm \sqrt{36}}{2} \qquad x = \frac{10 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = \frac{10 + 6}{2} = 8$$

$$x_2 = \frac{10 - 6}{2} = 2$$

$x^2 - 7x - 18 = 0$ (Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)

$a = 1$ $b = -7$ $c = -18$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 72}}{2} \qquad x = \frac{7 \pm \sqrt{121}}{2} \qquad x = \frac{7 \pm 11}{2}$$

$$x_1 = \frac{7 + 11}{2} = 9$$

$$x_2 = \frac{7 - 11}{2} = -2$$

$2x^2 + x - 1 = 0$ (Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)

$a = 2$ $b = 1$ $c = -1$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 8}}{4} \qquad x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{4} \qquad x = \frac{-1 \pm 3}{4}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - 3}{4} = -1$$

Determinar los puntos de intersección entre las siguientes funciones:

a) $y = x - 1$ e $y = -1/2x + 2$

b) $y = -3x + 3$ e $y = -1/3x - 1$

c) $y = 2x + 1$ e $y = x^2 + 2x - 8$

d) $y = x^2 + 4$ e $y = -x^2 + 9$

e) $y = -2x^2 + 18$ e $y = -1/4x$

Resolución:

a) y= x - 1 e y= -1/2x + 2

Igualamos:

x-1 = -1/2x + 2

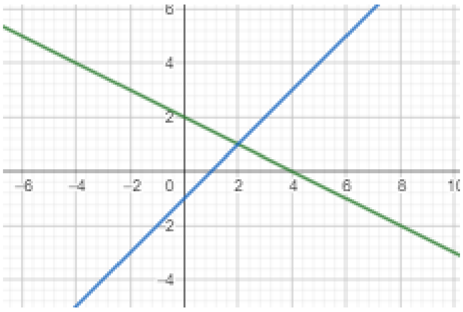
Despejamos x:

x + 1/2x = 2 + 1
(3/2)x = 3
3x/2 = 3
x = 3*2
x= 6/3
x= 2

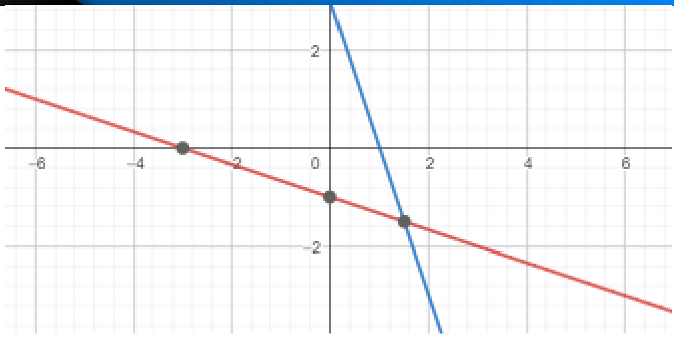
Reemplazamos x= 2 en una de las dos funciones (cualquiera de ellas):

y = x – 1
y = 2 – 1
y = 1

Intersección= (2; 1)
Es el punto en común entre las dos rectas y es la solución del sistema de ecuaciones



b) y= -3x +3 e y= (-1/3)x – 1



Igualamos:

$-3x + 3 = (-1/3)x - 1$

Despejamos x:

$$-3x + (1/3)x = -3 - 1$$
$$(-8/3)x = -4$$
$$-8x = (-4)3$$
$$-8x = -12$$
$$x = -12/-8$$
$$x = -3/-2$$
$$x = 1,5$$

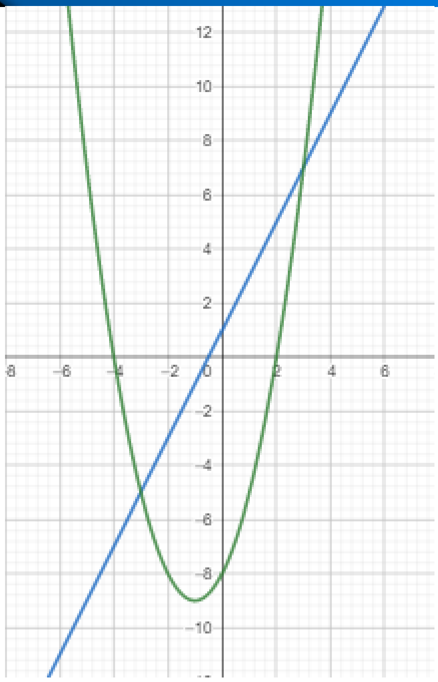
Reemplazamos $x= 1,5$ en una de las dos funciones (cualquiera de ellas):

$$y = -3x + 3$$
$$y = -3(1,5) + 3$$
$$y = -4,5 + 3$$
$$y = -1,5$$

El punto en común entre las dos rectas es decir la intersección entre las funciones

$y= -3x +3$ e $y= (-1/3)x - 1$ es el par ordenado: $(1,5; -1,5)$

c) $y= 2x + 1$ e $y= x^2 + 2x - 8$



Igualamos:

$2x + 1 = x^2 + 2x - 8$

Realizamos pasaje de términos para obtener una ecuación cuadrática:

$ax^2 + bx + c = 0$

$0 = x^2 + 2x - 8 - 2x - 1$

$0 = x^2 - 9$

$x^2 - 9 = 0$

Calculamos las raíces de la función cuadrática obtenida y el resultado es:

$x_1 = \mathbf{-3}$ $\quad$ $x_2 = \mathbf{3}$

Estas son las abscisas de los puntos en común que tienen las funciones

$2x + 1$ y $x^2 + 2x - 8$

Los puntos en común de las dos funciones, es decir las intersecciones serán los pares ordenados.

$(x_1; y_1)$ y $(x_2 ; y_2)$

$(\mathbf{-3}; y_1)$ y $(\mathbf{3} ; y_2)$

Para hallar las ordenadas correspondientes a esos puntos en común,

reemplazamos cada uno de los valores correspondientes a las abscisas en una de las dos funciones:

Por ejemplo reemplazamos en $y = 2x + 1$:

$y_1 = 2x_1 + 1$

$y_1 = 2(-3) + 1$

$y_1 = -5$

$y_2 = 2x_2 + 1$

$y_2 = 2(3) + 1$

$y_2 = 6 + 1$

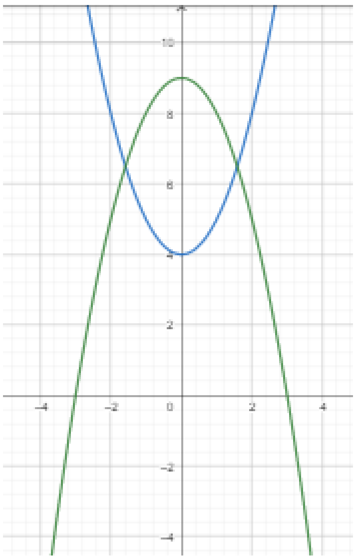
$y_2 = 7$

Puntos en común de las funciones $y = 2x + 1$ e $y = x^2 + 2x - 8$, es decir la intersección entre las dos funciones son los pares ordenados:

$(x_1; y_1)$ y $(x_2 ; y_2)$

$(-3; -5)$ y $(3 ; 7)$

d) $y = x^2 + 4$ e $y = -x^2 + 9$



Igualamos:

$x^2 + 4 = -x^2 + 9$

Hacemos pasaje de términos para obtener la ecuación cuadrática:

$ax^2 + bx + c = 0$

$x^2 + x^2 + 4 – 9 = 0$

$2x^2 - 5 = 0$

Hallamos las raíces: x_1 y x_2 de la función cuadrática obtenida y el resultado es:

$$x_1 = -\sqrt{\frac{5}{2}} \qquad x_2 = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$x_1 = -1{,}58 \qquad x_2 = 1{,}58$$

Estas son las abscisas de los puntos en común que tienen las funciones

$x^2 + 4$ y $-x^2 + 9$

Para hallar las ordenadas correspondientes a esos puntos en común,

reemplazamos cada uno de los valores correspondientes a las abscisas en una de las dos funciones:

Por ejemplo reemplazamos en $y = x^2 + 4$

$$y_1 = (x_1)^2 + 4$$
$$= (x_1)^2 + 4$$
$$= (-1{,}58)^2 + 4$$
$$y_1 = 6{,}5$$

$$y_2 = (x_2)^2 + 4$$
$$= (x_2)^2 + 4$$
$$= (1{,}58)^2 + 4$$
$$y_2 = 6{,}5$$

Los pares ordenados correspondientes a los puntos en común entre las funciones:

$(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$

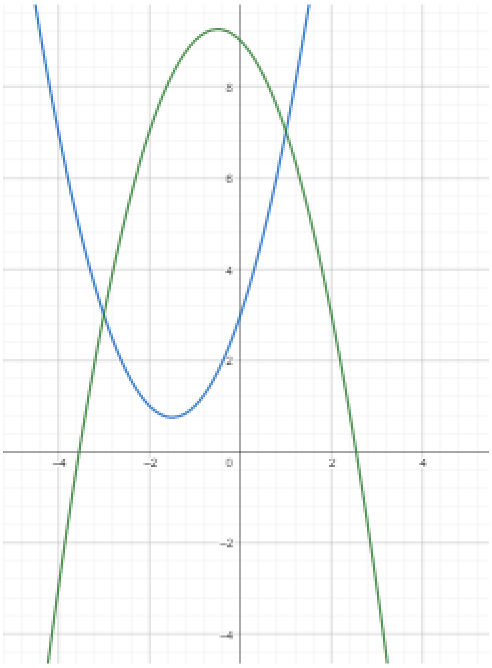
(-1,58; 6,5) y **(1,58; 6,5)**

Hallar los puntos de intersección entre:

$y = x^2 + 3x + 3$ e $y = -x^2 - x + 9$

Los puntos de intersección son los pares ordenados correspondientes a los puntos en común entre las funciones:

$(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$



Igualamos:

$x^2 + 3x + 3 = -x^2 - x + 9$

Hacemos pasaje de términos para obtener la ecuación cuadrática:

$ax^2 + bx + c = 0$

$x^2 + x^2 + 3x + x + 3 – 9 = 0$

$2x^2 + 4x + x – 6 = 0$

Hallamos las raíces: x_1 y x_2 de la función cuadrática obtenida y el resultado es:

$x_1 = \mathbf{-3}$ $x_2 = \mathbf{1}$

Estas son las abscisas de los puntos en común que tienen las funciones

$x^2 + 3x + 3$ y $-x^2 - x + 9$

Para hallar las ordenadas correspondientes a esos puntos en común, reemplazamos cada uno de los valores correspondientes a las abscisas en una de las dos funciones:

Por ejemplo reemplazamos en $y = x^2 + 3x + 3$

$$y_1 = (x_1)^2 + 3\,x_1 + 3$$
$$= (\mathbf{-3})^2 + 3\,(\mathbf{-3}) + 3$$
$$= 9 - 9 + 3$$
$$y_1 = 3$$
$$y_2 = (x_2)^2 + 3\,x_2 + 3$$
$$= 1^2 + 3 * 1 + 3$$
$$= 1 + 3 + 3$$
$$y_2 = 7$$

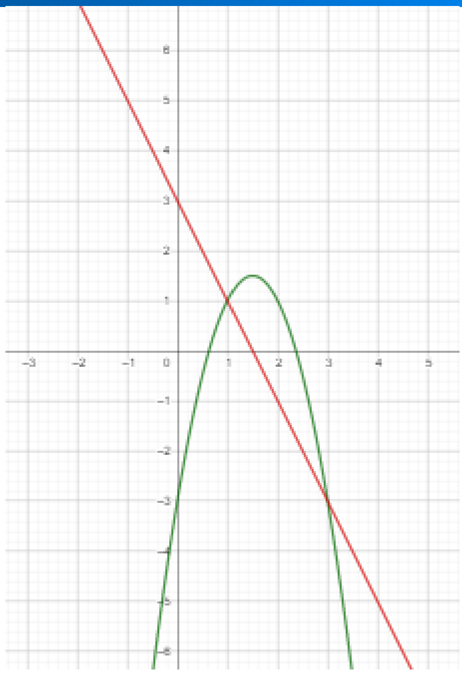
Los pares ordenados correspondientes a los puntos en común entre las funciones:

$(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$

(-3; 3) y **(1; 7)**

Hallar los puntos de intersección entre:

$y = -2x^2 + 6x - 3$ e $y = -2x + 3$



Son los pares ordenados correspondientes a los puntos en común entre las funciones:

$(x_1; y_1)$ y $(x_2 ; y_2)$

Igualamos:

$-2x + 3 = -2x^2 + 6x – 3$

Realizamos pasaje de términos para obtener una ecuación cuadrática:

$ax^2 + bx + c = 0$

$0 = -2x^2 + 6x – 3 + 2x - 3$

$0 = -2x^2 + 8x - 6$

$-2x^2 + 8x - 6 = 0$

Calculamos las raíces de la función cuadrática obtenida y el resultado es:

$x_1 = \mathbf{1}$ $x_2 = \mathbf{3}$

Estas son las abscisas de los puntos en común que tienen las funciones

$-2x + 3$ y $-2x^2 + 6x - 3$

Los puntos en común de las dos funciones, es decir las intersecciones serán los pares ordenados.

$(x_1; y_1)$ y $(x_2 ; y_2)$

$(\mathbf{1}; y_1)$ y $(\mathbf{3} ; y_2)$

Para hallar las ordenadas correspondientes a esos puntos en común,

reemplazamos cada uno de los valores correspondientes a las abscisas en una de las dos funciones:

Por ejemplo reemplazamos en $y= -2x + 3$:

$y_1 = -2x_1 + 3$

$y_1 = -2(1) + 3$

$y_1 = 1$

$y_2 = -2x_2 + 3$

$y_2 = -2(3) + 3$

$y_2 = -6 + 3$

$y_2 = -3$

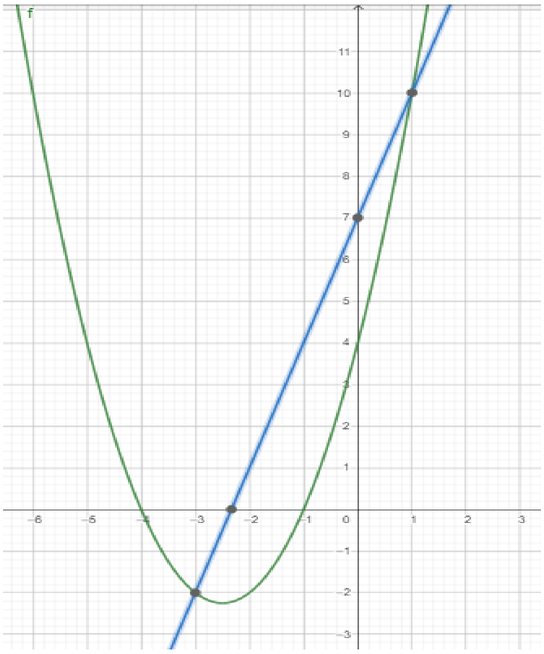
Puntos en común de las funciones $y= -2x + 3$ e $y= -2x^2 + 6x - 3$, es decir la intersección entre las dos funciones son los pares ordenados:

$(x_1; y_1)$ y $(x_2 ; y_2)$

(1; 1) y **(3 ; -3)**

Hallar los puntos de intersección entre:

$y= x^2 + 5x + 4$ e $y= 3x + 7$ Respuesta:



(x; y)

Intersección: (1; 10) y (-3; -2)