UTN
Facultad Regional Córdoba

TUP

Tecnicatura Universitaria en Programación

ESTADÍSTICA

Unidad Temática N°4: Variable Aleatoria y Distribuciones de Probabilidad

Material de Estudio

1° Año – 2° Cuatrimestre

Índice

VARIABLE ALEATORIA

Una variable aleatoria representa numéricamente a cada posible resultado de un experimento aleatorio.

Ejemplo:

Supóngase que el experimento aleatorio consiste en arrojar una moneda y definimos a la variable x como “cantidad de caras que pueden presentarse” en este caso la variable tiene dos posibles valores: 1 y 0 porque al arrojar una moneda puede salir cara o sello es decir “una cara” o ninguna cara es decir “cero caras”. Antes de arrojar la moneda no se tiene la certeza con respecto a la cantidad de caras que saldrán, ante la incertidumbre surgen las probabilidades. Cada posible valor de una variable aleatoria tiene determinada probabilidad de presentarse.

A partir de los posibles valores de la variable y sus respectivas probabilidades puede obtenerse la Distribución de Probabilidades de una variable aleatoria x:

Ejemplo:

A continuación se plantea la distribución de probabilidades de la variable x: cantidad de caras que pueden presentarse al arrojar una moneda:

x	P(x)
0	1/2=0,50
1	1/2=0,50

Distribución de probabilidades.

La Distribución de probabilidades indica los posibles valores de una variable aleatoria y sus respectivas probabilidades.

A partir de una Distribución de probabilidades podemos calcular tres medidas que son los Parámetros de una Distribución de probabilidades.

PARÁMETROS DE UNA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDADES

Esperanza matemática o Media de una Variable Aleatoria

Es la media de una variable aleatoria, en el valor de esta media influyen tanto los valores de la variable como sus respectivas probabilidades.

Es la sumatoria de los productos entre los valores de la variable por sus respectivas probabilidades.

La fórmula es la siguiente:

$E(x) = \sum xP(x)$

Varianza de una variable aleatoria

En el valor de la varianza de una variable aleatoria también influyen las probabilidades.

Es igual a la sumatoria de los productos entre el cuadrado de los valores de la variable por sus respectivas probabilidades, menos el cuadrado de la Esperanza Matemática.

$V(x) = \sum x^2 P(x) - [E(x)]^2$

Desviación estándar de la Varianza

Es la raíz cuadrada de la Varianza de una Variable Aleatoria.

$DS(x) = \sqrt{V(x)}$

Ejemplo:

Dada la siguiente Distribución de probabilidades, calcular los parámetros

x	**P(x)**
1	**1/12**
2	**3/12**
3	**4/12**
4	**4/12**

Resolución:

x	P(x)	xP(x)	$x^2P(x)$
1	1/12	1(1/12) = 1/12	1^2(1/12) = 1/12
2	3/12	2(3/12) = 6/12	2^2(3/12) = 4/12
3	4/12	3(4/12) = 12/12	3^2(4/12) = 36/12
4	4/12	4(4/12) = 16/12	4^2(4/12) = 64/12
		$\sum xP(x) = 35/12$	$\sum x^2P(x) = 113/12$ = 9,4166666

Esperanza matemática o Media de una variable aleatoria:

$E(x) = \sum xP(x)$

$E(x) = 35/12$

$E(x) = 2,9166666$

Varianza de una variable aleatoria

$V(x) = \sum x^2P(x) - [E(x)]^2$

$= 9,4166666 - [2,9166666]^2$

$= 9,4166666 – 8,506944$

$V(x) = 0,9097226$

Desviación estándar de una variable aleatoria:

Es la raíz cuadrada de la Varianza.

$DS(x) = \sqrt{V(x)}$

$DS(x) = \sqrt{0,9097226}$

$DS(x) = 0,9537937$

MODELOS PROBABILÍSTICOS

Cuando se cumplen determinadas condiciones las probabilidades pueden representarse a través de modelos matemáticos y así surgen los modelos probabilísticos.

Modelos Probabilísticos para Variables Discretas

Se describirán los siguientes modelos probabilísticos para variables discretas:

- **Modelo Bipuntual o Modelo de Bernoulli**
- **Modelo Binomial**
- **Modelo Hipergeométrico**
- **Modelo Poisson**

Modelo Bipuntual o Modelo de Bernoulli

Dada una población se identifica la característica bajo estudio

Luego de identificada la característica bajo estudio, la población queda dividida en dos conjuntos, un conjunto está formado por los elementos que tienen dicha característica y el otro conjunto está formado por los elementos que no la tienen.

Cada elemento de la población tiene o no tiene la característica bajo estudio.

Definimos la prueba o experimento o ensayo: Generalmente consiste en seleccionar aleatoriamente un elemento de la población dicotomizada.

Por cada elemento extraído de la población, existen dos posibles resultados:

Si el elemento extraído **tiene la característica**, entonces se presentó un **éxito**.

Si el elemento extraído **no tiene la característica**, entonces se presentó un **fracaso**.

A continuación se representan los resultados que pueden obtenerse al realizar la prueba y sus respectivas probabilidades:

Resultado posible por cada cuenta seleccionada	x = cantidad de éxitos	P(x): probabilidad de que la variable x asuma determinado valor
éxito	x = 1	**P: probabilidad de éxito**
fracaso	x = 0	Q: probabilidad de fracaso

Las probabilidades P y Q son complementarias, por lo tanto: P + Q= 1

Modelo Binomial

En el Modelo Binomial la variable aleatoria x es la cantidad de éxitos que pueden obtenerse al repetir n veces la prueba.

Parámetros del Modelo Binomial:

n: **cantidad de veces que se repite la prueba, generalmente la prueba consiste en seleccionar aleatoriamente un elemento de la población dicotomizada.**

Éxito: En los ejercicios, se identifica como la característica para la cual se pide la probabilidad.

P: probabilidad de éxito

Q: probabilidad de fracaso

Definimos la prueba, experimento o ensayo:

Consiste en seleccionar aleatoriamente un elemento de la población formada por todas las cuentas.

éxito	fracaso

→ n elementos

Debe identificarse el tipo de muestreo empleado para seleccionar los n elementos

Existen dos tipos de muestreo:

MCR: Muestreo con reposición cada elemento seleccionado se repone o se devuelve a la población antes de extraer el siguiente.

MSR: Muestreo sin reposición cada elemento seleccionado no se repone es decir no se devuelve a la población.

P que es la probabilidad de éxito se mantiene constante por cada elemento extraído en los siguientes casos:

- **Cuando son seleccionados n elementos con reposición (por defecto se considera que se utiliza este tipo de muestreo)**
- **Cuando son seleccionados n elementos sin reposición y en la muestra se incluye menos del 5% de la población.**

> **En resumen, P es constante cuando:**
>
> **MCR o**
>
> **MSR y n/N < 0,05**
>
> **Si P es constante entonces las pruebas son independientes y en consecuencia se utiliza el Modelo Binomial.**

P cambia por cada elemento extraído sólo cuando MSR y n/N ≥ 0,05 y en tal caso se utiliza el Modelo Hipergeométrico.

Por defecto se considera que los **n elementos** son seleccionadas **con reposición** por lo tanto el resultado obtenido al seleccionar un elemento, no afecta las probabilidades (P y Q) al seleccionar los restantes elementos, por lo tanto **el resultado obtenido en una prueba no afecta las probabilidades P y Q en las restantes pruebas**, es por ello que **las n pruebas son independientes** en consecuencia se aplica el **Modelo Binomial**

La variable aleatoria **x** es la **cantidad de éxitos** que pueden obtenerse al repetir **n veces** la prueba

En el Modelo Binomial la probabilidad de que x asuma determinado valor se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$P(x) = C_n^x * P^x * (1-P)^{n-x}$$

n y **P** son los parámetros del Modelo Binomial

A continuación se describirá el procedimiento para plantear los diferentes casos de probabilidades que pueden plantearse:

En una tienda de productos naturales el 30% de los clientes son veganos. Son seleccionadas aleatoriamente cinco clientes.

Calcular las siguientes probabilidades:

a) Ninguno de las clientes sea vegano.

b) Dos clientes sean veganos.

c) A lo sumo un cliente sea vegano.

d) Menos de dos clientes sean veganos.

e) Como mínimo 3 clientes sean veganos.

f) Más de dos clientes sean veganos.

g) El 20% de los clientes sean veganos.

h) Por lo menos el 40% de los clientes sean veganos.

i) Entre 2 y 4 clientes sean veganos.

Respuestas:

La población está formada por todos los clientes de la tienda de productos naturales:

30% V	70% V'

Definimos la prueba o experimento o ensayo: Consiste en seleccionar aleatoriamente un cliente de la población dicotomizada

Luego de identificada la característica bajo estudio, la población queda dividida en dos conjuntos.

Cada elemento de la población tiene o no tiene la característica bajo estudio.

Por cada elemento extraído existen dos posibles resultados:

Si el elemento extraído **tiene la característica**, entonces se presentó un **éxito**.

Si el elemento extraído **no tiene la característica**, entonces se presentó un **fracaso**.

Supongamos que la característica bajo estudio es: cliente vegano (V) entonces:

Si el cliente seleccionado es **vegano (V)** entonces se presentó un **éxito**.

Si el cliente seleccionado **no es vegano (V´)** entonces se presentó un **fracaso**.

Las probabilidades se piden para clientes veganos (V) por lo tanto en dichos puntos, cliente vegano (V) es el éxito, y en consecuencia para esos puntos clientes que no son veganos (V´) es el fracaso.

Modelo Bipuntual o Modelo de Bernoulli

Representa los posibles resultados y sus respectivas probabilidades **por cada prueba**.

En el caso planteado representa los dos posibles resultados y sus respectivas probabilidades **por cada cliente seleccionado**.

En el Modelo Bipuntual la variable aleatoria x representa la cantidad de éxitos por **cada** prueba.

Si el cliente seleccionado es **vegano (V)** entonces se presenta un **éxito** (x=1)

Si el cliente seleccionada **no es vegano** (V´) entonces se presenta un **fracaso**, es decir cero éxitos (x=0)

Resultado posible por cada habitante seleccionado	x = cantidad de éxitos	Probabilidades P(x)
V (**éxito**)	x = 1	**P**: P(vegano)= 0,30 probabilidad de éxito
V´ (fracaso)	x = 0	Q=0,70 probabilidad de fracaso

El éxito es la característica bajo estudio.

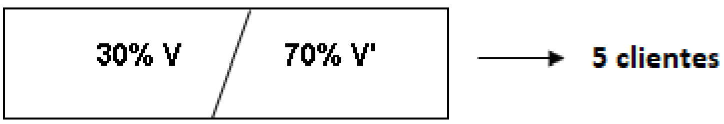
En cada punto del ejercicio debe identificarse como éxito a la característica para la cual se pide la probabilidad.

Identificación del Modelo probabilístico que se utilizará para calcular las probabilidades solicitadas:

Por defecto se considera que los **5** clientes son seleccionados **con reposición**, en consecuencia por cada prueba la probabilidad **P (probabilidad de éxito)** permanece **constante**, entonces la **probabilidad de fracaso (Q= 1 – P)** también se mantiene **constante**, por lo tanto **el resultado obtenido en una prueba no afecta la probabilidad P y Q en las restantes pruebas**, es por ello que **las n pruebas son independientes** y en tal caso se aplica el **Modelo Binomial** para calcular las probabilidades.

En el caso planteado, se definirá la prueba, experimento o ensayo:

Consiste en seleccionar un cliente aleatoriamente de la población formada por el total de clientes



Por defecto se considera que los cinco clientes son seleccionados **con reposición** por lo tanto el resultado obtenido al extraer un cliente no afecta las probabilidades al seleccionar los restantes habitantes.

n = **5** porque son seleccionados aleatoriamente 5 clientes (se repite 5 veces la prueba que consiste en seleccionar aleatoriamente un cliente)

P: su valor depende de la característica para la cual se pide la probabilidad.

En cada punto del ejercicio debe identificarse el éxito.

Como regla práctica, en cada punto del ejercicio el **éxito** es la característica para la cual se pide la probabilidad.

Si la probabilidad se pide para clientes veganos (V) entonces el éxito es clientes (V) por lo tanto **P = 0,30 (porque en la <u>población</u>, el 30% de los clientes son veganos)**

Si la probabilidad se pidiera para clientes **no** veganos (V´) entonces el éxito sería cliente (V´) por lo tanto **P= 0,70 (porque en la <u>población</u>, el 70% de los clientes no son veganos)**

P= 0,30 porque en cada punto del ejercicio la probabilidad se pide para clientes veganos en consecuencia el éxito es clientes veganos (V), por lo tanto para esos puntos la variable aleatoria x se define como:

x= cantidad de clientes V que pueden obtenerse al seleccionar 5 aleatoriamente

En el Modelo Binomial las probabilidades de que x asuma determinado valor se obtienen a través de la siguiente función:

$$P(x) = C_n^x * P^x * (1-P)^{n-x}$$

n y **P** son los parámetros del Modelo Binomial

Antes de calcular las probabilidades solicitadas se planteará la Distribución de Probabilidades:

Distribución de Probabilidades de la variable x=cantidad de clientes V

x	**P(x)=** $\mathbf{C_n^x * P^x * (1-P)^{n-x} = C_5^x * 0,30^x * (1-0,30)^{5-x}}$
0	$P(x=0) = C_5^0 * 0,30^0 * (1-0,30)^{5-0}$ = **1* 1*** $\mathbf{0,70^5}$**= 0,16807≈ 0,1681**
1	$P(x=1) =$ **0,3602**
2	$P(x=2) =$ **0,3087**
3	**0,1323**
4	**0,0284**

n=5	**0,0024**

x	**P(x)=** $C_5^x * 0,30^x * 0,70^{5-x}$
0	**0,1681**
1	**0,3602**
2	**0,3087**
3	**0,1323**
4	**0,0284**
n=5	**0,0024**
	1: La suma de todas las probabilidades es igual a 1

En la calculadora: **5** tecla nCr **0** = 1

Las probabilidades **P(x)** pueden obtenerse de la **Tabla I**:

En la primera columna se busca el valor de **n** (en este caso **n=5**)

En la siguiente columna se encuentran los posibles valores de x (de 0 a **5**)

Las restantes columnas están encabezadas por los valores de **P**

La probabilidad se encuentra en la fila de **x** y la columna de **P**.

Cada una de las probabilidades que se encuentran **Tabla I** surgen de aplicar la fórmula: P(x) = $C_5^x * 0,30^x * (1 - 0,30)^{5-x}$

TABLA I

P

Función de Probabilidad Binomial (Puntual) P(x=xi n P)

n	x	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
1	0	0.9500	0.9000	0.8500	0.8000	0.7500	0.7000	0.6500	0.6000	0.5500	0.5000
	1	0.0500	0.1000	0.1500	0.2000	0.2500	0.3000	0.3500	0.4000	0.4500	0.5000
2	0	0.9025	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.4225	0.3600	0.3025	0.2500
	1	0.0950	0.1800	0.2550	0.3200	0.3750	0.4200	0.4550	0.4800	0.4950	0.5000
	2	0.0025	0.0100	0.0225	0.0400	0.0625	0.0900	0.1225	0.1600	0.2025	0.2500
3	0	0.8574	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2746	0.2160	0.1664	0.1250
	1	0.1354	0.2430	0.3251	0.3840	0.4219	0.4410	0.4436	0.4320	0.4084	0.3750
	2	0.0071	0.0270	0.0574	0.0960	0.1406	0.1890	0.2389	0.2880	0.3341	0.3750
	3	0.0001	0.0010	0.0034	0.0080	0.0156	0.0270	0.0429	0.0640	0.0911	0.1250
4	0	0.8145	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625
	1	0.1715	0.2916	0.3685	0.4096	0.4219	0.4116	0.3845	0.3456	0.2995	0.2500
	2	0.0135	0.0486	0.0975	0.1536	0.2109	0.2646	0.3105	0.3456	0.3675	0.3750
	3	0.0005	0.0036	0.0115	0.0256	0.0469	0.0756	0.1115	0.1536	0.2005	0.2500
	4	0.0000	0.0001	0.0005	0.0016	0.0039	0.0081	0.0150	0.0256	0.0410	0.0625
5	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.3277	0.2373	0.1681	0.1160	0.0778	0.0503	0.0313
	1	0.2036	0.3281	0.3915	0.4096	0.3955	0.3602	0.3124	0.2592	0.2059	0.1563
	2	0.0214	0.0729	0.1382	0.2048	0.2637	0.3087	0.3364	0.3456	0.3369	0.3125
	3	0.0011	0.0081	0.0244	0.0512	0.0879	0.1323	0.1811	0.2304	0.2757	0.3125
	4	0.0000	0.0005	0.0022	0.0064	0.0146	0.0284	0.0488	0.0768	0.1128	0.1563
	5	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0010	0.0024	0.0053	0.0102	0.0185	0.0313

a) Ninguno de las clientes sea vegano.

Resolución:

La probabilidad se pide para clientes V por lo tanto V es el éxito, en consecuencia la probabilidad de éxito es **0,30**

éxito= V → **P= 0,30**

Probabilidad de que la cantidad de clientes veganos sea igual a cero:

P(x=**0**)= **0,1681**

La buscamos en la **Tabla I**:

TABLA I

P

Función de Probabilidad Binomial (Puntual) $P(x=x_i\ n\ P)$

n	x	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
1	0	0.9500	0.9000	0.8500	0.8000	0.7500	0.7000	0.6500	0.6000	0.5500	0.5000
	1	0.0500	0.1000	0.1500	0.2000	0.2500	0.3000	0.3500	0.4000	0.4500	0.5000
2	0	0.9025	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.4225	0.3600	0.3025	0.2500
	1	0.0950	0.1800	0.2550	0.3200	0.3750	0.4200	0.4550	0.4800	0.4950	0.5000
	2	0.0025	0.0100	0.0225	0.0400	0.0625	0.0900	0.1225	0.1600	0.2025	0.2500
3	0	0.8574	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2746	0.2160	0.1664	0.1250
	1	0.1354	0.2430	0.3251	0.3840	0.4219	0.4410	0.4436	0.4320	0.4084	0.3750
	2	0.0071	0.0270	0.0574	0.0960	0.1406	0.1890	0.2389	0.2880	0.3341	0.3750
	3	0.0001	0.0010	0.0034	0.0080	0.0156	0.0270	0.0429	0.0640	0.0911	0.1250
4	0	0.8145	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625
	1	0.1715	0.2916	0.3685	0.4096	0.4219	0.4116	0.3845	0.3456	0.2995	0.2500
	2	0.0135	0.0486	0.0975	0.1536	0.2109	0.2646	0.3105	0.3456	0.3675	0.3750
	3	0.0005	0.0036	0.0115	0.0256	0.0469	0.0756	0.1115	0.1536	0.2005	0.2500
	4	0.0000	0.0001	0.0005	0.0016	0.0039	0.0081	0.0150	0.0256	0.0410	0.0625
5	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.3277	0.2373	0,1681	0.1160	0.0778	0.0503	0.0313
	1	0.2036	0.3281	0.3915	0.4096	0.3955	0.3602	0.3124	0.2592	0.2059	0.1563
	2	0.0214	0.0729	0.1382	0.2048	0.2637	0.3087	0.3364	0.3456	0.3369	0.3125
	3	0.0011	0.0081	0.0244	0.0512	0.0879	0.1323	0.1811	0.2304	0.2757	0.3125
	4	0.0000	0.0005	0.0022	0.0064	0.0146	0.0284	0.0488	0.0768	0.1128	0.1563
	5	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0010	0.0024	0.0053	0.0102	0.0185	0.0313

b) Dos clientes sean veganos (V)

Resolución:

La probabilidad se pide para clientes V por lo tanto V es el éxito, en consecuencia la probabilidad de éxito es **0,30**

éxito= V → **P= 0,30**

Probabilidad de que la cantidad de clientes veganos sea igual a **2**:

P(x=**2**)= **0,3087**

La buscamos en la **Tabla I**:

TABLA I

Función de Probabilidad Binomial (Puntual) $P(x=x_i\ n\ P)$

n	x	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
1	0	0.9500	0.9000	0.8500	0.8000	0.7500	0.7000	0.6500	0.6000	0.5500	0.5000
	1	0.0500	0.1000	0.1500	0.2000	0.2500	0.3000	0.3500	0.4000	0.4500	0.5000
2	0	0.9025	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.4225	0.3600	0.3025	0.2500
	1	0.0950	0.1800	0.2550	0.3200	0.3750	0.4200	0.4550	0.4800	0.4950	0.5000
	2	0.0025	0.0100	0.0225	0.0400	0.0625	0.0900	0.1225	0.1600	0.2025	0.2500
3	0	0.8574	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2746	0.2160	0.1664	0.1250
	1	0.1354	0.2430	0.3251	0.3840	0.4219	0.4410	0.4436	0.4320	0.4084	0.3750
	2	0.0071	0.0270	0.0574	0.0960	0.1406	0.1890	0.2389	0.2880	0.3341	0.3750
	3	0.0001	0.0010	0.0034	0.0080	0.0156	0.0270	0.0429	0.0640	0.0911	0.1250
4	0	0.8145	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625
	1	0.1715	0.2916	0.3685	0.4096	0.4219	0.4116	0.3845	0.3456	0.2995	0.2500
	2	0.0135	0.0486	0.0975	0.1536	0.2109	0.2646	0.3105	0.3456	0.3675	0.3750
	3	0.0005	0.0036	0.0115	0.0256	0.0469	0.0756	0.1115	0.1536	0.2005	0.2500
	4	0.0000	0.0001	0.0005	0.0016	0.0039	0.0081	0.0150	0.0256	0.0410	0.0625
5	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.3277	0.2373	0.1681	0.1160	0.0778	0.0503	0.0313
	1	0.2036	0.3281	0.3915	0.4096	0.3955	0.3602	0.3124	0.2592	0.2059	0.1563
	2	0.0214	0.0729	0.1382	0.2048	0.2637	0,3087	0.3364	0.3456	0.3369	0.3125
	3	0.0011	0.0081	0.0244	0.0512	0.0879	0.1323	0.1811	0.2304	0.2757	0.3125
	4	0.0000	0.0005	0.0022	0.0064	0.0146	0.0284	0.0488	0.0768	0.1128	0.1563
	5	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0010	0.0024	0.0053	0.0102	0.0185	0.0313

c) A lo sumo un cliente sea vegano (V)

Resolución:

A lo sumo 1 sea V = **como máximo 1** sea V = **1 o menos** sea V

P(x ≤ 1)

Esta probabilidad puede calcularse sumando las probabilidades de los dos valores que incluye la expresión:

P(x ≤ 1) = P(x=**0**) + P(x=**1**)

Ambas probabilidades se buscan en la **Tabla I**:

TABLA I

P

Función de Probabilidad Binomial (Puntual) $P(x=x_i\ n\ P)$

n	x	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
1	0	0.9500	0.9000	0.8500	0.8000	0.7500	0.7000	0.6500	0.6000	0.5500	0.5000
	1	0.0500	0.1000	0.1500	0.2000	0.2500	0.3000	0.3500	0.4000	0.4500	0.5000
2	0	0.9025	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.4225	0.3600	0.3025	0.2500
	1	0.0950	0.1800	0.2550	0.3200	0.3750	0.4200	0.4550	0.4800	0.4950	0.5000
	2	0.0025	0.0100	0.0225	0.0400	0.0625	0.0900	0.1225	0.1600	0.2025	0.2500
3	0	0.8574	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2746	0.2160	0.1664	0.1250
	1	0.1354	0.2430	0.3251	0.3840	0.4219	0.4410	0.4436	0.4320	0.4084	0.3750
	2	0.0071	0.0270	0.0574	0.0960	0.1406	0.1890	0.2389	0.2880	0.3341	0.3750
	3	0.0001	0.0010	0.0034	0.0080	0.0156	0.0270	0.0429	0.0640	0.0911	0.1250
4	0	0.8145	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625
	1	0.1715	0.2916	0.3685	0.4096	0.4219	0.4116	0.3845	0.3456	0.2995	0.2500
	2	0.0135	0.0486	0.0975	0.1536	0.2109	0.2646	0.3105	0.3456	0.3675	0.3750
	3	0.0005	0.0036	0.0115	0.0256	0.0469	0.0756	0.1115	0.1536	0.2005	0.2500
	4	0.0000	0.0001	0.0005	0.0016	0.0039	0.0081	0.0150	0.0256	0.0410	0.0625
5	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.3277	0.2373	0.1681	0.1160	0.0778	0.0503	0.0313
	1	0.2036	0.3281	0.3915	0.4096	0.3955	0.3602	0.3124	0.2592	0.2059	0.1563
	2	0.0214	0.0729	0.1382	0.2048	0.2637	0.3087	0.3364	0.3456	0.3369	0.3125
	3	0.0011	0.0081	0.0244	0.0512	0.0879	0.1323	0.1811	0.2304	0.2757	0.3125
	4	0.0000	0.0005	0.0022	0.0064	0.0146	0.0284	0.0488	0.0768	0.1128	0.1563
	5	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0010	0.0024	0.0053	0.0102	0.0185	0.0313

P(x ≤ 1) = P(x=**0**) + P(x=**1**)

= **0,1681** + **0,3602**

= **0,5283**

O bien la probabilidad **P(x ≤ a)** puede encontrarse directamente en la **Tabla II**

P(x ≤ 1)= 0,5282

Existe una pequeña diferencia en el cuarto decimal debido a redondeo.

TABLA II

Función de Probabilidad Binomial (Acumulada) P(x≤xᵢ n P)

P

n	x	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
2	1	0.9975	0.9900	0.9775	0.9600	0.9375	0.9100	0.8775	0.8400	0.7975	0.7500
	2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
3	1	0.9928	0.9720	0.9393	0.8960	0.8438	0.7840	0.7183	0.6480	0.5748	0.5000
	2	0.9999	0.9990	0.9966	0.9920	0.9844	0.9730	0.9571	0.9360	0.9089	0.8750
	3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4	1	0.9860	0.9477	0.8905	0.8192	0.7383	0.6517	0.5630	0.4752	0.3910	0.3125
	2	0.9995	0.9963	0.9880	0.9728	0.9492	0.9163	0.8735	0.8208	0.7585	0.6875
	3	1.0000	0.9999	0.9995	0.9984	0.9961	0.9919	0.9850	0.9744	0.9590	0.9375
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
5	1	0.9774	0.9185	0.8352	0.7373	0.6328	0,5282	0.4284	0.3370	0.2562	0.1875
	2	0.9988	0.9914	0.9734	0.9421	0.8965	0.8369	0.7648	0.6826	0.5931	0.5000
	3	1.0000	0.9995	0.9978	0.9933	0.9844	0.9692	0.9460	0.9130	0.8688	0.8125
	4	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9976	0.9947	0.9898	0.9815	0.9688
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

P(x ≤ a)

La probabilidad **"menor o igual que" se busca en la Tabla II**

d) Menos de dos clientes sean veganos (V)

Resolución:

Éxito: cliente V por lo tanto **P continúa siendo 0,30**

Menos de dos no incluye al 2 → comprende hasta 1 → equivale a 1 o menos

Por lo tanto: **P(x < 2) = P(x ≤ 1)**

P(x<a)

Siempre la probabilidad "menor que" se transforma a **"menor o igual que"**

P(x ≤ 1) Se busca en la **Tabla II**

TABLA II

Función de Probabilidad Binomial (Acumulada) P(x≤x; n P)

n	x	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
2	1	0.9975	0.9900	0.9775	0.9600	0.9375	0.9100	0.8775	0.8400	0.7975	0.7500
	2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
3	1	0.9928	0.9720	0.9393	0.8960	0.8438	0.7840	0.7183	0.6480	0.5748	0.5000
	2	0.9999	0.9990	0.9966	0.9920	0.9844	0.9730	0.9571	0.9360	0.9089	0.8750
	3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4	1	0.9860	0.9477	0.8905	0.8192	0.7383	0.6517	0.5630	0.4752	0.3910	0.3125
	2	0.9995	0.9963	0.9880	0.9728	0.9492	0.9163	0.8735	0.8208	0.7585	0.6875
	3	1.0000	0.9999	0.9995	0.9984	0.9961	0.9919	0.9850	0.9744	0.9590	0.9375
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
5	1	0.9774	0.9185	0.8352	0.7373	0.6328	0,5282	0.4284	0.3370	0.2562	0.1875
	2	0.9988	0.9914	0.9734	0.9421	0.8965	0.8369	0.7648	0.6826	0.5931	0.5000
	3	1.0000	0.9995	0.9978	0.9933	0.9844	0.9692	0.9460	0.9130	0.8688	0.8125
	4	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9976	0.9947	0.9898	0.9815	0.9688
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

P(x < 2) = P(x ≤ 1)

= 0,5282

e) Como mínimo 3 clientes sean veganos.

Resolución:

3 ó más clientes sean V

Como mínimo 3 clientes sean V

Por lo menos 3 clientes sean V

P(x ≥ 3)

Puede plantearse sumando las probabilidades de los valores que incluye la expresión:

P(x ≥ 3) = **P(x=3) + P(x=4) + P(x=5)**

Cada una de estas probabilidades se buscan en la Tabla I:

P(x ≥ 3) = **P(x=3) + P(x=4) + P(x=5)**

= **0,1323 + 0,0284 + 0,0024**

= **0,1631**

TABLA I

Función de Probabilidad Binomial (Puntual) P(x=xᵢ n P)

n	x	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
1	0	0.9500	0.9000	0.8500	0.8000	0.7500	0.7000	0.6500	0.6000	0.5500	0.5000
	1	0.0500	0.1000	0.1500	0.2000	0.2500	0.3000	0.3500	0.4000	0.4500	0.5000
2	0	0.9025	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.4225	0.3600	0.3025	0.2500
	1	0.0950	0.1800	0.2550	0.3200	0.3750	0.4200	0.4550	0.4800	0.4950	0.5000
	2	0.0025	0.0100	0.0225	0.0400	0.0625	0.0900	0.1225	0.1600	0.2025	0.2500
3	0	0.8574	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2746	0.2160	0.1664	0.1250
	1	0.1354	0.2430	0.3251	0.3840	0.4219	0.4410	0.4436	0.4320	0.4084	0.3750
	2	0.0071	0.0270	0.0574	0.0960	0.1406	0.1890	0.2389	0.2880	0.3341	0.3750
	3	0.0001	0.0010	0.0034	0.0080	0.0156	0.0270	0.0429	0.0640	0.0911	0.1250
4	0	0.8145	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625
	1	0.1715	0.2916	0.3685	0.4096	0.4219	0.4116	0.3845	0.3456	0.2995	0.2500
	2	0.0135	0.0486	0.0975	0.1536	0.2109	0.2646	0.3105	0.3456	0.3675	0.3750
	3	0.0005	0.0036	0.0115	0.0256	0.0469	0.0756	0.1115	0.1536	0.2005	0.2500
	4	0.0000	0.0001	0.0005	0.0016	0.0039	0.0081	0.0150	0.0256	0.0410	0.0625
5	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.3277	0.2373	0.1681	0.1160	0.0778	0.0503	0.0313
	1	0.2036	0.3281	0.3915	0.4096	0.3955	0.3602	0.3124	0.2592	0.2059	0.1563
	2	0.0214	0.0729	0.1382	0.2048	0.2637	0.3087	0.3364	0.3456	0.3369	0.3125
	3	0.0011	0.0081	0.0244	0.0512	0.0879	0.1323	0.1811	0.2304	0.2757	0.3125
	4	0.0000	0.0005	0.0022	0.0064	0.0146	0.0284	0.0488	0.0768	0.1128	0.1563
	5	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0010	0.0024	0.0053	0.0102	0.0185	0.0313

O bien **P(x ≥ 3)** puede plantearse como 1 menos la **probabilidad complementaria**.

La expresión x ≥ 3 comprende los valores iguales o mayores que 3 (desde 3 hasta 5) entonces el complemento incluye los restantes valores, es decir los valores iguales o menores que 2: x ≤ 2 (desde 0 hasta 2) por lo tanto el complemento incluye hasta el valor anterior es decir hasta 2

Sumando las probabilidades correspondientes a ambas expresiones el resultado es 1 porque entre ambas expresiones se incluyen todos los posibles valores de x:

P(x ≤ 2) + P(x ≥ 3) = 1

P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) + P(x=4) + P(x=5)= 1

P(x ≤ 2) + P(x ≥ 3) = 1

P(x ≥ 3) = 1 - P(x ≤ 2)

= 1 - P(x ≤ 2)

Despejando podemos obtener **P(x ≥ 3):**

P(x ≥ 3) = 1 - P(x ≤ 2)

La **probabilidad complementaria** incluye hasta el valor anterior que en este caso es **3** -1= **2**.

En forma general la probabilidad queda planteada de la siguiente manera:

P(x ≥ a) = 1 – P[x ≤ (a-1)]

La probabilidad complementaria se busca en la Tabla II

P(x ≤ 2) que es la probabilidad complementaria se busca en la Tabla II:

TABLA II

Función de Probabilidad Binomial (Acumulada) P(x≤xi n P)

P

n	x	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
2	1	0.9975	0.9900	0.9775	0.9600	0.9375	0.9100	0.8775	0.8400	0.7975	0.7500
	2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
3	1	0.9928	0.9720	0.9393	0.8960	0.8438	0.7840	0.7183	0.6480	0.5748	0.5000
	2	0.9999	0.9990	0.9966	0.9920	0.9844	0.9730	0.9571	0.9360	0.9089	0.8750
	3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4	1	0.9860	0.9477	0.8905	0.8192	0.7383	0.6517	0.5630	0.4752	0.3910	0.3125
	2	0.9995	0.9963	0.9880	0.9728	0.9492	0.9163	0.8735	0.8208	0.7585	0.6875
	3	1.0000	0.9999	0.9995	0.9984	0.9961	0.9919	0.9850	0.9744	0.9590	0.9375
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
5	1	0.9774	0.9185	0.8352	0.7373	0.6328	0.5282	0.4284	0.3370	0.2562	0.1875
	2	0.9988	0.9914	0.9734	0.9421	0.8965	0,8369	0.7648	0.6826	0.5931	0.5000
	3	1.0000	0.9995	0.9978	0.9933	0.9844	0.9692	0.9460	0.9130	0.8688	0.8125
	4	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9976	0.9947	0.9898	0.9815	0.9688
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

P(x ≥ 3) = 1 - P(x ≤ 2)

P(x ≥ 3) = 1 – 0,8369

= 0,1681

De esta manera se llega al mismo resultado que se obtuvo sumando las probabilidades de los tres valores involucrados en **P(x ≥ 3)**

P(x ≥ 3) = **P(x=3) + P(x=4) + P(x=5)**

= **0,1323 + 0,0284 + 0,0024**

= **0,1631**

f) Más de dos clientes sean veganos (V)

Resolución:

Éxito: cliente V por lo tanto **P continúa siendo 0,30**

Más de dos no incluye al 2 → comprende desde **3** → equivale a **3** o más

Por lo tanto: **P(x > 2)= P(x ≥ 3)**

P(x > a)

Siempre la probabilidad “mayor que” se transforma a **“mayor o igual que”**

A su vez P(x ≥ 3) se resuelve como 1 menos la probabilidad complementaria:

P(x ≥ 3) = 1 - P(x ≤ 2)

P(x ≤ 2) Se busca en la **Tabla II**:

TABLA II

Función de Probabilidad Binomial (Acumulada) P(x≤xi n P)

P

n	x	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
2	1	0.9975	0.9900	0.9775	0.9600	0.9375	0.9100	0.8775	0.8400	0.7975	0.7500
	2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
3	1	0.9928	0.9720	0.9393	0.8960	0.8438	0.7840	0.7183	0.6480	0.5748	0.5000
	2	0.9999	0.9990	0.9966	0.9920	0.9844	0.9730	0.9571	0.9360	0.9089	0.8750
	3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4	1	0.9860	0.9477	0.8905	0.8192	0.7383	0.6517	0.5630	0.4752	0.3910	0.3125
	2	0.9995	0.9963	0.9880	0.9728	0.9492	0.9163	0.8735	0.8208	0.7585	0.6875
	3	1.0000	0.9999	0.9995	0.9984	0.9961	0.9919	0.9850	0.9744	0.9590	0.9375
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
5	1	0.9774	0.9185	0.8352	0.7373	0.6328	0.5282	0.4284	0.3370	0.2562	0.1875
	2	0.9988	0.9914	0.9734	0.9421	0.8965	0,8369	0.7648	0.6826	0.5931	0.5000
	3	1.0000	0.9995	0.9978	0.9933	0.9844	0.9692	0.9460	0.9130	0.8688	0.8125
	4	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9976	0.9947	0.9898	0.9815	0.9688
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

P (x > 2) = P (x ≥ 3)

= 1 – P (x ≤ 2)

= 1 – 0,8369

= 0,1681

g) El 20% de los clientes sean veganos (El 20% del total de los 5 clientes seleccionados)

El 20% equivale a una proporción igual a **0,20**

La variable $\hat{p}$ representa la **proporción de éxitos**, entonces la probabilidad queda planteada de la siguiente manera:

P($\hat{p}$ = **0,20**) Probabilidad de que la proporción de éxitos sea igual a **0,20**

La **proporción de éxitos** es el cociente entre **cantidad de éxitos** sobre el **tamaño de la muestra (n= 5)**:

$$\hat{p} = \frac{x}{n}$$

En las tablas se encuentran las probabilidades para la variable **x**, por lo tanto debe plantearse la probabilidad en función de la correspondiente **cantidad de éxitos,** para ello se despeja **x:**

$$0,20 = \frac{x}{5} \longrightarrow x = 0,20 * 5 \longrightarrow x = 1$$

La probabilidad de que la **proporción de clientes V** sea igual a **0,20** equivale la probabilidad de la **cantidad de clientes V** sea igual a **1**

P($\hat{p}$ = **0,20**) = P (**x = 1**)

Se busca la probabilidad en la Tabla I:

TABLA I

Función de Probabilidad Binomial (Puntual) P $P(x=x_i \; n \; P)$

n	x	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
1	0	0.9500	0.9000	0.8500	0.8000	0.7500	0.7000	0.6500	0.6000	0.5500	0.5000
	1	0.0500	0.1000	0.1500	0.2000	0.2500	0.3000	0.3500	0.4000	0.4500	0.5000
2	0	0.9025	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.4225	0.3600	0.3025	0.2500
	1	0.0950	0.1800	0.2550	0.3200	0.3750	0.4200	0.4550	0.4800	0.4950	0.5000
	2	0.0025	0.0100	0.0225	0.0400	0.0625	0.0900	0.1225	0.1600	0.2025	0.2500
3	0	0.8574	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2746	0.2160	0.1664	0.1250
	1	0.1354	0.2430	0.3251	0.3840	0.4219	0.4410	0.4436	0.4320	0.4084	0.3750
	2	0.0071	0.0270	0.0574	0.0960	0.1406	0.1890	0.2389	0.2880	0.3341	0.3750
	3	0.0001	0.0010	0.0034	0.0080	0.0156	0.0270	0.0429	0.0640	0.0911	0.1250
4	0	0.8145	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625
	1	0.1715	0.2916	0.3685	0.4096	0.4219	0.4116	0.3845	0.3456	0.2995	0.2500
	2	0.0135	0.0486	0.0975	0.1536	0.2109	0.2646	0.3105	0.3456	0.3675	0.3750
	3	0.0005	0.0036	0.0115	0.0256	0.0469	0.0756	0.1115	0.1536	0.2005	0.2500
	4	0.0000	0.0001	0.0005	0.0016	0.0039	0.0081	0.0150	0.0256	0.0410	0.0625
5	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.3277	0.2373	0.1681	0.1160	0.0778	0.0503	0.0313
	1	0.2036	0.3281	0.3915	0.4096	0.3955	0.3602	0.3124	0.2592	0.2059	0.1563
	2	0.0214	0.0729	0.1382	0.2048	0.2637	0.3087	0.3364	0.3456	0.3369	0.3125
	3	0.0011	0.0081	0.0244	0.0512	0.0879	0.1323	0.1811	0.2304	0.2757	0.3125
	4	0.0000	0.0005	0.0022	0.0064	0.0146	0.0284	0.0488	0.0768	0.1128	0.1563
	5	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0010	0.0024	0.0053	0.0102	0.0185	0.0313

P($\hat{p}$ = 0,20) = P (x = 1)

= $\boxed{0,3602}$

h) Por lo menos el 40% de los clientes sean veganos (El 40% del total de los 5 clientes seleccionados)

Resolución:

El 40% equivale a una proporción igual a **0,40**

La variable $\hat{p}$ representa la **proporción de éxitos**, entonces la probabilidad queda planteada de la siguiente manera:

P($\hat{p}$ ≥ **0,40**) Probabilidad de que la proporción de éxitos mayor o igual que **0,40**

La **proporción de éxitos** es el cociente entre **cantidad de éxitos** sobre el **tamaño de la muestra (n= 5)**:

$$\hat{p} = \frac{x}{n}$$

En las tablas se encuentran las probabilidades para la variable **x**, por lo tanto la probabilidad debe plantearse en función de la correspondiente **cantidad de éxitos**, para ello se despeja **x:**

$$0,40 = \frac{x}{5} \longrightarrow x = 0,40 * 5 \longrightarrow x = 2$$

La probabilidad de que la **proporción de clientes V** sea igual a **0,20** equivale a la probabilidad de la **cantidad de clientes V** sea igual a **1**

$P(\hat{p} \geq 0,40) = P(x \geq 2)$

Utilizando la tabla:

$P(x \geq 2) = 1 - P(x \leq 1)$

$= 1 - 0,5282$ **(Tabla II)**

$= 0,4718$

i) Entre 2 y 4 clientes sean veganos

Resolución:

La expresión "entre" incluye a ambos valores) entonces la probabilidad queda planteada de la siguiente manera:

$P(2 \leq x \leq 4)$

Puede obtenerse sumando las probabilidades de los tres valores que incluye la expresión:

$P(2 \leq x \leq 4) = P(x=2) + P(x=3) + P(x=4)$

Cada una de las tres probabilidades se buscan en la Tabla I

TABLA I

Función de Probabilidad Binomial (Puntual) P(x=xᵢ n P)

n	x	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
1	0	0.9500	0.9000	0.8500	0.8000	0.7500	0.7000	0.6500	0.6000	0.5500	0.5000
	1	0.0500	0.1000	0.1500	0.2000	0.2500	0.3000	0.3500	0.4000	0.4500	0.5000
2	0	0.9025	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.4225	0.3600	0.3025	0.2500
	1	0.0950	0.1800	0.2550	0.3200	0.3750	0.4200	0.4550	0.4800	0.4950	0.5000
	2	0.0025	0.0100	0.0225	0.0400	0.0625	0.0900	0.1225	0.1600	0.2025	0.2500
3	0	0.8574	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2746	0.2160	0.1664	0.1250
	1	0.1354	0.2430	0.3251	0.3840	0.4219	0.4410	0.4436	0.4320	0.4084	0.3750
	2	0.0071	0.0270	0.0574	0.0960	0.1406	0.1890	0.2389	0.2880	0.3341	0.3750
	3	0.0001	0.0010	0.0034	0.0080	0.0156	0.0270	0.0429	0.0640	0.0911	0.1250
4	0	0.8145	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625
	1	0.1715	0.2916	0.3685	0.4096	0.4219	0.4116	0.3845	0.3456	0.2995	0.2500
	2	0.0135	0.0486	0.0975	0.1536	0.2109	0.2646	0.3105	0.3456	0.3675	0.3750
	3	0.0005	0.0036	0.0115	0.0256	0.0469	0.0756	0.1115	0.1536	0.2005	0.2500
	4	0.0000	0.0001	0.0005	0.0016	0.0039	0.0081	0.0150	0.0256	0.0410	0.0625
5	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.3277	0.2373	0.1681	0.1160	0.0778	0.0503	0.0313
	1	0.2036	0.3281	0.3915	0.4096	0.3955	0.3602	0.3124	0.2592	0.2059	0.1563
	2	0.0214	0.0729	0.1382	0.2048	0.2637	0.3087	0.3364	0.3456	0.3369	0.3125
	3	0.0011	0.0081	0.0244	0.0512	0.0879	0.1323	0.1811	0.2304	0.2757	0.3125
	4	0.0000	0.0005	0.0022	0.0064	0.0146	0.0284	0.0488	0.0768	0.1128	0.1563
	5	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0010	0.0024	0.0053	0.0102	0.0185	0.0313

$P(2 \leq x \leq 4) = 0,3087 + 0,1323 + 0,0284$

$= 0,4694$

También puede resolverse mediante la siguiente diferencia:

$P(2 \leq x \leq 4) = P(x \leq 4) - P(x \leq 1)$

x: 0 1 2 3 4

x ≤ 1

Cada una de las dos probabilidades se buscan en la Tabla II

P(2 ≤ x ≤ 4) = 0,9976 – 0,5282

= 0,4694

TABLA II

Función de Probabilidad Binomial (Acumulada) — Q — P(x≤xᵢ n P)

n	x	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
2	1	0.9975	0.9900	0.9775	0.9600	0.9375	0.9100	0.8775	0.8400	0.7975	0.7500
	2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
3	1	0.9928	0.9720	0.9393	0.8960	0.8438	0.7840	0.7183	0.6480	0.5748	0.5000
	2	0.9999	0.9990	0.9966	0.9920	0.9844	0.9730	0.9571	0.9360	0.9089	0.8750
	3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4	1	0.9860	0.9477	0.8905	0.8192	0.7383	0.6517	0.5630	0.4752	0.3910	0.3125
	2	0.9995	0.9963	0.9880	0.9728	0.9492	0.9163	0.8735	0.8208	0.7585	0.6875
	3	1.0000	0.9999	0.9995	0.9984	0.9961	0.9919	0.9850	0.9744	0.9590	0.9375
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
5	1	0.9774	0.9185	0.8352	0.7373	0.6328	0.5282	0.4284	0.3370	0.2562	0.1875
	2	0.9988	0.9914	0.9734	0.9421	0.8965	0.8369	0.7648	0.6826	0.5931	0.5000
	3	1.0000	0.9995	0.9978	0.9933	0.9844	0.9692	0.9460	0.9130	0.8688	0.8125
	4	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9976	0.9947	0.9898	0.9815	0.9688
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

P(2 ≤ x ≤ 4) = P(x ≤ 4) - P(x ≤ 1)

P(LI ≤ x ≤ LS) = P(x ≤ LS) - P [x ≤ (LI -1)]

LI: límite inferior

LI: límite superior

En la siguiente tabla se presentan de manera resumida las condiciones que deben cumplirse para utilizar el Modelo Binomial y el Modelo Hipergeométrico:

Tipo de muestreo	$\frac{n}{N}$	P: probabilidad de éxito	Pruebas	Modelo
MCR	**no se tiene en cuenta esta condición**	**constante por cada elemento extraído**	**independientes**	**Binomial**
MSR	**menor o igual que 0,05** $\frac{\mathbf{n}}{\mathbf{N}} < 0{,}05$	**constante por cada elemento extraído**	**independientes**	**Binomial**

MSR	$\frac{n}{N} \geq 0,05$	cambia por cada elemento extraído	dependientes	Hipergeométrico

Cuando no se especifica el tipo de muestreo, por defecto se considera MCR.

Modelo Hipergeométrico

Cuando $\frac{n}{N} \geq 0,05$ y la muestra se obtiene seleccionando los elementos **sin reposición**. Si se cumplen ambas condiciones, entonces **P** que es la probabilidad de éxito, **cambia** por cada elemento extraído, en consecuencia las **pruebas son dependientes** y por lo tanto debe aplicarse el Modelo Hipergeométrico.

Los tres parámetros del Modelo Hipergeométrico son:

N= tamaño de la población

K=X cantidad de éxitos en la población (en la tabla se representa con X)

n= tamaño de la muestra (cantidad de elementos seleccionados)

éxito: característica para la cual se pide la probabilidad

Fórmula correspondiente al Modelo Hipergeométrico:

$$P(x)=\frac{C_K^x * C_{N-K}^{n-x}}{C_N^n}$$

N – K: cantidad de fracasos en la población

n: tamaño de la muestra (cantidad de elementos extraidos)

x= cantidad de éxitos en la muestra

n - x = cantidad de fracasos en la muestra

En el Modelo Binomial los posibles valores de x (cantidad de éxitos que podemos obtener al extraer n elementos) siempre van de 0 a n

En el Modelo Hipergeométrico los posibles valores de x (cantidad de éxitos que podemos obtener al extraer n elementos) **no** siempre van de 0 a n

Se analizará el siguiente caso:

En una urna hay 10 bolillas de las cuales 3 son verdes (V)

Población: 10 bolillas (N= 10)

Característica bajo estudio: bolillas verdes, por lo tanto V es el éxito.

En la población hay 3 bolillas verdes por lo tanto hay 3 éxitos en la población, en consecuencia K= 3

x: cantidad de bolillas verdes que podemos obtener al extraer n bolillas sin reposición

$\frac{n}{N}$ **= 2/10**

=0,20

$\frac{n}{N}$ **≥ 0,05 y MSR   Por lo tanto se utilizará Modelo Hipergeométrico**

Si extraemos 2 bolillas (**n=2**) entonces los posibles valores de x son:

x	**P(x)=** $\frac{C_3^x * C_7^{2-x}}{C_{10}^2}$
0 **1** **n=2**	**P(x= 0)=** $\frac{C_3^0 * C_7^{2-0}}{C_{10}^2} = \frac{1*21}{45}$ **= 0,4666666666** **P(x= 1)=** $\frac{C_3^1 * C_7^{2-1}}{C_{10}^2} = \frac{3*7}{45}$ **= 0,4666666666** **P(x= 2)=** $\frac{C_3^2 * C_7^{2-2}}{C_{10}^2} = \frac{3*1}{45}$ **= 0,066666666**

(n=2) < (K=3)

En la calculadora: 3 tecla nCr 0

Si extraemos 3 bolillas (**n=3**) entonces los posibles valores de x son:

x	P(x)= $\frac{C_3^x * C_7^{2-x}}{C_{10}^2}$
0 1 2 n=3	

(n=3) = (K=3)

Si extraemos 4 bolillas (n=4) entonces los posibles valores de x son:

x	P(x)= $\frac{C_3^x * C_7^{2-x}}{C_{10}^2}$
0 1 2 K= 3 4	 P(x=4) =0

(n=4) > (K=3)

x: cantidad de bolillas V

P(x=4) = 0

(a=4)   a>K y n>K P(x=a) =0

Para identificar los posibles valores de **x** en el Modelo Hipergeométrico, debe observarse la relación que existe entre los parámetros **n** y **K**

Si **n ≤ K** entonces los posibles valores de **x** varían de 0 a **n:**

x	$P(x)=\frac{C_K^x * C_{N-K}^{n-x}}{C_N^n}$
0 : : : n	

Si **n > K** entonces los posibles valores de **x** varían de 0 a **K:**

x	$P(x)=\frac{C_K^x * C_{N-K}^{n-x}}{C_N^n}$
0 : : : K	

En el Modelo Hipergeométrico puede utilizarse la Tabla **solo cuando N=10** o **N=15**

TABLA V: DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

N: tamaño de la población n: tamaño de la muestra K = X: cantidad de éxitos en la población

N	n	K=X	xi	P (x ≤ xi)	P(x = xi)
15	1	1	0	0,933333	0,933333
15	1	1	1	1,000000	0,066667
15	2	1	0	0,866667	0,866667
15	2	1	1	1,000000	0,133333
15	2	2	0	0,742857	0,742857
15	2	2	1	0,990476	0,247619
15	2	2	2	1,000000	0,009524

N	n	K = X	xi	P (x ≤ xi)	P(x = xi)
15	5	3	0	0,263736	0,263736
15	5	3	1	0,758242	0,494505
15	5	3	2	0,978022	0,219780
15	5	3	3	1,000000	0,021978
15	5	4	0	0,153846	0,153846
15	5	4	1	0,593407	0,439560
15	5	4	2	0,923077	0,329670
15	5	4	3	0,996337	0,073260

. . . .
. . . .
. . . .

En cierta área de una empresa hay cinco técnicos y a nueve licenciados. Si se eligen al azar a cinco personas sin reposición para brindarles un curso de actualización. ¿Cuál es la probabilidad de que el grupo seleccionado incluya a dos técnicos?

Éxito: técnico (porque es la característica para la cual se pide la probabilidad)

5 T + 9 L = 14

N=14 (no es ni 10 ni 15 entonces no es posible utilizar la Tabla)

MSR

n=5

$$\frac{n}{N} = \frac{5}{14}$$

$\frac{n}{N}$ = **0,35 > 0,05**

$\frac{n}{N}$ **≥ 0,05 y MSR   por lo tanto debe utilizarse el Modelo Hipergeométrico**

Desarrollo:

Justificación de la elección del Modelo Probabilístico:

Utilizamos Modelo Hipergeométrico porque $\frac{n}{N} \geq 0{,}05$ la muestra se obtiene seleccionando los elementos sin reposición. Cuando se cumplen ambas condiciones, P que es la probabilidad de éxito cambia por cada elemento extraído, en consecuencia las pruebas son dependientes y por lo tanto debe aplicarse el Modelo Hipergeométrico.

Se aplica Modelo Hipergeométrico y se utiliza la función de cuantía para calcular la probabilidad debido a que N no se encuentra en tabla.

$$P(x)= \frac{C_K^x * C_{N-K}^{n-x}}{C_N^n}$$

Probabilidad de que 2 de los 5 sean técnicos   éxito: técnico (T)

Población: 5 T   9 L

x: cantidad de técnicos que podemos obtener en la muestra

Éxito: T (técnico)   K= 5

Parámetros: N=14   K=5   n= 5

N: tamaño de la población   N=14

K: cantidad de éxitos en la población K=5

N-K: cantidad de fracasos en la población N-K = 14- 5   14- 5= 9

n: tamaño de la muestra (cantidad de elementos extraidos) n= 5

x= cantidad de éxitos en la muestra x= 2

n-x = cantidad de fracasos en la muestra   n-x = 5- 2   n-x = 3

$$P(x) = \frac{C_K^x * C_{N-K}^{n-x}}{C_N^n}$$

$$P(x = 2) = \frac{C_5^2 * C_{14-5}^{5-2}}{C_{14}^5}$$

$$P(x = 2) = \frac{C_5^2 * C_9^3}{C_{14}^5}$$

$$P(x = 2) = \frac{10 * 84}{2002}$$

P(x= 2) = 0,419580419

Una empresa tiene 15 empleados de los cuales 2 tienen disponibilidad para viajar. Son seleccionados aleatoriamente cinco empleados diferentes para asignarles un proyecto

a) ¿Cuál es la probabilidad el proyecto incluya un empleado que tenga disponibilidad para viajar?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que todos tengan disponibilidad para viajar?

Resolución:

Datos:

Población: 15 empleados → N=15
Muestra (MSR): 5 empleados → **n= 5**

$\frac{n}{N} = \frac{5}{15}$
$(\frac{5}{15}=0,33) > 0,05$

MSR y $\frac{n}{N} \geq 0,05$ por lo tanto se utilizará el Modelo Hipergeométrico.

Justificación de la elección del Modelo Probabilístico:

Utilizamos Modelo Hipergeométrico porque $\frac{n}{N} \geq 0,05$ y la muestra se obtiene seleccionando los elementos sin reposición. Cuando se cumplen ambas condiciones, P que es la probabilidad de éxito, cambia por cada elemento extraido, en consecuencia las pruebas son dependientes y por lo tanto debe aplicarse el Modelo Hipergeométrico.

Se identifica el valor de los tres parámetros correspondientes al Modelo Hipergeométrico:

N=15

n=5

K=X cantidad de éxitos en la población se identifica en cada punto del ejercicio

a) Probabilidad de que para una muestra dada haya un empleado que tenga disponibilidad para viajar

La probabilidad se pide para empleado que tenga disponibilidad para viajar por lo tanto esa característica constituye el éxito. En la población hay 2 empleados que tienen disponibilidad para viajar en consecuencia:

K=X=2 cantidad de éxitos en la población

Se pide la probabilidad:

P(x=1; N=15; n=5; K=X=2)= 0,476190

Buscamos la probabilidad en la **última columna** de la Tabla V:

TABLA V: DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

N: tamaño de la población n: tamaño de la muestra K = X: cantidad de éxitos en la población

N	n	K=X	xi	P (x ≤ xi)	P(x = xi)
15	1	1	0	0,933333	0,933333
15	1	1	1	1,000000	0,066667
15	2	1	0	0,866667	0,866667
15	2	1	1	1,000000	0,133333
15	2	2	0	0,742857	0,742857
15	2	2	1	0,990476	0,247619
15	2	2	2	1,000000	0,009524
.	.	.	.	.	.
15	5	1	0	0,666667	0,666667
15	5	1	1	1,000000	0,333333
15	5	2	0	0,428571	0,428571
15	5	2	1	0,904762	**0,476190**
15	5	2	2	1,000000	0,095238

N	n	K = X	xi	P (x ≤ xi)	P(x = xi)
15	5	3	0	0,263736	0,263736
15	5	3	1	0,758242	0,494505
15	5	3	2	0,978022	0,219780
15	5	3	3	1,000000	0,021978
15	5	4	0	0,153846	0,153846
15	5	4	1	0,593407	0,439560
15	5	4	2	0,923077	0,329670
15	5	4	3	0,996337	0,073260
.	.	.	.	.	.
15	6	5	4	0,998002	0,044955
15	6	5	5	1,000000	0,001998
15	6	6	2	0,545455	0,377622

b) La probabilidad de que todos los empleados tengan disponibilidad para viajar.

P(x=**5**)

Se pide la probabilidad de que los **5** los empleados tengan disponibilidad para viajar **(n= 5) > (K=2) en la población hay 2 empleados que tienen disponibilidad para viajar**

Si **n > K** entonces los posibles valores de **x** varían de 0 a **2:**

N	n	K=X	xi	P (x ≤ xi)	P(x = xi)
15	1	1	0	0,933333	0,933333
15	1	1	1	1,000000	0,066667
15	2	1	0	0,866667	0,866667
15	2	1	1	1,000000	0,133333
15	2	2	0	0,742857	0,742857
15	2	2	1	0,990476	0,247619
15	2	2	2	1,000000	0,009524

. .
. .
. .

15	5	1	0	0,666667	0,666667
15	5	1	1	1,000000	0,333333
15	5	2	0	0,428571	0,428571
15	5	2	1	0,904762	0,476190
15	5	2	2	1,000000	0,095238

x	P(x=xi)
0	P(x= 0; N=15; n=5; K=X=2)= 0,428571
1	P(x= 1; N=15; n=5; K=X=2)= 0,476190
K=2	P(x= 2; N=15; n=5; K=X=2)= 0,095238
3	P(x= 3)= 0
4	P(x= 4)= 0
n=5	P(x= 5)= 0

(n=5) > (K=2)

Los posibles valores de x varían de 0 a (K=2) lo tanto es imposible que los 5 empleados tengan disponibilidad para viajar

En la población hay 2 empleados que tienen disponibilidad para viajar por lo tanto es imposible que en la muestra haya 5 empleados que tengan disponibilidad para viajar.

P (x=**5**; **N=15**; **n=5**; **K=2**)= 0

Es el caso muy particular en el cual debemos calcular P(x=**a**)

siendo (**a** > **K**) y (**K** < **n**)

Siempre P(x=a) = 0 cuando (a > K) y (K< n)

Modelo Poisson

x: cantidad de sucesos en determinado período de tiempo o espacio

Ejemplo:

x: cantidad de vehículos que pasan por una cabina de peaje en 30 minutos

x: cantidad de personas que ingresan a un centro comercial en 2 horas

x: cantidad de plantas que germinan en una hectárea.

La función de cuantía es la siguiente:

$$P(x = xi) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

En consecuencia, el parámetro de Modelo Poisson es: λ

λ (lambda) es la cantidad **promedio** de sucesos en un determinado lapso de tiempo o de espacio.

A un centro de atención al cliente ingresan en promedio 3 consultas en media hora. Calcular la probabilidad de que ingresen:

a) Seis consultas en una hora

b) Como máximo 3 consultas en diez minutos

c) Más de 3 consultas en 20 minutos

λ= cantidad promedio de consultas que ingresan al centro de atención al cliente en media hora.

λ=3 para un período de media hora.

x: cantidad de consultas que ingresan al centro de atención al cliente en un determinado período.

a) Seis consultas en una hora

Resolución:

P (x= **6**)   **Se encuentra en la Tabla III**

La probabilidad se pide para un período de 1 hora por lo tanto: λ= 6

Debe calcularse λ para el período en el cual se pide la probabilidad por regla de tres simple.

En el caso planteado debemos calcular λ para un período de una hora

1/2 hora → 30 minutos → 3 consultas

1 hora → 60 minutos → $\lambda = (60*3)/30$

60 minutos → λ **= 6**

En la Tabla III, en la columna de λ y la fila de **x** se encuentra la probabilidad:

	m = λ									
x	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	5.7	5.8	5.9	6
0	0.0061	0.0055	0.0050	0.0045	0.0041	0.0037	0.0033	0.0030	0.0027	0.0025
1	0.0311	0.0287	0.0265	0.0244	0.0225	0.0207	0.0191	0.0176	0.0162	0.0149
2	0.0793	0.0746	0.0701	0.0659	0.0618	0.0580	0.0544	0.0509	0.0477	0.0446
3	0.1348	0.1293	0.1239	0.1185	0.1133	0.1082	0.1033	0.0985	0.0938	0.0892
4	0.1719	0.1681	0.1641	0.1600	0.1558	0.1515	0.1472	0.1428	0.1383	0.1339
5	0.1753	0.1748	0.1740	0.1728	0.1714	0.1697	0.1678	0.1656	0.1632	0.1606
6	0.1490	0.1515	0.1537	0.1555	0.1571	0.1584	0.1594	0.1601	0.1605	0.1606

P (x= **6**) = **0,1606**

b) Como máximo 3 consultas en diez minutos (A lo sumo 3 consultas en diez minutos)

Resolución:

Debe calcularse λ para el período en el cual se pide la probabilidad por regla de tres simple.

1/2 hora → 30 minutos → 3 consultas

10 minutos → $\lambda = (10*3)/30$

10 minutos → λ **= 1**

Se plantea la probabilidad: **P (x ≤ 3)**

En los modelos para variables discretas la probabilidad **"menor o igual que"** se busca directamente en la tabla:

P (x ≤ 3)

TABLA IV

Función de Probabilidad Poisson (Acumulada) $P(x \le x_i \; m=\lambda=nP)$

	m=λ									
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679
1	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0.9098	0.8781	0.8442	0.8088	0.7725	0.7358
2	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0.9856	0.9769	0.9659	0.9526	0.9371	0.9197
3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9982	0.9966	0.9942	0.9909	0.9865	0.9810
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9986	0.9977	0.9963
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

P (x ≤ 3)= 0,9810

c) Más de 3 consultas en 20 minutos

Resolución:

Debe calcularse λ para el período en el cual se pide la probabilidad por regla de tres simple:

1/2 hora → 30 minutos → 3 consultas
20 minutos → λ= (20*3) /30
20 minutos → **λ = 2**

Se plantea la probabilidad:

En los modelos para variables discretas, la probabilidad "mayor que" se transforma en probabilidad **"mayor o igual que"**

P (x > 3) = **P (x ≥ 4)**

TABLA IV

Función de Probabilidad Poisson (Acumulada) $P(x \le x_i \; m=\lambda=nP)$

m= λ

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679
1	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0.9098	0.8781	0.8442	0.8088	0.7725	0.7358
2	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0.9856	0.9769	0.9659	0.9526	0.9371	0.9197
3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9982	0.9966	0.9942	0.9909	0.9865	0.9810
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9986	0.9977	0.9963
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

m

x	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
0	0.3329	0.3012	0.2725	0.2466	0.2231	0.2019	0.1827	0.1653	0.1496	0.1353
1	0.6990	0.6626	0.6268	0.5918	0.5578	0.5249	0.4932	0.4628	0.4337	0.4060
2	0.9004	0.8795	0.8571	0.8335	0.8088	0.7834	0.7572	0.7306	0.7037	0.6767
3	0.9743	0.9662	0.9569	0.9463	0.9344	0.9212	0.9068	0.8913	0.8747	0.8571
4	0.9946	0.9923	0.9893	0.9857	0.9814	0.9763	0.9704	0.9636	0.9559	0.9473

P (x > 3) = **P (x ≥ 4)**

= 1 – **P (x ≤ 3)**

= 1- **0,8571**

= **0,1429**

El número promedio de personas que padecen cierta enfermedad rara es de 0,3 por cada 50000 pacientes. Son seleccionadas 200000 personas.

Se pide:

a) Probabilidad de que no haya pacientes que padezcan la enfermedad.

b) Probabilidad de haya menos de tres pacientes que padezcan la enfermedad.

Datos: λ=0,3 cada 50000 pacientes

Debemos calcular λ para la cantidad de pacientes para la cual se pide la probabilidad (es decir para 200000 pacientes) utilizando regla de tres simple:

50000 → 0,3

200000 → (200000*0,3) /50000=1,2

Por lo tanto, **λ = 1,2** para 200000 pacientes

a) **P(x=0)** = **0,3012**

Buscamos la probabilidad en la **Tabla III** o también puede obtenerse a través de Infostat.

b) P(x<3) = **P (x ≤ 2)**

Buscamos la probabilidad en la Tabla IV:

TABLA IV

Función de Probabilidad Poisson (Acumulada)

	m=λ					
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488
1	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0.9098	0.8781
2	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0.9856	0.9769
3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9982	0.9966
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	m					
x	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
0	0.3329	0.3012	0.2725	0.2466	0.2231	0.2019
1	0.6990	0.6626	0.6268	0.5918	0.5578	0.5249
2	0.9004	0.8795	0.8571	0.8335	0.8088	0.7834

P(x<3) = **P (x ≤ 2)**

= **0,8795**

El 1% de las piezas que produce cierta máquina deben ser descartadas. Es seleccionada una muestra de 200 piezas. ¿Cuál es la probabilidad de que menos de cuatro deban ser descartadas?

Respuesta:

Por defecto se considera que las 200 piezas son seleccionadas **con reposición,** por lo tanto el resultado obtenido al extraer una pieza no afecta las probabilidades al seleccionar las restantes piezas, en consecuencia **P** permanece constante por cada pieza extraída entonces las pruebas son independientes por lo tanto se utiliza el Modelo Binomial.

Los dos parámetros del Modelo Binomial son:

n = **200** porque son seleccionadas aleatoriamente 200 piezas (se repite 200 veces la prueba que consiste en seleccionar aleatoriamente una pieza) por defecto se asume que fueron seleccionadas con reposición.

P: su valor depende de la característica para la cual se pide la probabilidad.

La probabilidad se pide para piezas que deben ser descartadas por lo tanto el éxito es piezas que deben ser **descartadas**, en consecuencia **P= 0,01**

n= 200 y P= 0,01

Cuando en una distribución binomial, los parámetros *n* y *P* cumplen las siguientes condiciones: n es grande **(n >20) y *P* es chico (*P*< 0,05)**; la distribución binomial se

aproxima a la distribución poisson, de manera que los valores de las probabilidades obtenidas a través de una u otra distribución serán muy similares.

Cuando se cumplen estas condiciones para n y *P*, la probabilidad puede calcularse haciendo una **aproximación del Modelo Binomial al Modelo Poisson**, en tal caso el parámetro a utilizar será $\lambda = nP$, dado que es el promedio de la variable x

λ = n* P λ= 200* 0,01 **λ = 2**

Probabilidad de que menos de 4 piezas deban ser descartadas:

P(x < 4)= P (x ≤ 3) Esta probabilidad se busca en Tabla IV

TABLA IV

Función de Probabilidad Poisson (Acumulada) P(x≤xi m=λ=nP)

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679
1	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0.9098	0.8781	0.8442	0.8088	0.7725	0.7358
2	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0.9856	0.9769	0.9659	0.9526	0.9371	0.9197
3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9982	0.9966	0.9942	0.9909	0.9865	0.9810
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9986	0.9977	0.9963
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

m

x	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
0	0.3329	0.3012	0.2725	0.2466	0.2231	0.2019	0.1827	0.1653	0.1496	0.1353
1	0.6990	0.6626	0.6268	0.5918	0.5578	0.5249	0.4932	0.4628	0.4337	0.4060
2	0.9004	0.8795	0.8571	0.8335	0.8088	0.7834	0.7572	0.7306	0.7037	0.6767
3	0.9743	0.9662	0.9569	0.9463	0.9344	0.9212	0.9068	0.8913	0.8747	0.8571
4	0.9946	0.9923	0.9893	0.9857	0.9814	0.9763	0.9704	0.9636	0.9559	0.9473

P (x ≤ 3) = 0,8571

Utilizando Modelo Binomial:

n= 200 **P= 0,01**

$$P\ (x \leq 3) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3)$$

$$= C_{200}^{0} 0,01^{0} (1 - 0,01)^{200-0} + C_{200}^{1} 0,01^{1} (0,99)^{200-1} + C_{200}^{2} 0,01^{2} (0,99)^{200-2} + C_{200}^{3} 0,01^{3} (0,99)^{200-3}$$

$$= C_{200}^{0} 0,01^{0} (0,99)^{200} + C_{200}^{1} 0,01^{1} (0,99)^{199} + C_{200}^{2} 0,01^{2} (0,99)^{198} + C_{200}^{3} 0,01^{3} (0,99)^{197}$$

= 1*1*0,1340 +200*0,01*0,1353+19900*0,0001*0,1367+1313400*0,000001*0,1381

P (x ≤ 3)= 0,1340+0,2706+0,2720+0,1814

P (x ≤ 3)=0,8580

Utilizando Modelo Poisson: P (x ≤ 3) = 0,8571

Utilizando Modelo Binomial: P (x ≤ 3) = 0,8580

Se ha comprobado que, si (n >20) y P es chico (P< 0,05) entonces la probabilidad obtenida a través del Modelo Binomial se aproxima a la probabilidad obtenida a través del Modelo Poisson.

Resumen de casos que pueden presentarse en los Modelos para variables discretas (Modelo Binomial, Modelo Poisson y Modelo Hipergeométrico)

Uso de las Tablas de Probabilidades:

En la Tabla se encuentran las probabilidades $P(x = a)$ y $P(x \le a)$:

Modelo / Probabilidad	Binomial	Poisson	Hipergeométrico
1) $P(x = a)$	Tabla I	Tabla III	Tabla V Última columna
2) $P(x \le a)$	Tabla II	Tabla IV	Tabla V Penúltima columna

3) $P(x< a)$ Transformar a "menor o igual que"

Ejemplos:

$P(x< 7)= P(x \le 6)$
$P(x< 10)= P(x \le 9)$
$P(x< 5)= P(x \le 4)$

4) $P(x \ge a) = 1 – P[x \le (a-1)]$

Ejemplos:

$P(x \ge 5) = 1 – P(x \le 4)$
$P(x \ge 11) = 1 – P(x \le 10)$
$P(x \ge 7) = 1 – P(x \le 6)$

5) $P(x> a)$ Transformar a "mayor o igual que"

Ejemplos:

$P(x >7)= P(x \ge 8)$
$P(x > 10)= P(x \ge 11)$
$P(x> 5)= P(x \ge 6)$

6) $P(LI \le x \le LS) = P(x \le LS) - P [x \le (LI-1)]$

Ejemplos:

P(3 ≤ x ≤ 9) = P(x ≤ 9) - P (x ≤ 2)

P(4 ≤ x ≤ 12) = P(x ≤ 12) - P (x ≤ 3)

P(6 ≤ x ≤ 15) = P(x ≤ 15) - P (x ≤ 5)

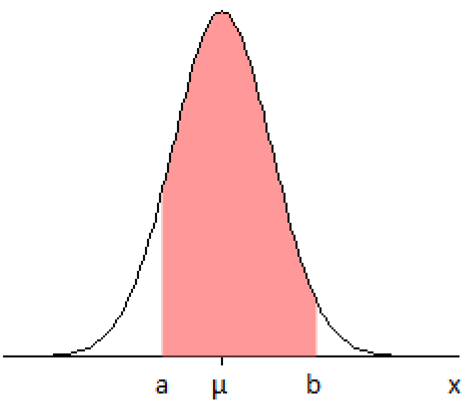
Modelos Probabilísticos para Variables Continuas

Modelo Normal

Se obtiene a través de la siguiente fórmula:

$$P(a \leq x \leq b) = \int_{a}^{b} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

Esta integral definida permite calcular el área bajo la curva de f(x) acotada a la izquierda por la ordenada que elevamos a partir de a y a la derecha por la ordenada que elevamos a partir de b:



Características de la Distribución Normal:

Su forma es acampanada (simétrica y mesocúrtica)

Al ser simétrica su distribución, sus medidas de tendencia central son iguales, y por lo tanto las tres se ubican en la parte central.

El área total bajo la curva equivale a 1

La curva de distribución normal es asintótica respecto al eje de las abscisas, es decir, nunca llega a tocarla.

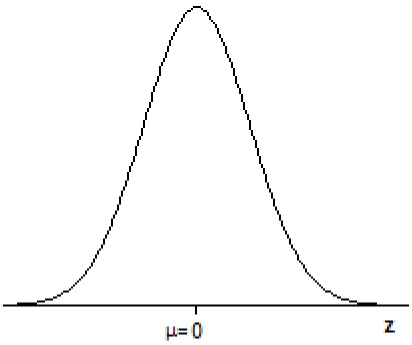
Su variable aleatoria continua asociada tiene rango infinito (-∞ < x < + ∞)

Tabla de Distribución Normal Estándar

Tal como se puede apreciar en la fórmula anterior, los parámetros del Modelo Normal son la media poblacional μ, y la desviación de la población σ. Las probabilidades relacionadas con la distribución normal, se pueden calcular por medio de la función de probabilidad, pero existe una tabla (Tabla de Distribución Normal) en la cual se encuentran valores tabulados y por lo tanto las probabilidades asociadas a las variables suelen obtenerse a partir de esta tabla. Esta tabla corresponde a la Distribución Normal Estándar

La tabla de la distribución normal presenta los valores de probabilidad para una variable estándar Z, con media igual a 0 y varianza igual a 1.

El gráfico para esta distribución normal estándar es:



Para utilizar la tabla, siempre debemos estandarizar la variable **x** por medio de la siguiente expresión:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Las probabilidades de una variable normal stándar que se encuentran en la tabla provienen del cálculo de la siguiente integral:

$$P(-\infty \leq z \leq z_i) = \int_{-\infty}^{z_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

La probabilidad también puede expresarse de la siguiente manera: $P(z \leq z_i)$

Ejemplo:

Supóngase que el tiempo promedio de permanencia en una determinada localidad turística es de 60 días, con una desviación estándar de 15 días, y que la población tiene forma normal. Se pide calcular probabilidades para la variable **X: tiempo de permanencia de un turista seleccionado aleatoriamente**

Se identifica el valor de los parámetros:

μ = 60 (media) σ = 15 (desviación)

Pueden expresarse los parámetros a través de la siguiente notación:

x N (60; 15)

a. Menor que 82 días

P(x < 82)

En la Tabla Normal la probabilidad solo se encuentra para la variable normal estándar z N (0; 1)

Para utilizar la tabla debe standarizarse la variable a través de la siguiente fórmula:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

P(x < 82) = $P\left(z < \frac{82-60}{15}\right)$

= **P(z < 1,466666666)**

= **P(z < 1,47)**

Esta probabilidad se encuentra directamente en la Tabla Normal (Tabla VI)

TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
$P(Z \leq Zi)$

z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.
0,00	0,5000	**0,60**	0,7257	**1,20**	0,8849	**1,80**	0,9641	**2,40**	0,9918	**3,00**	0,9987
0,01	0,5040	**0,61**	0,7291	**1,21**	0,8869	**1,81**	0,9649	**2,41**	0,9920	**3,01**	0,9987
0,02	0,5080	**0,62**	0,7324	**1,22**	0,8888	**1,82**	0,9656	**2,42**	0,9922	**3,02**	0,9987
0,03	0,5120	**0,63**	0,7357	**1,23**	0,8907	**1,83**	0,9664	**2,43**	0,9925	**3,03**	0,9988
0,04	0,5160	**0,64**	0,7389	**1,24**	0,8925	**1,84**	0,9671	**2,44**	0,9927	**3,04**	0,9988
0,05	0,5199	**0,65**	0,7422	**1,25**	0,8944	**1,85**	0,9678	**2,45**	0,9929	**3,05**	0,9989
0,06	0,5239	**0,66**	0,7454	**1,26**	0,8962	**1,86**	0,9686	**2,46**	0,9931	**3,06**	0,9989
0,07	0,5279	**0,67**	0,7486	**1,27**	0,8980	**1,87**	0,9693	**2,47**	0,9932	**3,07**	0,9989
0,08	0,5319	**0,68**	0,7517	**1,28**	0,8997	**1,88**	0,9699	**2,48**	0,9934	**3,08**	0,9990
0,09	0,5359	**0,69**	0,7549	**1,29**	0,9015	**1,89**	0,9706	**2,49**	0,9936	**3,09**	0,9990
0,10	0,5398	**0,70**	0,7580	**1,30**	0,9032	**1,90**	0,9713	**2,50**	0,9938	**3,10**	0,9990
0,11	0,5438	**0,71**	0,7611	**1,31**	0,9049	**1,91**	0,9719	**2,51**	0,9940	**3,11**	0,9991
0,12	0,5478	**0,72**	0,7642	**1,32**	0,9066	**1,92**	0,9726	**2,52**	0,9941	**3,12**	0,9991
0,13	0,5517	**0,73**	0,7673	**1,33**	0,9082	**1,93**	0,9732	**2,53**	0,9943	**3,13**	0,9991
0,14	0,5557	**0,74**	0,7704	**1,34**	0,9099	**1,94**	0,9738	**2,54**	0,9945	**3,14**	0,9992
0,15	0,5596	**0,75**	0,7734	**1,35**	0,9115	**1,95**	0,9744	**2,55**	0,9946	**3,15**	0,9992
0,16	0,5636	**0,76**	0,7764	**1,36**	0,9131	**1,96**	0,9750	**2,56**	0,9948	**3,16**	0,9992
0,17	0,5675	**0,77**	0,7794	**1,37**	0,9147	**1,97**	0,9756	**2,57**	0,9949	**3,17**	0,9992
0,18	0,5714	**0,78**	0,7823	**1,38**	0,9162	**1,98**	0,9761	**2,58**	0,9951	**3,18**	0,9993
0,19	0,5753	**0,79**	0,7852	**1,39**	0,9177	**1,99**	0,9767	**2,59**	0,9952	**3,19**	0,9993
0,20	0,5793	**0,80**	0,7881	**1,40**	0,9192	**2,00**	0,9772	**2,60**	0,9953	**3,20**	0,9993
0,21	0,5832	**0,81**	0,7910	**1,41**	0,9207	**2,01**	0,9778	**2,61**	0,9955	**3,21**	0,9993
0,22	0,5871	**0,82**	0,7939	**1,42**	0,9222	**2,02**	0,9783	**2,62**	0,9956	**3,22**	0,9994
0,23	0,5910	**0,83**	0,7967	**1,43**	0,9236	**2,03**	0,9788	**2,63**	0,9957	**3,23**	0,9994
0,24	0,5948	**0,84**	0,7995	**1,44**	0,9251	**2,04**	0,9793	**2,64**	0,9959	**3,24**	0,9994
0,25	0,5987	**0,85**	0,8023	**1,45**	0,9265	**2,05**	0,9798	**2,65**	0,9960	**3,25**	0,9994
0,26	0,6026	**0,86**	0,8051	**1,46**	0,9279	**2,06**	0,9803	**2,66**	0,9961	**3,26**	0,9994
0,27	0,6064	**0,87**	0,8078	**1,47**	$\boxed{0,9292}$	**2,07**	0,9808	**2,67**	0,9962	**3,27**	0,9995

P(-∞ < x < 82) = P(x < 82)

= **P(z < 1,47)**

= **0,9292**

b. Menor que 30 días

Para obtener la probabilidad en la tabla normal, debemos standarizar la variable es decir que debe plantearse la probabilidad en función de z:

P(x < 30) = $\mathrm{P}\left(z < \frac{30-60}{15}\right)$

= **P(z < -2)**

Esta probabilidad se encuentra directamente en la Tabla Normal (Tabla VI)

TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
$P(Z \leq Zi)$

z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.
-3,59	0,0002	-2,99	0,0014	-2,39	0,0084	-1,79	0,0367	-1,19	0,1170	-0,59	0,2776
-3,58	0,0002	-2,98	0,0014	-2,38	0,0087	-1,78	0,0375	-1,18	0,1190	-0,58	0,2810
-3,57	0,0002	-2,97	0,0015	-2,37	0,0089	-1,77	0,0384	-1,17	0,1210	-0,57	0,2843
-3,56	0,0002	-2,96	0,0015	-2,36	0,0091	-1,76	0,0392	-1,16	0,1230	-0,56	0,2877
-3,55	0,0002	-2,95	0,0016	-2,35	0,0094	-1,75	0,0401	-1,15	0,1251	-0,55	0,2912
-3,54	0,0002	-2,94	0,0016	-2,34	0,0096	-1,74	0,0409	-1,14	0,1271	-0,54	0,2946
-3,53	0,0002	-2,93	0,0017	-2,33	0,0099	-1,73	0,0418	-1,13	0,1292	-0,53	0,2981
-3,52	0,0002	-2,92	0,0018	-2,32	0,0102	-1,72	0,0427	-1,12	0,1314	-0,52	0,3015
-3,51	0,0002	-2,91	0,0018	-2,31	0,0104	-1,71	0,0436	-1,11	0,1335	-0,51	0,3050
-3,50	0,0002	-2,90	0,0019	-2,30	0,0107	-1,70	0,0446	-1,10	0,1357	-0,50	0,3085
-3,49	0,0002	-2,89	0,0019	-2,29	0,0110	-1,69	0,0455	-1,09	0,1379	-0,49	0,3121
-3,48	0,0003	-2,88	0,0020	-2,28	0,0113	-1,68	0,0465	-1,08	0,1401	-0,48	0,3156
-3,47	0,0003	-2,87	0,0021	-2,27	0,0116	-1,67	0,0475	-1,07	0,1423	-0,47	0,3192
-3,46	0,0003	-2,86	0,0021	-2,26	0,0119	-1,66	0,0485	-1,06	0,1446	-0,46	0,3228
-3,45	0,0003	-2,85	0,0022	-2,25	0,0122	-1,65	0,0495	-1,05	0,1469	-0,45	0,3264
-3,44	0,0003	-2,84	0,0023	-2,24	0,0125	-1,64	0,0505	-1,04	0,1492	-0,44	0,3300
-3,43	0,0003	-2,83	0,0023	-2,23	0,0129	-1,63	0,0516	-1,03	0,1515	-0,43	0,3336
-3,42	0,0003	-2,82	0,0024	-2,22	0,0132	-1,62	0,0526	-1,02	0,1539	-0,42	0,3372
-3,41	0,0003	-2,81	0,0025	-2,21	0,0136	-1,61	0,0537	-1,01	0,1562	-0,41	0,3409
-3,40	0,0003	-2,80	0,0026	-2,20	0,0139	-1,60	0,0548	-1,00	0,1587	-0,40	0,3446
-3,39	0,0003	-2,79	0,0026	-2,19	0,0143	-1,59	0,0559	-0,99	0,1611	-0,39	0,3483
-3,38	0,0004	-2,78	0,0027	-2,18	0,0146	-1,58	0,0571	-0,98	0,1635	-0,38	0,3520
-3,37	0,0004	-2,77	0,0028	-2,17	0,0150	-1,57	0,0582	-0,97	0,1660	-0,37	0,3557
-3,36	0,0004	-2,76	0,0029	-2,16	0,0154	-1,56	0,0594	-0,96	0,1685	-0,36	0,3594
-3,35	0,0004	-2,75	0,0030	-2,15	0,0158	-1,55	0,0606	-0,95	0,1711	-0,35	0,3632
-3,34	0,0004	-2,74	0,0031	-2,14	0,0162	-1,54	0,0618	-0,94	0,1736	-0,34	0,3669
-3,33	0,0004	-2,73	0,0032	-2,13	0,0166	-1,53	0,0630	-0,93	0,1762	-0,33	0,3707
-3,32	0,0005	-2,72	0,0033	-2,12	0,0170	-1,52	0,0643	-0,92	0,1788	-0,32	0,3745
-3,31	0,0005	-2,71	0,0034	-2,11	0,0174	-1,51	0,0655	-0,91	0,1814	-0,31	0,3783
-3,30	0,0005	-2,70	0,0035	-2,10	0,0179	-1,50	0,0668	-0,90	0,1841	-0,30	0,3821
-3,29	0,0005	-2,69	0,0036	-2,09	0,0183	-1,49	0,0681	-0,89	0,1867	-0,29	0,3859
-3,28	0,0005	-2,68	0,0037	-2,08	0,0188	-1,48	0,0694	-0,88	0,1894	-0,28	0,3897
-3,27	0,0005	-2,67	0,0038	-2,07	0,0192	-1,47	0,0708	-0,87	0,1922	-0,27	0,3936
-3,26	0,0006	-2,66	0,0039	-2,06	0,0197	-1,46	0,0721	-0,86	0,1949	-0,26	0,3974
-3,25	0,0006	-2,65	0,0040	-2,05	0,0202	-1,45	0,0735	-0,85	0,1977	-0,25	0,4013
-3,24	0,0006	-2,64	0,0041	-2,04	0,0207	-1,44	0,0749	-0,84	0,2005	-0,24	0,4052
-3,23	0,0006	-2,63	0,0043	-2,03	0,0212	-1,43	0,0764	-0,83	0,2033	-0,23	0,4090
-3,22	0,0006	-2,62	0,0044	-2,02	0,0217	-1,42	0,0778	-0,82	0,2061	-0,22	0,4129
-3,21	0,0007	-2,61	0,0045	-2,01	[illegible]	-1,41	0,0793	-0,81	0,2090	-0,21	0,4168
-3,20	0,0007	-2,60	0,0047	-2,00	$\boxed{0.0228}$	-1,40	0,0808	-0,80	0,2119	-0,20	0,4207

P(x < 30) = **0,0228**

c. Mayor que 90 días

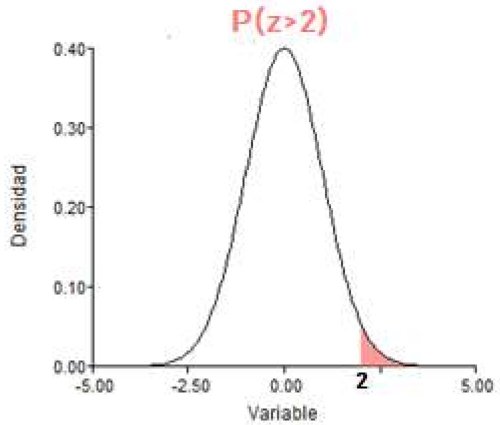
P(x > 90) = $\mathrm{P}\left(z > \frac{90-60}{15}\right)$

= $\mathrm{P}(z > 2)$

= **P(z < -2) Se encuentra directamente en la Tabla Normal**

$\mathrm{P}(z > 2)$ = **P(z < -2)**

Estas probabilidades son iguales porque las áreas que las representan son iguales:



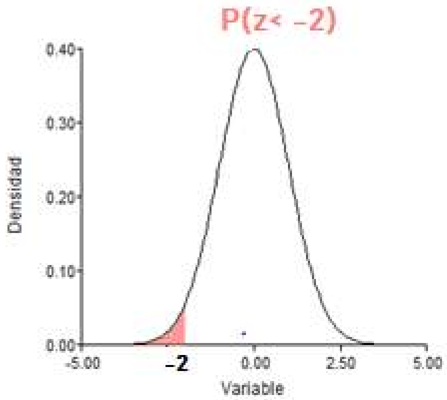


TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
$P(Z \leq Z_i)$

z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.
-3,59	0,0002	-2,99	0,0014	-2,39	0,0084	-1,79	0,0367	-1,19	0,1170	-0,59	0,2776
-3,58	0,0002	-2,98	0,0014	-2,38	0,0087	-1,78	0,0375	-1,18	0,1190	-0,58	0,2810
-3,57	0,0002	-2,97	0,0015	-2,37	0,0089	-1,77	0,0384	-1,17	0,1210	-0,57	0,2843
-3,56	0,0002	-2,96	0,0015	-2,36	0,0091	-1,76	0,0392	-1,16	0,1230	-0,56	0,2877
-3,55	0,0002	-2,95	0,0016	-2,35	0,0094	-1,75	0,0401	-1,15	0,1251	-0,55	0,2912
-3,54	0,0002	-2,94	0,0016	-2,34	0,0096	-1,74	0,0409	-1,14	0,1271	-0,54	0,2946
-3,53	0,0002	-2,93	0,0017	-2,33	0,0099	-1,73	0,0418	-1,13	0,1292	-0,53	0,2981
-3,52	0,0002	-2,92	0,0018	-2,32	0,0102	-1,72	0,0427	-1,12	0,1314	-0,52	0,3015
-3,51	0,0002	-2,91	0,0018	-2,31	0,0104	-1,71	0,0436	-1,11	0,1335	-0,51	0,3050
-3,50	0,0002	-2,90	0,0019	-2,30	0,0107	-1,70	0,0446	-1,10	0,1357	-0,50	0,3085
-3,49	0,0002	-2,89	0,0019	-2,29	0,0110	-1,69	0,0455	-1,09	0,1379	-0,49	0,3121
-3,48	0,0003	-2,88	0,0020	-2,28	0,0113	-1,68	0,0465	-1,08	0,1401	-0,48	0,3156
-3,47	0,0003	-2,87	0,0021	-2,27	0,0116	-1,67	0,0475	-1,07	0,1423	-0,47	0,3192
-3,46	0,0003	-2,86	0,0021	-2,26	0,0119	-1,66	0,0485	-1,06	0,1446	-0,46	0,3228
-3,45	0,0003	-2,85	0,0022	-2,25	0,0122	-1,65	0,0495	-1,05	0,1469	-0,45	0,3264
-3,44	0,0003	-2,84	0,0023	-2,24	0,0125	-1,64	0,0505	-1,04	0,1492	-0,44	0,3300
-3,43	0,0003	-2,83	0,0023	-2,23	0,0129	-1,63	0,0516	-1,03	0,1515	-0,43	0,3336
-3,42	0,0003	-2,82	0,0024	-2,22	0,0132	-1,62	0,0526	-1,02	0,1539	-0,42	0,3372
-3,41	0,0003	-2,81	0,0025	-2,21	0,0136	-1,61	0,0537	-1,01	0,1562	-0,41	0,3409
-3,40	0,0003	-2,80	0,0026	-2,20	0,0139	-1,60	0,0548	-1,00	0,1587	-0,40	0,3446
-3,39	0,0003	-2,79	0,0026	-2,19	0,0143	-1,59	0,0559	-0,99	0,1611	-0,39	0,3483
-3,38	0,0004	-2,78	0,0027	-2,18	0,0146	-1,58	0,0571	-0,98	0,1635	-0,38	0,3520
-3,37	0,0004	-2,77	0,0028	-2,17	0,0150	-1,57	0,0582	-0,97	0,1660	-0,37	0,3557
-3,36	0,0004	-2,76	0,0029	-2,16	0,0154	-1,56	0,0594	-0,96	0,1685	-0,36	0,3594
-3,35	0,0004	-2,75	0,0030	-2,15	0,0158	-1,55	0,0606	-0,95	0,1711	-0,35	0,3632
-3,34	0,0004	-2,74	0,0031	-2,14	0,0162	-1,54	0,0618	-0,94	0,1736	-0,34	0,3669
-3,33	0,0004	-2,73	0,0032	-2,13	0,0166	-1,53	0,0630	-0,93	0,1762	-0,33	0,3707
-3,32	0,0005	-2,72	0,0033	-2,12	0,0170	-1,52	0,0643	-0,92	0,1788	-0,32	0,3745
-3,31	0,0005	-2,71	0,0034	-2,11	0,0174	-1,51	0,0655	-0,91	0,1814	-0,31	0,3783
-3,30	0,0005	-2,70	0,0035	-2,10	0,0179	-1,50	0,0668	-0,90	0,1841	-0,30	0,3821
-3,29	0,0005	-2,69	0,0036	-2,09	0,0183	-1,49	0,0681	-0,89	0,1867	-0,29	0,3859
-3,28	0,0005	-2,68	0,0037	-2,08	0,0188	-1,48	0,0694	-0,88	0,1894	-0,28	0,3897
-3,27	0,0005	-2,67	0,0038	-2,07	0,0192	-1,47	0,0708	-0,87	0,1922	-0,27	0,3936
-3,26	0,0006	-2,66	0,0039	-2,06	0,0197	-1,46	0,0721	-0,86	0,1949	-0,26	0,3974
-3,25	0,0006	-2,65	0,0040	-2,05	0,0202	-1,45	0,0735	-0,85	0,1977	-0,25	0,4013
-3,24	0,0006	-2,64	0,0041	-2,04	0,0207	-1,44	0,0749	-0,84	0,2005	-0,24	0,4052
-3,23	0,0006	-2,63	0,0043	-2,03	0,0212	-1,43	0,0764	-0,83	0,2033	-0,23	0,4090
-3,22	0,0006	-2,62	0,0044	-2,02	0,0217	-1,42	0,0778	-0,82	0,2061	-0,22	0,4129
-3,21	0,0007	-2,61	0,0045	-2,01	[illegible]	-1,41	0,0793	-0,81	0,2090	-0,21	0,4168
-3,20	0,0007	-2,60	0,0047	-2,00	$\boxed{0.0228}$	-1,40	0,0808	-0,80	0,2119	-0,20	0,4207

P(z< -2) = 0,0228

P (x < 90) = **0,0228**

d. Mayor que 50 días

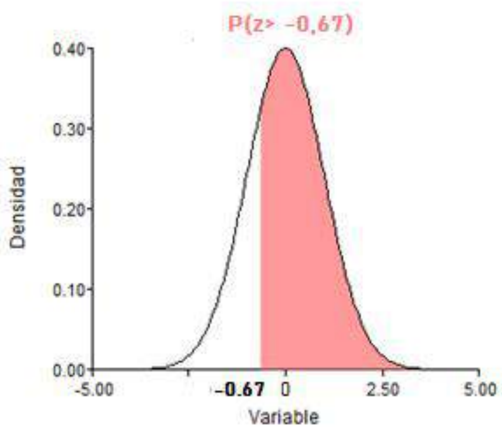
P (x > 50) = $P\left(z > \frac{50-60}{15}\right)$

$= P(z > -0{,}67)$

= **P (z < 0,67) Se encuentra directamente en la Tabla Normal**

$P(z > -0{,}67)$ = **P (z < 0,67)**

Estas probabilidades son iguales porque las áreas que las representan son iguales:



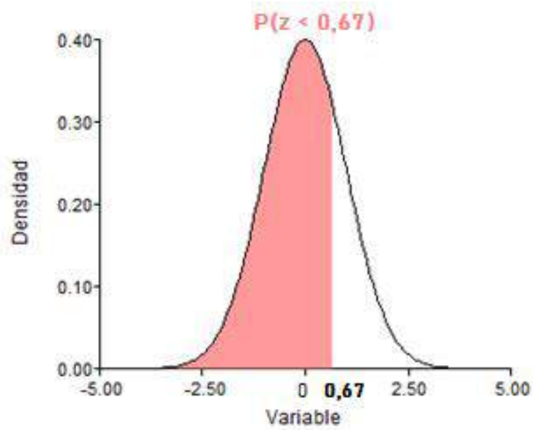


TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
$P(Z \leq Zi)$

z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.
0,00	0,5000	**0,60**	0,7257	**1,20**	0,8849	**1,80**	0,9641	**2,40**	0,9918	**3,00**	0,9987
0,01	0,5040	**0,61**	0,7291	**1,21**	0,8869	**1,81**	0,9649	**2,41**	0,9920	**3,01**	0,9987
0,02	0,5080	**0,62**	0,7324	**1,22**	0,8888	**1,82**	0,9656	**2,42**	0,9922	**3,02**	0,9987
0,03	0,5120	**0,63**	0,7357	**1,23**	0,8907	**1,83**	0,9664	**2,43**	0,9925	**3,03**	0,9988
0,04	0,5160	**0,64**	0,7389	**1,24**	0,8925	**1,84**	0,9671	**2,44**	0,9927	**3,04**	0,9988
0,05	0,5199	**0,65**	0,7422	**1,25**	0,8944	**1,85**	0,9678	**2,45**	0,9929	**3,05**	0,9989
0,06	0,5239	**0,66**	0,7454	**1,26**	0,8962	**1,86**	0,9686	**2,46**	0,9931	**3,06**	0,9989
0,07	0,5279	**0,67**	$\boxed{0{,}7486}$	**1,27**	0,8980	**1,87**	0,9693	**2,47**	0,9932	**3,07**	0,9989
0,08	0,5319	**0,68**	0,7517	**1,28**	0,8997	**1,88**	0,9699	**2,48**	0,9934	**3,08**	0,9990

P (x > 50) = **0,7486**

e. Mayor que 75 y menor que 80 días

P (75 < x < 80) = $P\left(\frac{75-60}{15} < z < \frac{80-60}{15}\right)$

= **P (1 < z < 1,33)**

= **P(z < 1,33) – P(z < 1) Cada probabilidad se encuentra en la Tabla VI**

TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
$P(Z \leq Z_i)$

z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.
0,00	0,5000	0,60	0,7257	1,20	0,8849	1,80	0,9641	2,40	0,9918	3,00	0,9987
0,01	0,5040	0,61	0,7291	1,21	0,8869	1,81	0,9649	2,41	0,9920	3,01	0,9987
0,02	0,5080	0,62	0,7324	1,22	0,8888	1,82	0,9656	2,42	0,9922	3,02	0,9987
0,03	0,5120	0,63	0,7357	1,23	0,8907	1,83	0,9664	2,43	0,9925	3,03	0,9988
0,04	0,5160	0,64	0,7389	1,24	0,8925	1,84	0,9671	2,44	0,9927	3,04	0,9988
0,05	0,5199	0,65	0,7422	1,25	0,8944	1,85	0,9678	2,45	0,9929	3,05	0,9989
0,06	0,5239	0,66	0,7454	1,26	0,8962	1,86	0,9686	2,46	0,9931	3,06	0,9989
0,07	0,5279	0,67	0,7486	1,27	0,8980	1,87	0,9693	2,47	0,9932	3,07	0,9989
0,08	0,5319	0,68	0,7517	1,28	0,8997	1,88	0,9699	2,48	0,9934	3,08	0,9990
0,09	0,5359	0,69	0,7549	1,29	0,9015	1,89	0,9706	2,49	0,9936	3,09	0,9990
0,10	0,5398	0,70	0,7580	1,30	0,9032	1,90	0,9713	2,50	0,9938	3,10	0,9990
0,11	0,5438	0,71	0,7611	1,31	0,9049	1,91	0,9719	2,51	0,9940	3,11	0,9991
0,12	0,5478	0,72	0,7642	1,32	0,9066	1,92	0,9726	2,52	0,9941	3,12	0,9991
0,13	0,5517	0,73	0,7673	1,33	**0,9082**	1,93	0,9732	2,53	0,9943	3,13	0,9991
0,14	0,5557	0,74	0,7704	1,34	0,9099	1,94	0,9738	2,54	0,9945	3,14	0,9992
0,15	0,5596	0,75	0,7734	1,35	0,9115	1,95	0,9744	2,55	0,9946	3,15	0,9992
0,16	0,5636	0,76	0,7764	1,36	0,9131	1,96	0,9750	2,56	0,9948	3,16	0,9992
0,17	0,5675	0,77	0,7794	1,37	0,9147	1,97	0,9756	2,57	0,9949	3,17	0,9992
0,18	0,5714	0,78	0,7823	1,38	0,9162	1,98	0,9761	2,58	0,9951	3,18	0,9993
0,19	0,5753	0,79	0,7852	1,39	0,9177	1,99	0,9767	2,59	0,9952	3,19	0,9993
0,20	0,5793	0,80	0,7881	1,40	0,9192	2,00	0,9772	2,60	0,9953	3,20	0,9993
0,21	0,5832	0,81	0,7910	1,41	0,9207	2,01	0,9778	2,61	0,9955	3,21	0,9993
0,22	0,5871	0,82	0,7939	1,42	0,9222	2,02	0,9783	2,62	0,9956	3,22	0,9994
0,23	0,5910	0,83	0,7967	1,43	0,9236	2,03	0,9788	2,63	0,9957	3,23	0,9994
0,24	0,5948	0,84	0,7995	1,44	0,9251	2,04	0,9793	2,64	0,9959	3,24	0,9994
0,25	0,5987	0,85	0,8023	1,45	0,9265	2,05	0,9798	2,65	0,9960	3,25	0,9994
0,26	0,6026	0,86	0,8051	1,46	0,9279	2,06	0,9803	2,66	0,9961	3,26	0,9994
0,27	0,6064	0,87	0,8078	1,47	0,9292	2,07	0,9808	2,67	0,9962	3,27	0,9995
0,28	0,6103	0,88	0,8106	1,48	0,9306	2,08	0,9812	2,68	0,9963	3,28	0,9995
0,29	0,6141	0,89	0,8133	1,49	0,9319	2,09	0,9817	2,69	0,9964	3,29	0,9995
0,30	0,6179	0,90	0,8159	1,50	0,9332	2,10	0,9821	2,70	0,9965	3,30	0,9995
0,31	0,6217	0,91	0,8186	1,51	0,9345	2,11	0,9826	2,71	0,9966	3,31	0,9995
0,32	0,6255	0,92	0,8212	1,52	0,9357	2,12	0,9830	2,72	0,9967	3,32	0,9995
0,33	0,6293	0,93	0,8238	1,53	0,9370	2,13	0,9834	2,73	0,9968	3,33	0,9996
0,34	0,6331	0,94	0,8264	1,54	0,9382	2,14	0,9838	2,74	0,9969	3,34	0,9996
0,35	0,6368	0,95	0,8289	1,55	0,9394	2,15	0,9842	2,75	0,9970	3,35	0,9996
0,36	0,6406	0,96	0,8315	1,56	0,9406	2,16	0,9846	2,76	0,9971	3,36	0,9996
0,37	0,6443	0,97	0,8340	1,57	0,9418	2,17	0,9850	2,77	0,9972	3,37	0,9996
0,38	0,6480	0,98	0,8365	1,58	0,9429	2,18	0,9854	2,78	0,9973	3,38	0,9996
0,39	0,6517	0,99	0,8389	1,59	0,9441	2,19	0,9857	2,79	0,9974	3,39	0,9997
0,40	0,6554	1,00	**0,8413**	1,60	0,9452	2,20	0,9861	2,80	0,9974	3,40	0,9997

P(75 < x < 80)= **P (z< 1,33)** – **P (z< 1)** **Cada probabilidad se encuentra en la Tabla VI**

= **0,9082** – **0,8413**

= 0,0669

f. Mayor que 16 y menor que 29 días

P(16 < x < 29) = $P\left(\frac{16-60}{15} < z < \frac{29-60}{15}\right)$

= **P(-2,93 < z < -2,07)**

= **P(z < -2,07)** – **P(z < -2,93)** **Cada probabilidad se encuentra en la Tabla**

TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
$P(Z \leq Z_i)$

z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.
-3,59	0,0002	-2,99	0,0014	-2,39	0,0084	-1,79	0,0367	-1,19	0,1170	-0,59	0,2776
-3,58	0,0002	-2,98	0,0014	-2,38	0,0087	-1,78	0,0375	-1,18	0,1190	-0,58	0,2810
-3,57	0,0002	-2,97	0,0015	-2,37	0,0089	-1,77	0,0384	-1,17	0,1210	-0,57	0,2843
-3,56	0,0002	-2,96	0,0015	-2,36	0,0091	-1,76	0,0392	-1,16	0,1230	-0,56	0,2877
-3,55	0,0002	-2,95	0,0016	-2,35	0,0094	-1,75	0,0401	-1,15	0,1251	-0,55	0,2912
-3,54	0,0002	-2,94	0,0016	-2,34	0,0096	-1,74	0,0409	-1,14	0,1271	-0,54	0,2946
-3,53	0,0002	-2,93	0,0017	-2,33	0,0099	-1,73	0,0418	-1,13	0,1292	-0,53	0,2981
-3,52	0,0002	-2,92	0,0018	-2,32	0,0102	-1,72	0,0427	-1,12	0,1314	-0,52	0,3015
-3,51	0,0002	-2,91	0,0018	-2,31	0,0104	-1,71	0,0436	-1,11	0,1335	-0,51	0,3050
-3,50	0,0002	-2,90	0,0019	-2,30	0,0107	-1,70	0,0446	-1,10	0,1357	-0,50	0,3085
-3,49	0,0002	-2,89	0,0019	-2,29	0,0110	-1,69	0,0455	-1,09	0,1379	-0,49	0,3121
-3,48	0,0003	-2,88	0,0020	-2,28	0,0113	-1,68	0,0465	-1,08	0,1401	-0,48	0,3156
-3,47	0,0003	-2,87	0,0021	-2,27	0,0116	-1,67	0,0475	-1,07	0,1423	-0,47	0,3192
-3,46	0,0003	-2,86	0,0021	-2,26	0,0119	-1,66	0,0485	-1,06	0,1446	-0,46	0,3228
-3,45	0,0003	-2,85	0,0022	-2,25	0,0122	-1,65	0,0495	-1,05	0,1469	-0,45	0,3264
-3,44	0,0003	-2,84	0,0023	-2,24	0,0125	-1,64	0,0505	-1,04	0,1492	-0,44	0,3300
-3,43	0,0003	-2,83	0,0023	-2,23	0,0129	-1,63	0,0516	-1,03	0,1515	-0,43	0,3336
-3,42	0,0003	-2,82	0,0024	-2,22	0,0132	-1,62	0,0526	-1,02	0,1539	-0,42	0,3372
-3,41	0,0003	-2,81	0,0025	-2,21	0,0136	-1,61	0,0537	-1,01	0,1562	-0,41	0,3409
-3,40	0,0003	-2,80	0,0026	-2,20	0,0139	-1,60	0,0548	-1,00	0,1587	-0,40	0,3446
-3,39	0,0003	-2,79	0,0026	-2,19	0,0143	-1,59	0,0559	-0,99	0,1611	-0,39	0,3483
-3,38	0,0004	-2,78	0,0027	-2,18	0,0146	-1,58	0,0571	-0,98	0,1635	-0,38	0,3520
-3,37	0,0004	-2,77	0,0028	-2,17	0,0150	-1,57	0,0582	-0,97	0,1660	-0,37	0,3557
-3,36	0,0004	-2,76	0,0029	-2,16	0,0154	-1,56	0,0594	-0,96	0,1685	-0,36	0,3594
-3,35	0,0004	-2,75	0,0030	-2,15	0,0158	-1,55	0,0606	-0,95	0,1711	-0,35	0,3632
-3,34	0,0004	-2,74	0,0031	-2,14	0,0162	-1,54	0,0618	-0,94	0,1736	-0,34	0,3669
-3,33	0,0004	-2,73	0,0032	-2,13	0,0166	-1,53	0,0630	-0,93	0,1762	-0,33	0,3707
-3,32	0,0005	-2,72	0,0033	-2,12	0,0170	-1,52	0,0643	-0,92	0,1788	-0,32	0,3745
-3,31	0,0005	-2,71	0,0034	-2,11	0,0174	-1,51	0,0655	-0,91	0,1814	-0,31	0,3783
-3,30	0,0005	-2,70	0,0035	-2,10	0,0179	-1,50	0,0668	-0,90	0,1841	-0,30	0,3821
-3,29	0,0005	-2,69	0,0036	-2,09	0,0183	-1,49	0,0681	-0,89	0,1867	-0,29	0,3859
-3,28	0,0005	-2,68	0,0037	-2,08	0,0188	-1,48	0,0694	-0,88	0,1894	-0,28	0,3897
-3,27	0,0005	-2,67	0,0038	-2,07	0,0192	-1,47	0,0708	-0,87	0,1922	-0,27	0,3936
-3,26	0,0006	-2,66	0,0039	-2,06	[illegible]	-1,46	0,0721	-0,86	0,1949	-0,26	0,3974

P (16 < x < 29) = **P(z < -2,07)** – **P(z < -2,93)**

= **0,0192** – **0,0017**

= 0,0175

g. Entre 25 y 40 días

P(25 ≤ x ≤ 40) = $P\left(\frac{25-60}{15} \leq z \leq \frac{40-60}{15}\right)$

= **P(-2,33 ≤ z ≤ -1,33)**

= **P(z ≤ -1,33)** – **P(z ≤ -2,33)** **Cada probabilidad se encuentra en la Tabla**

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
-3,20	0,0007	-2,60	0,0047	-2,00	0,0228	-1,40	0,0808	-0,80	0,2119	-0,20	0,4207
-3,19	0,0007	-2,59	0,0048	-1,99	0,0233	-1,39	0,0823	-0,79	0,2148	-0,19	0,4247
-3,18	0,0007	-2,58	0,0049	-1,98	0,0239	-1,38	0,0838	-0,78	0,2177	-0,18	0,4286
-3,17	0,0008	-2,57	0,0051	-1,97	0,0244	-1,37	0,0853	-0,77	0,2206	-0,17	0,4325
-3,16	0,0008	-2,56	0,0052	-1,96	0,0250	-1,36	0,0869	-0,76	0,2236	-0,16	0,4364
-3,15	0,0008	-2,55	0,0054	-1,95	0,0256	-1,35	0,0885	-0,75	0,2266	-0,15	0,4404
-3,14	0,0008	-2,54	0,0055	-1,94	0,0262	-1,34	0,0901	-0,74	0,2296	-0,14	0,4443
-3,13	0,0009	-2,53	0,0057	-1,93	0,0268	-1,33	0,0918	-0,73	0,2327	-0,13	0,4483
-3,12	0,0009	-2,52	0,0059	-1,92	0,0274	-1,32	0,0934	-0,72	0,2358	-0,12	0,4522

TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
P(Z ≤ Zi)

z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.
-3,59	0,0002	**-2,99**	0,0014	**-2,39**	0,0084	**-1,79**	0,0367	**-1,19**	0,1170	**-0,59**	0,2776
-3,58	0,0002	**-2,98**	0,0014	**-2,38**	0,0087	**-1,78**	0,0375	**-1,18**	0,1190	**-0,58**	0,2810
-3,57	0,0002	**-2,97**	0,0015	**-2,37**	0,0089	**-1,77**	0,0384	**-1,17**	0,1210	**-0,57**	0,2843
-3,56	0,0002	**-2,96**	0,0015	**-2,36**	0,0091	**-1,76**	0,0392	**-1,16**	0,1230	**-0,56**	0,2877
-3,55	0,0002	**-2,95**	0,0016	**-2,35**	0,0094	**-1,75**	0,0401	**-1,15**	0,1251	**-0,55**	0,2912
-3,54	0,0002	**-2,94**	0,0016	**-2,34**	0,0096	**-1,74**	0,0409	**-1,14**	0,1271	**-0,54**	0,2946
-3,53	0,0002	**-2,93**	0,0017	**-2,33**	**0,0099**	**-1,73**	0,0418	**-1,13**	0,1292	**-0,53**	0,2981
-3,52	0,0002	**-2,92**	0,0018	**-2,32**	[illegible]	**-1,72**	0,0427	**-1,12**	0,1314	**-0,52**	0,3015
-3,51	0,0002	**-2,91**	0,0018	**-2,31**	0,0104	**-1,71**	0,0436	**-1,11**	0,1335	**-0,51**	0,3050
-3,50	0,0002	**-2,90**	0,0019	**-2,30**	0,0107	**-1,70**	0,0446	**-1,10**	0,1357	**-0,50**	0,3085

P (25 ≤ x ≤ 40) = **P(z ≤ -1,33)** – **P(z ≤ -2,33)**

= **0,0918** – **0,0099**

= 0,0819

h. **Entre 30 y 60 días**

P(30 ≤ x ≤ 60) = $\mathrm{P}\left(\frac{30-60}{15} \leq \mathrm{z} \leq \frac{60-60}{15}\right)$

= P(-2 ≤ z ≤ 0)

= **P(z ≤ 0)** – **P(z ≤ -2)**

Cada probabilidad se encuentra en la Tabla Normal:

TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
P(Z ≤ Zi)

z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.
0,00	0,5000	**0,60**	0,7257	**1,20**	0,8849	**1,80**	0,9641	**2,40**	0,9918	**3,00**	0,9987
0,01	0,5040	**0,61**	0,7291	**1,21**	0,8869	**1,81**	0,9649	**2,41**	0,9920	**3,01**	0,9987
0,02	0,5080	**0,62**	0,7324	**1,22**	0,8888	**1,82**	0,9656	**2,42**	0,9922	**3,02**	0,9987
0,03	0,5120	**0,63**	0,7357	**1,23**	0,8907	**1,83**	0,9664	**2,43**	0,9925	**3,03**	0,9988
0,04	0,5160	**0,64**	0,7389	**1,24**	0,8925	**1,84**	0,9671	**2,44**	0,9927	**3,04**	0,9988
0,05	0,5199	**0,65**	0,7422	**1,25**	0,8944	**1,85**	0,9678	**2,45**	0,9929	**3,05**	0,9989
0,06	0,5239	**0,66**	0,7454	**1,26**	0,8962	**1,86**	0,9686	**2,46**	0,9931	**3,06**	0,9989
0,07	0,5279	**0,67**	0,7486	**1,27**	0,8980	**1,87**	0,9693	**2,47**	0,9932	**3,07**	0,9989

TABLA VI: DISTRIBUCIÓN NORMAL
$P(Z \leq Z_i)$

z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.	z	Prob.
-3,59	0,0002	-2,99	0,0014	-2,39	0,0084	-1,79	0,0367	-1,19	0,1170	-0,59	0,2776
-3,58	0,0002	-2,98	0,0014	-2,38	0,0087	-1,78	0,0375	-1,18	0,1190	-0,58	0,2810
-3,57	0,0002	-2,97	0,0015	-2,37	0,0089	-1,77	0,0384	-1,17	0,1210	-0,57	0,2843
-3,56	0,0002	-2,96	0,0015	-2,36	0,0091	-1,76	0,0392	-1,16	0,1230	-0,56	0,2877
-3,55	0,0002	-2,95	0,0016	-2,35	0,0094	-1,75	0,0401	-1,15	0,1251	-0,55	0,2912
-3,54	0,0002	-2,94	0,0016	-2,34	0,0096	-1,74	0,0409	-1,14	0,1271	-0,54	0,2946
-3,53	0,0002	-2,93	0,0017	-2,33	0,0099	-1,73	0,0418	-1,13	0,1292	-0,53	0,2981
-3,52	0,0002	-2,92	0,0018	-2,32	0,0102	-1,72	0,0427	-1,12	0,1314	-0,52	0,3015
-3,51	0,0002	-2,91	0,0018	-2,31	0,0104	-1,71	0,0436	-1,11	0,1335	-0,51	0,3050
-3,50	0,0002	-2,90	0,0019	-2,30	0,0107	-1,70	0,0446	-1,10	0,1357	-0,50	0,3085
-3,49	0,0002	-2,89	0,0019	-2,29	0,0110	-1,69	0,0455	-1,09	0,1379	-0,49	0,3121
-3,48	0,0003	-2,88	0,0020	-2,28	0,0113	-1,68	0,0465	-1,08	0,1401	-0,48	0,3156
-3,47	0,0003	-2,87	0,0021	-2,27	0,0116	-1,67	0,0475	-1,07	0,1423	-0,47	0,3192
-3,46	0,0003	-2,86	0,0021	-2,26	0,0119	-1,66	0,0485	-1,06	0,1446	-0,46	0,3228
-3,45	0,0003	-2,85	0,0022	-2,25	0,0122	-1,65	0,0495	-1,05	0,1469	-0,45	0,3264
-3,44	0,0003	-2,84	0,0023	-2,24	0,0125	-1,64	0,0505	-1,04	0,1492	-0,44	0,3300
-3,43	0,0003	-2,83	0,0023	-2,23	0,0129	-1,63	0,0516	-1,03	0,1515	-0,43	0,3336
-3,42	0,0003	-2,82	0,0024	-2,22	0,0132	-1,62	0,0526	-1,02	0,1539	-0,42	0,3372
-3,41	0,0003	-2,81	0,0025	-2,21	0,0136	-1,61	0,0537	-1,01	0,1562	-0,41	0,3409
-3,40	0,0003	-2,80	0,0026	-2,20	0,0139	-1,60	0,0548	-1,00	0,1587	-0,40	0,3446
-3,39	0,0003	-2,79	0,0026	-2,19	0,0143	-1,59	0,0559	-0,99	0,1611	-0,39	0,3483
-3,38	0,0004	-2,78	0,0027	-2,18	0,0146	-1,58	0,0571	-0,98	0,1635	-0,38	0,3520
-3,37	0,0004	-2,77	0,0028	-2,17	0,0150	-1,57	0,0582	-0,97	0,1660	-0,37	0,3557
-3,36	0,0004	-2,76	0,0029	-2,16	0,0154	-1,56	0,0594	-0,96	0,1685	-0,36	0,3594
-3,35	0,0004	-2,75	0,0030	-2,15	0,0158	-1,55	0,0606	-0,95	0,1711	-0,35	0,3632
-3,34	0,0004	-2,74	0,0031	-2,14	0,0162	-1,54	0,0618	-0,94	0,1736	-0,34	0,3669
-3,33	0,0004	-2,73	0,0032	-2,13	0,0166	-1,53	0,0630	-0,93	0,1762	-0,33	0,3707
-3,32	0,0005	-2,72	0,0033	-2,12	0,0170	-1,52	0,0643	-0,92	0,1788	-0,32	0,3745
-3,31	0,0005	-2,71	0,0034	-2,11	0,0174	-1,51	0,0655	-0,91	0,1814	-0,31	0,3783
-3,30	0,0005	-2,70	0,0035	-2,10	0,0179	-1,50	0,0668	-0,90	0,1841	-0,30	0,3821
-3,29	0,0005	-2,69	0,0036	-2,09	0,0183	-1,49	0,0681	-0,89	0,1867	-0,29	0,3859
-3,28	0,0005	-2,68	0,0037	-2,08	0,0188	-1,48	0,0694	-0,88	0,1894	-0,28	0,3897
-3,27	0,0005	-2,67	0,0038	-2,07	0,0192	-1,47	0,0708	-0,87	0,1922	-0,27	0,3936
-3,26	0,0006	-2,66	0,0039	-2,06	0,0197	-1,46	0,0721	-0,86	0,1949	-0,26	0,3974
-3,25	0,0006	-2,65	0,0040	-2,05	0,0202	-1,45	0,0735	-0,85	0,1977	-0,25	0,4013
-3,24	0,0006	-2,64	0,0041	-2,04	0,0207	-1,44	0,0749	-0,84	0,2005	-0,24	0,4052
-3,23	0,0006	-2,63	0,0043	-2,03	0,0212	-1,43	0,0764	-0,83	0,2033	-0,23	0,4090
-3,22	0,0006	-2,62	0,0044	-2,02	0,0217	-1,42	0,0778	-0,82	0,2061	-0,22	0,4129
-3,21	0,0007	-2,61	0,0045	-2,01	[illegible]	-1,41	0,0793	-0,81	0,2090	-0,21	0,4168
-3,20	0,0007	-2,60	0,0047	-2,00	$\boxed{0.0228}$	-1,40	0,0808	-0,80	0,2119	-0,20	0,4207

P(30 ≤ x ≤ 60) = **P(z ≤ 0)** – **P(z ≤ -2)**

= **0,50** – **0,0228**

= 0,4772

En la tabla normal, sólo podemos obtener una probabilidad del tipo "menor que"

P(z < a) Probabilidad de que z sea menor un valor positivo.

P(z < -a) Probabilidad de que z sea menor un valor negativo.

Si luego del proceso de standarización obtenemos otra expresión diferente, debe plantearse otra probabilidad equivalente que contenga P(z < a) o

P(z <-a), esto da lugar a siguientes casos:

1. **$P(z < a) =$ se obtiene directamente de la tabla VI**
2. $P(z > - a) = P(z < a)$
3. $P(z > a) = P(z < - a)$ o $P(z > a) = 1 - P(z < a)$
4. **$P(z < - a) =$ se obtiene directamente de la tabla VI**
5. $P(a < z < b) = P(z < b) - P(z < a)$
6. $P(- b < z < - a) = P(z < -a) - P(z < -b)$
7. $P(- a < z < b) = P(z < b) – P(z < -a)$

Los casos 5, 6 y 7 pueden considerarse como un mismo caso si se plantean de la siguiente manera:

P(límite inferior < z < límite superior) =

P(z < límite superior) - P(z < límite inferior)

Importante:

En los Modelos para Variables Continuas (Normal, t de Student y Chi Cuadrado)

$P(z< a)$ es lo mismo que $P(z \leq a)$

Ejemplo: $P(z< 2)$ es lo mismo que $P(z \leq 2)$

$P(z> a)$ es lo mismo que $P(z \leq a)$

Ejemplo: $P(z< 2)$ es lo mismo que $P(z \geq 2)$

En los Modelos para Variables Discretas (Binomial, Hipergeométrico y Poisson)

$P(x< a)$ debe transformarse a $\leq$

Ejemplo: $P(x< 4) = P(x \leq 3)$

$P(x> a)$ debe transformarse a $\geq$

Ejemplo: $P(x> 4) = P(x \geq 5)$

BIBLIOGRAFÍA

Espejo, I. Fernández, F. López, M. Muñoz, M. Rodríguez, A. Sánchez, A. Valero, C. (2009) Estadística Descriptiva y Probabilidad: (Teoría y problemas). Editorial: Cádiz Universidad de Cádiz, 2009. https://libros.metabiblioteca.org/handle/001/140

Ronald E. Walpole (2012) Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias, 9na. Edición Pearson Educación, México. ISBN: 978-607-32-1417-9.