



Tecnicatura Universitaria en Programación

ESTADÍSTICA

Unidad Temática N°3:
Teoría de las Probabilidades

Guía de Estudio
1° Año – 2° Cuatrimestre



Índice

| | |
|-----------------------|-----------|
| Ejercicio N° 1 | 2 |
| Ejercicio N° 2 | 3 |
| Ejercicio N° 3 | 4 |
| Ejercicio N° 4 | 6 |
| Ejercicio N° 5 | 8 |
| Ejercicio N° 6 | 10 |
| Ejercicio N° 7 | 12 |

Ejercicio N° 1

Se supone que los empleados de una empresa, son clasificados de la siguiente manera:

Personal gerencial y no gerencial.

Personal con estudios superiores y personal que no tiene estudios superiores

| Tipo de cargo \ Nivel de estudios | Nivel de estudios | | Total |
|-----------------------------------|-------------------|--------------------|-------|
| | Superiores (S) | No Superiores (NS) | |
| Gerencial (G) | 25 | 5 | 30 |
| No Gerencial (NG) | 75 | 195 | 270 |
| Total | 100 | 200 | 300 |

Se pide:

- 1) Confeccione un cuadro con la información dada.
- 2) Si se selecciona un empleado al azar:
 - a. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga estudios superiores?
 - b. ¿Cuál es la probabilidad de que sea gerencial **y** tenga estudios superiores?
 - c. ¿Cuál es la probabilidad de que sea gerencial?
 - d. ¿Cuál es la probabilidad de que sea no gerencial?
 - e. ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga estudios superiores **y** sea gerencial?
 - f. ¿Cuál es la probabilidad de que sea no gerencial **y** no tenga estudios superiores?
 - g. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga estudios superiores **o** sea gerencial?
 - h. ¿Cuál es la probabilidad de que sea no gerencial **o** gerencial? ¿Cómo son estos eventos?
 - i. ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga estudios superiores **y** si tenga estudios superiores?
 - j. ¿Cuál es la probabilidad de que sea no gerencial **y** no tenga estudios superiores?
 - k. ¿Cuál es la probabilidad de que sea no gerencial **o** tenga estudios superiores?
- 3) Si el empleado elegido es gerencial, cuál es la probabilidad de que no tenga estudios superiores? ¿Son independientes estos eventos?

- 4) **Si** el empleado elegido tiene estudios superiores, cuál es la probabilidad de que sea gerencial? ¿Son independientes estos eventos?
- 5) Sabiendo que el empleado elegido es no gerencial, cuál es la probabilidad de que tenga estudios superiores? ¿Son independientes estos eventos?
- 6) **Si** el empleado elegido no tiene estudios superiores, cuál es la probabilidad de que sea no gerencial?
- 7) **Si** el empleado elegido es gerencial, cuál es la probabilidad de que tenga estudios superiores?
- 8) Si se selecciona un empleado al azar, cuál es la probabilidad de que tenga estudios universitarios o no tenga estudios universitarios?

Ejercicio N° 2

A partir del registro de la oficina de turismo de una determinada localidad en un cierto período, se eligieron aleatoriamente 100 turistas y se obtuvo la siguiente información:

| Sexo \ Origen | Extranjero (E) | Argentino (A) | Total |
|---------------|----------------|---------------|-------|
| Mujer (M) | 5 | 22 | 27 |
| Varón (V) | 10 | 63 | 73 |
| Total | 15 | 85 | 100 |

- a) ¿Qué nombre recibe esta tabla?
- b) Construya la Tabla de Probabilidades. ¿Qué enfoque probabilístico se utiliza para determinar las correspondientes probabilidades?
- c) Se selecciona un turista al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea extranjero? ¿Cómo se denomina esta probabilidad?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que un turista seleccionado al azar sea argentino y varón? ¿Cómo se denomina esta probabilidad?
- e) Si el turista elegido es argentino, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer? ¿Cómo se denomina esta probabilidad?
- f) Se selecciona un turista al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer ó varón? ¿Cómo son estos eventos?

Ejercicio N° 3

En una población el 47% de los habitantes son varones. Del total de varones, el 21% son casados. Del total de mujeres, el 34% son casadas. Es seleccionado un habitante al azar:

- Calcular la probabilidad de que sea mujer, **sabiendo que no es casada**.
- Calcular la probabilidad de que sea mujer, **sabiendo que es casada**.
- Calcular la probabilidad de que sea varón, **sabiendo que es casado**.
- Calcular la probabilidad de que sea varón, **sabiendo que no es casado**.

El 47% son Varones $\rightarrow P(V)= 0,47$ Probabilidades Marginales

El 53% son Mujeres $\rightarrow P(M)= 0,53$ Probabilidades Marginales

Del total de V, el 21% son C $\rightarrow P(C/V)= 0,21$ Probabilidades Condicionales

Del total de M, el 34% son C $\rightarrow P(C/M)= 0,34$ Probabilidades Condicionales

Antes de calcular las probabilidades solicitadas es conveniente construir la Tabla de Probabilidades:

Indicamos en la Tabla las dos Probabilidades Marginales que tenemos como datos:

| Género Est. Civil | V | M | Total |
|----------------------|--|--|------------------|
| C | $P(C \cap V) = 0,0987$ | $P(C \cap M) = 0,1802$ | $P(C) = 0,2789$ |
| C' | $P(C' \cap V) = 0,47 - 0,0987$ $= 0,3713$ | $P(C' \cap M) = 0,53 - 0,1802$ $= 0,3498$ | $P(C') = 0,7211$ |
| Total | $P(V) = 0,47$ | $P(M) = 0,53$ | 1 |

Probabilidades Conjuntas: Se obtienen mediante Regla Multiplicativa:

El 47% son V $\rightarrow P(V)= 0,47$ Probabilidades Marginales

El 53% son M $\rightarrow P(M)= 0,53$ Probabilidades Marginales

Del total de V, el 21% son C $\rightarrow P(C/V)= 0,21$ Probabilidades Condicionales

Del total de M, el 34% son C $\rightarrow P(C/M)= 0,34$ Probabilidades Condicionales

$$\begin{aligned}
 P(C \cap V) &= P(C/V) * P(V) \quad \text{No es correcto: } P(C \cap V) = P(C/V) * P(C) \\
 &= 0,21 * 0,47 \\
 &= 0,0987
 \end{aligned}$$

$$P(C \cap M) = P(C/M) * P(M) \quad \text{No es correcto: } P(C \cap M) = P(C/M) * P(C)$$

$$= 0,34 * 0,53$$

$$= 0,1802$$

Se obtuvieron las probabilidades **Conjuntas** mediante el producto de la probabilidad **Condiciona** por la probabilidad **Marginal** del **evento que se presenta como espacio probabilístico reducido** esta regla que hemos aplicado se denomina Regla Multiplicativa.

a) Calcular la probabilidad de que sea mujer, **sabiendo que no es casada (dado que no es casada) (si no es casada)**

$$P(M/C') = P(C' \cap M) / P(C')$$

$$= 0,3498 / 0,7211$$

$$= 0,4851$$

Independencia de eventos (No se incluye en el parcial)

¿Son independientes los eventos M y C'?

Demostración:

$$P(M/C') \neq P(M)$$

$$0,4851 \neq 0,53$$

O bien:

$$P(C'/M) \neq P(C')$$

La probabilidad del evento M cambió al presentarse el evento C' por lo tanto estos eventos no son independientes, son dependientes.

No es correcto comparar las siguientes probabilidades: $P(M/C') \neq P(C')$

No es correcto comparar las siguientes probabilidades: $P(C'/M) \neq P(M)$

O bien:

$$P(C' \cap M) \neq P(M).P(C')$$

La comparación se efectúa en relación al evento para el cual se plantea la probabilidad condicional, en este caso para el evento M.

Independencia de eventos:

Dos eventos son independientes si la presentación u ocurrencia de un evento no afecta la probabilidad de otro evento:

$$P(A/B) = P(A)$$

No sería correcto comparar $P(A/B)$ y $P(B)$

$$P(B/A) = P(B)$$

No sería correcto comparar $P(B/A)$ y $P(A)$

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

Cuando se verifican estas igualdades entonces los eventos son independientes.

Si se verifica una de las tres igualdades, tendremos la certeza de que también se verificarán las dos restantes, es por ello que resulta suficiente realizar una de las tres demostraciones.

Ejercicio Nº 4

El 60% de las empresas de una región son extranjeras y el resto son nacionales.

Del total de empresas extranjeras, el 20% son productoras de servicios.

Del total de empresas nacionales, el 90% son productoras de servicios.

El resto de las empresas son productoras de bienes.

1- Construir la tabla de probabilidades

2- Es seleccionada una empresa al azar:

a. ¿Cuál es la probabilidad de que sea productora de bienes?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que sea extranjera y productora de servicios?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que productora de bienes o nacional? ¿Cómo son estos eventos?

d. Si la empresa seleccionada es extranjera ¿Cuál es la probabilidad de que sea productora de bienes?

e. Si la empresa seleccionada es productora de servicios ¿Cuál es la probabilidad de que sea nacional?

Nota: Indicar tipo, simbología y valor de cada probabilidad.

Resolución:

1) Se pide construir la tabla de probabilidades, para ello tenemos en cuenta los siguientes datos:

Probabilidades marginales:

El 60% de las empresas son extranjeras $\rightarrow P(E)=0,60$

El 40% de las empresas son nacionales $\rightarrow P(N)=0,40$

Probabilidades Condicionales:

Del total de empresas extranjeras,

el 20% son productoras de servicios $\rightarrow P(S/E)=0,20$ El espacio probabilístico se reduce a las empresas que cumplen la condición de ser Extranjeras

Del total de empresas nacionales,

el 90% son productoras de servicios $\rightarrow P(S/N)=0,90$ El espacio probabilístico se reduce a las empresas que cumplen la condición de ser Nacionales

Se obtienen las probabilidades Conjuntas mediante el producto de la probabilidad Condicional por la probabilidad marginal del evento que se presenta como espacio probabilístico reducido:

$$P(S \cap E) = P(S/E) * P(E)$$

$$= 0,20 * 0,60$$

$$P(S \cap E) = 0,12$$

$$P(S \cap N) = P(S/N) * P(N)$$

$$= 0,90 * 0,40$$

$$P(S \cap N) = 0,36$$

1) Se completa la Tabla de Probabilidades:

| Tipo de empresa Tipo de producción | E (extranjera) | N (nacional) | total |
|---------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|-------------------|
| S (servicios) | $P(S \cap E) = 0,12$ | $P(S \cap N) = 0,36$ | 0,48 |
| B (bienes) | $P(B \cap E) = 0,60 - 0,12 = 0,48$ | $P(B \cap N) = 0,40 - 0,36 = 0,04$ | $1 - 0,48 = 0,52$ |
| total | $P(E) = 0,60$ | $P(N) = 0,40$ | 1 |

2.a. Probabilidad Marginal $P(B)=0,52$

2.b. Probabilidad Conjunta $P(E \cap S) = 0,12$

2.c. Probabilidad Total $P(N \cup B) = P(B) + P(N) - P(B \cap N)$

$$= 0,52 + 0,40 - 0,04$$

$$= 0,88$$

3. Si la empresa seleccionada es extranjera ¿Cuál es la probabilidad de que sea productora de bienes?

$$P(B/E) = 0,48/0,60 \text{ Probabilidad Condicional}$$

El espacio probabilístico se reduce a las empresas que cumplen la condición de ser Extranjera)

$$P(B/E) = 0,80$$

4. Si la empresa seleccionada es productora de Servicios ¿Cuál es la probabilidad de que sea nacional?

El espacio probabilístico se reduce a las empresas que cumplen la condición de ser productora de Servicios

$$P(N/S) = \frac{0,36}{0,48} \text{ Probabilidad Condicional}$$

$$P(N/S) = 0,75$$

Ejercicio Nº 5

Del total de empleados de una consultora, el 70% son analistas de sistemas, el 20% son técnicos y el resto son ingenieros.

Del total de analistas el 60% son varones.

Del total de técnicos el 80% son varones.

Del total de ingenieros el 40% son varones.

2.1. Construir la tabla de probabilidades

2.2. Es seleccionado un empleado al azar:

2.2.1. ¿Cuál es la probabilidad de que sea varón y técnico?

2.2.2. ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer o analista? ¿Cómo son estos eventos? Justificar.

3. Si el empleado es varón, ¿cuál es la probabilidad de que sea técnico?

(En todos los casos indicar tipo, simbología y valor de cada probabilidad)

Datos:

Probabilidades Marginales:

Del total de empleados, el 70% son Analistas $\rightarrow P(A)=0,70$

Del total de empleados, el 20% son Técnicos $\rightarrow P(T)=0,20$

Del total de empleados, el 10% son Ingenieros $\rightarrow P(I)=0,10$

Probabilidades **condicionales**:

Del total de Analistas, el 60% son Varones $\rightarrow P(V/A)=0,60$ (El espacio probabilístico se reduce a los empleados que cumplen la **condición** de ser Analistas)

Del total de Técnicos, el 80% son Varones $\rightarrow P(V/T)=0,80$ (El espacio probabilístico se reduce a los empleados que cumplen la **condición** de ser Técnicos)

Del total de Ingenieros, el 40% son Varones $\rightarrow P(V/I)=0,40$ (El espacio probabilístico se reduce a los empleados que cumplen la **condición** de ser Ingenieros)

Se obtienen las probabilidades conjuntas mediante el producto de la probabilidad condicional por la probabilidad marginal del evento que se presenta como espacio probabilístico reducido (**evento del denominador**):

$$P(V \cap A) = P(V/A) * P(A) \\ = 0,60 * 0,70$$

$$P(V \cap A) = 0,42$$

$$P(V \cap T) = P(V/T) * P(T) \\ = 0,80 * 0,20$$

$$P(V \cap T) = 0,16$$

$$P(V \cap I) = P(V/I) * P(I) \\ = 0,40 * 0,10$$

$$P(V \cap I) = 0,04$$

2.1. Se completa la Tabla de Probabilidades:

| Profesión \ Género | A (Analistas) | T (Técnicos) | I (Ingenieros) | total |
|--------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|-------------------|
| V (Varón) | $P(V \cap A) = 0,42$ | $P(V \cap T) = 0,16$ | $P(V \cap I) = 0,04$ | 0,62 |
| M (Mujer) | $P(M \cap A) = 0,70 - 0,42 = 0,28$ | $P(M \cap T) = 0,20 - 0,16 = 0,04$ | $P(M \cap I) = 0,10 - 0,04 = 0,06$ | $1 - 0,62 = 0,38$ |
| total | $P(A) = 0,70$ | $P(T) = 0,20$ | $P(I) = 0,10$ | 1 |

2.2.1. $P(V \cap T) = 0,16$ Probabilidad Conjunta

2.2.2 $P(M \cup A) = P(M) + P(A) - P(M \cap A)$ Probabilidad Total

$$= 0,38 + 0,70 - 0,28$$

$$P(M \cup A) = 0,80$$

Los eventos M y A pertenecen a distintos atributos, por lo tanto si pueden presentarse simultáneamente (un empleado puede ser mujer y analista a la vez) en consecuencia estos eventos son No Mutuamente Excluyentes.

3. Si el empleado es varón, ¿cuál es la probabilidad de que sea técnico?

El espacio probabilístico se reduce a los empleados que cumplen la condición de ser varones

$P(T/V) = \frac{P(T \cap V)}{P(V)}$ Probabilidad Condicional.

$$= \frac{0,16}{0,62}$$

$$P(T/V) = 0,258$$

Ejercicio Nº 6

En una determinada localidad se realizó un estudio para determinar el nivel socio económico de las familias y se obtuvo la siguiente información: Del total de las familias, el 25% tiene ingresos inferiores a \$1000 (B=ingresos bajos); el 45% tiene ingresos comprendidos entre \$1000 y \$4000 (M=ingresos medios) y el resto tiene ingresos superiores a \$4000 (A=ingresos altos). Del total familias con ingresos inferiores a \$1000, el 40% tiene integrantes con estudios superiores. Del total familias con ingresos comprendidos entre \$1000 y \$4000, el 80% tiene integrantes con estudios superiores. Del total de familias con ingresos superiores a \$4000, el 90% tiene integrantes con estudios superiores.

Se pide:

a. Obtener la tabla de probabilidades.

- b. Es seleccionada una familia al azar, calcular la probabilidad ingresos medios y no tenga integrantes con estudios superiores.
- c. Es seleccionada una familia al azar, calcular la probabilidad de que tenga integrantes con estudios superiores o tenga ingresos altos. ¿Cómo son estos eventos? Justificar.
- d. Si la familia seleccionada tiene integrantes con estudios superiores, ¿cuál es la probabilidad de que tenga ingresos comprendidos entre \$1000 y \$4000?

Nota: En los puntos b, c y d indicar tipo, simbología y valor de cada probabilidad.

Datos:

Probabilidades Marginales:

Del total de familias, el 25% tienen ingresos B $\rightarrow P(B)=0,25$

Del total de familias, el 45% tienen ingresos M $\rightarrow P(M)=0,45$

Del total de familias, el 30% tienen ingresos A $\rightarrow P(A)=0,30$

Probabilidades condicionales:

Del total de familias con ingresos B,

el 40% tienen integrantes con estudios S $\rightarrow P(S/B)=0,40$

Del total de familias con ingresos M,

el 80% tienen integrantes con estudios S $\rightarrow P(S/M)=0,80$

Del total de familias con ingresos A,

el 90% tienen integrantes con estudios S $\rightarrow P(S/A)=0,90$

Resolución:

Se obtienen las probabilidades Conjuntas mediante el producto de la probabilidad Condicional por la probabilidad Marginal del evento que se presenta como espacio probabilístico reducido:

$$\begin{aligned}P(S \cap B) &= P(S/B) * P(B) \\ &= 0,40 * 0,25 \\ P(S \cap B) &= 0,10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(S \cap M) &= P(S/M) * P(M) \\ &= 0,80 * 0,45 \\ P(S \cap M) &= 0,36\end{aligned}$$

$$P(S \cap A) = P(S/A) \cdot P(A)$$

$$= 0,90 \cdot 0,30$$

$$P(S \cap A) = 0,27$$

a. Se completa la Tabla de Probabilidades:

| Nivel de ingresos | B (Bajos) | M (Medios) | A (Altos) | total |
|-----------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|-------------------|
| Nivel de estudios | | | | |
| S(superiores) | $P(S \cap B) = 0,10$ | $P(S \cap M) = 0,36$ | $P(S \cap A) = 0,27$ | 0,73 |
| N (sin estudios Superiores) | $P(N \cap B) = 0,25 - 0,10 = 0,15$ | $P(N \cap M) = 0,45 - 0,36 = 0,09$ | $P(N \cap A) = 0,30 - 0,27 = 0,03$ | $1 - 0,73 = 0,27$ |
| total | $P(B) = 0,25$ | $P(M) = 0,45$ | $P(A) = 0,30$ | 1 |

b. $P(M \cap N) = 0,09$ Probabilidad Conjunta

c. $P(S \cup A) = P(S) + P(A) - P(S \cap A)$ Probabilidad Total
 $= 0,73 + 0,30 - 0,27$
 $P(S \cup A) = 0,76$

Los eventos S y A pertenecen a distintos atributos, por lo tanto si pueden presentarse simultáneamente (una familia puede tener integrantes con estudios superiores e ingresos altos a la vez) en consecuencia estos eventos son no mutuamente excluyentes.

d. Si la familia seleccionada **tiene integrantes con estudios superiores**, ¿cuál es la probabilidad de que tenga ingresos comprendidos entre \$1000 y \$4000?

El espacio probabilístico se reduce a las familias que cumplen la **condición de tener integrantes con estudios superiores**

$$P(M/S) = P(M \cap S) / P(S)$$

$$= 0,36 / 0,73$$

$$P(M/S) = 0,493$$

Ejercicio N° 7

Dadas: $P(A/B) = 0,32$ $P(A) = 0,70$ $P(B) = 0,24$

Sabiendo que A' es el complemento de A y B' es el complemento de B

Calcular:

$$P(B/A)$$

$$P(B' \cup A)$$

Resolución:

Antes de calcular las probabilidades solicitadas es conveniente construir la Tabla de Probabilidades:

| | A | A' | total |
|-------|----------------------------|------|-------|
| B | $P(B \cap A) = P(A/B)P(B)$ | | 0,24 |
| B' | | | 0,76 |
| total | 0,70 | 0,30 | 1 |

| | A | A' | total |
|-------|--|--------------------------------------|-------|
| B | $P(B \cap A) = 0,32 \cdot 0,24 = 0,08$ | $P(B \cap A') = 0,24 - 0,08 = 0,16$ | 0,24 |
| B' | $P(B' \cap A) = 0,70 - 0,08 = 0,62$ | $P(B' \cap A') = 0,30 - 0,16 = 0,14$ | 0,76 |
| total | $P(A) = 0,70$ | 0,30 | 1 |

Resolución de $P(B/A)$:

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

$$= \frac{0,08}{0,70}$$

$$P(B/A) = 0,114$$

Resolución de $P(B' \cup A)$:

$$P(B' \cup A) = P(B') + P(A) - P(B' \cap A)$$

$$= 0,76 + 0,70 - 0,62$$

$$= 0,84$$

**Atribución-No Comercial-Sin Derivadas**

Se permite descargar esta obra y compartirla, siempre y cuando no sea modificado y/o alterado su contenido, ni se comercialice. Referenciarlo de la siguiente manera:
Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Córdoba (S/D). Material para la Tecnicatura Universitaria en Programación, modalidad virtual, Córdoba, Argentina.