¿Cómo determinar si una función cuadrática es un trinomio cuadrado perfecto

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Ejemplo:

$$x^2 + 2x + 9 =$$
$$x^2 + 2x + 3^2$$

a=x

b=3

¿2x es igual a $2.a.b$?

Comparamos el término lineal con 2.a.b

$2.a.b$=2.x.3

= 6x

6x ≠ 2x $2x$ *no coincide con* (2ab =6x) por lo tanto la función

$(a+b)^2 = a^2 + 2.a.b + b^2$ Trinomio cuadrado perfecto

$x^2 + 2x + 9$ No es un trinomio cuadrado perfecto

Límite de una función

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

Al hallar el límite no se busca el valor que asume la función cuando x es igual a "a" sino los valores que asume para valores muy próximos al de "a" por izquierda y por derecha.

$$\lim_{x \to 2} x^2 + 3x + 4 = \quad 2^2 + 3.2 + 4$$

= 14

f(2)= 14

El límite para x que tiende a 2 de la función $x^2 + 3x + 4$ es igual a 14.
El valor de la función para x= 2 es 14

Una función tiene límite cuando el límite lateral izquierdo coincide con el límite lateral derecho.

$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

¿A qué valor se aproxima la función cuando x se acerca a 2 por izquierda?

Es decir: A que valores se acerca la función cuando nos aproximamos a 2 por izquierda, es decir con valores menores:

1,9 1,99 1,999 2

x	f(x)= $x^2 + 3x + 4$
1,9 1,99 1,999	$1{,}9^2 + 3.(1{,}9) + 4$ =13,31 $1{,}99^2 + 3.(1{,}99) + 4$ =13,93 $1{,}999^2 + 3.(1{,}999) + 4$ =13,993

Primer paso: Intentamos hallar el límite a través del método de

sustitución directa

Cuando nos aproximamos a x igual a 2 por izquierda la función se aproxima a 14, entonces decimos que el límite lateral izquierdo de la función para x que tiende a 2 es 14

Límite lateral izquierdo:

$$\lim_{x\to 2-} \boldsymbol{x^2 + 3x + 4} = 14$$

Analizamos el comportamiento de la función cuando nos aproximamos a x igual a 2 por derecha, es decir con valores mayores:

2 2,0001 2,001 2,01

X	f(x)= $\boldsymbol{x^2 + 3x + 4}$
2,01 2,001 2,0001	$2{,}01^2 + 3.2{,}01 + 4 = 14{,}07$ $2{,}001^2 + 3.2{,}001 + 4 = 14{,}007$ $2{,}0001^2 + 3.2{,}0001 + 4 = 14{,}0007$

A medida que nos aproximamos a x igual a 2 por derecha, la función se aproxima a 14, entonces decimos que el límite lateral derecho de la función cuando x tiende a un valor 2 es 14.

Límite lateral derecho:

$$\lim_{x\to 2+} \boldsymbol{x^2 + 3x + 4} = 14$$

Si el límite lateral derecho coincide con el límite lateral izquierdo entonces la función tiene límite.

Para toda función polínomica se cumple que el límite lateral izquierdo coincide con el límite lateral derecho, es decir que para toda función polinómica existe límite bilateral, o simplemente podemos afirmar que existe límite.

Si calculamos el valor de la función para x=2

$\boldsymbol{f(2) = 2^2 + 3.2 + 4}$

$= 14$

Condiciones que deben cumplirse para que la función sea continua en x=-2

1) $(\lim_{x \to 2-} \boldsymbol{x^2 + 3x + 4} = 14)$ coincide con $(\lim_{x \to 2+} \boldsymbol{x^2 + 3x + 4} = 14)$ por lo tanto existe el límite de la función.
2) Existe f(2)= 14 (Para averiguar si la función está definida reemplazamos el valor de x)
3) $\lim_{x \to 2} \boldsymbol{x^2 + 3x + 4}$ coincide con f(2)

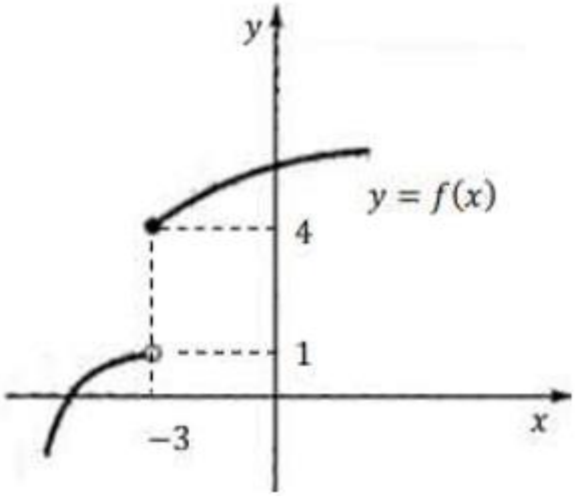
El límite de la función para x que tiende a 2 coincide con el valor de la función para x=2.

Condiciones de continuidad de una función para x=a:

1) **Existe el límite de la función para x que tiende a un valor "a":** $\boldsymbol{\lim_{x \to a} f(x)}$
2) **Existe f(a) es decir, la función está definida para x=a**
3) **El límite de la función para x que tiende a un valor "a" coincide con el valor que asume la función para x=a:** $\boldsymbol{\lim_{x \to a} f(x) = f(a)}$

Si se cumplen estas tres condiciones, entonces la función es continua.

Si no se cumplen las tres condiciones la función es discontinua.



Reglita práctica: Si el gráfico de la función no se logra con un único trazo entonces la función es discontinua (debemos levantar el lápiz para graficarla)

Analizaremos el límite de la función para x que tiende a que a -3, observando el gráfico determinaremos si esta función tiene límite.

$$\lim_{x \to -3-} f(x) = 1$$

Cuando nos aproximamos a x igual -3 con valores menores (es decir por izquierda) entonces la función se acerca a 1

El límite lateral izquierdo de la función para x que tiende a -3 es 1.

$$\lim_{x \to -3+} f(x) = 4$$

Cuando nos aproximamos a x igual -3 con valores mayores (es decir por derecha) entonces la función se acerca a 4

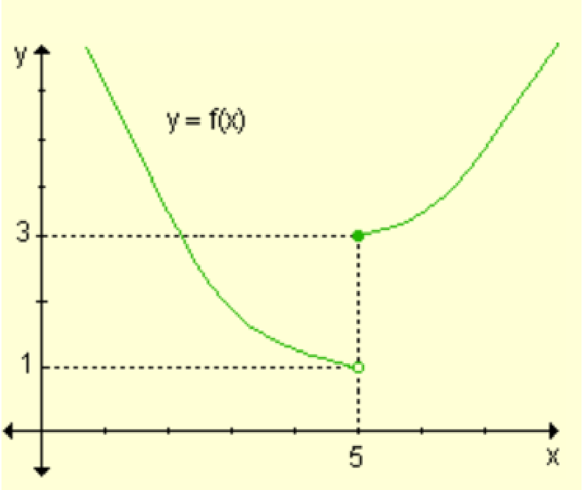
Esta función no tiene límite porque no coinciden el límite lateral izquierdo y el límite lateral derecho, es decir no existe el límite de la función.

$$\lim_{x \to -3} f(x) \; no \; existe$$

Cuando nos aproximamos a x igual a -3 por izquierda y por derecha visualizamos que la función no se acerca al mismo valor.

Cuando nos aproximamos a x igual a -3 por izquierda, la función se acerca a 1, mientras que cuando nos aproximamos a x igual a -3 por derecha, la función se acerca a 4, en consecuencia no existe el límite de la función para x que tiende a -3

$$\lim_{x \to -3} f(x) \; No \; existe$$



Determinaremos si existe el límite de esta función para x que tiende a 5.

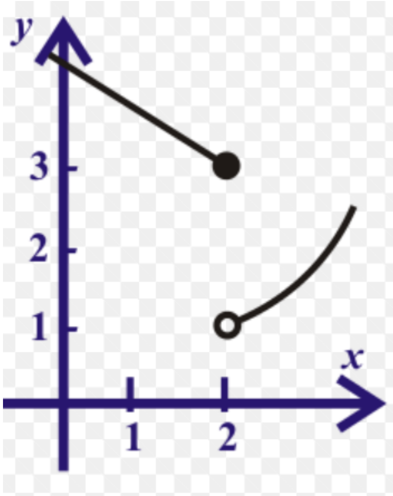
Cuando x se aproxima a 5 por izquierda, el valor de la función se aproxima a 1, mientras que cuando x se aproxima a 5 por derecha, el valor de la función se aproxima a 3

Límite lateral izquierdo: $\lim_{x \to 5-} f(x) = 1$

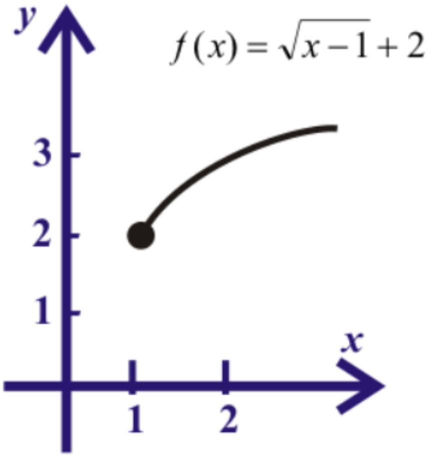
Límite lateral derecho: $\lim_{x \to 5+} f(x) = 3$

Los límites laterales de la función no coinciden, en consecuencia la función no tiene límite bilateral, simplemente podemos afirmar que la función no tiene límite.

Una función tiene límite si ambos límites laterales existen y son iguales.



No hay un único valor al cual se aproxime la función por lo tanto el límite bilateral no existe.



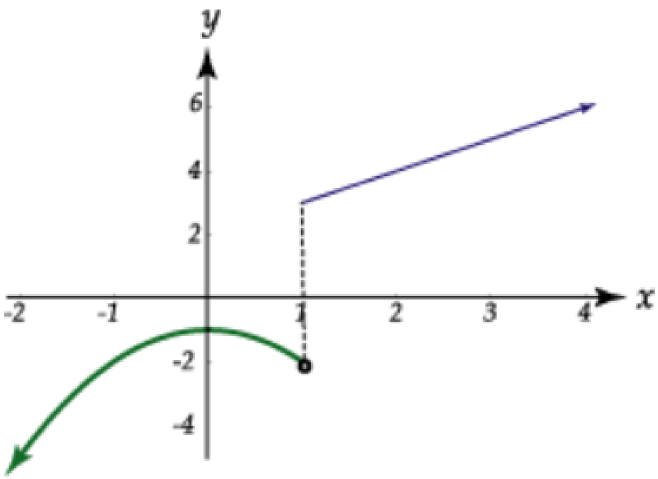
Esta función solo tiene límite lateral derecho.

$$\lim_{x \to 1+} f(x) = 2$$

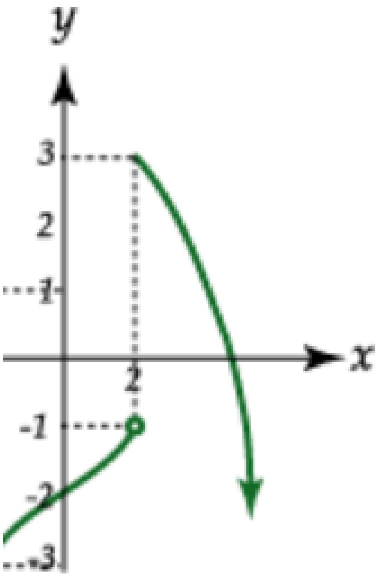
El límite lateral derecho de la función para x que tiende a 1 es igual a 2 y no existe el límite lateral izquierdo.

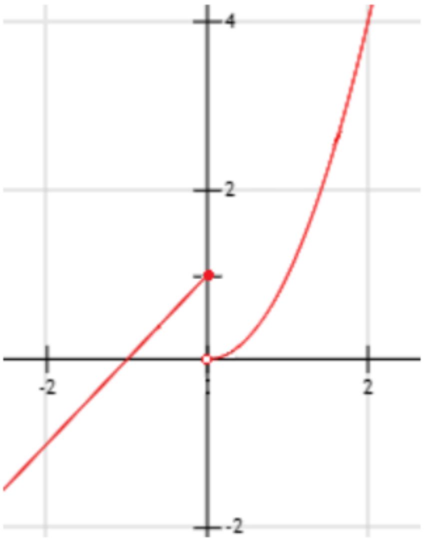
En consecuencia la función no tiene límite bilateral, es decir la función no tiene límite (queda implícito que la función no tiene límite bilateral)

La función no está definida para valores menores que 1, es decir que no está definida a la izquierda de 1.



La función es discontinua, y punto de discontinuidad se presenta para x=1

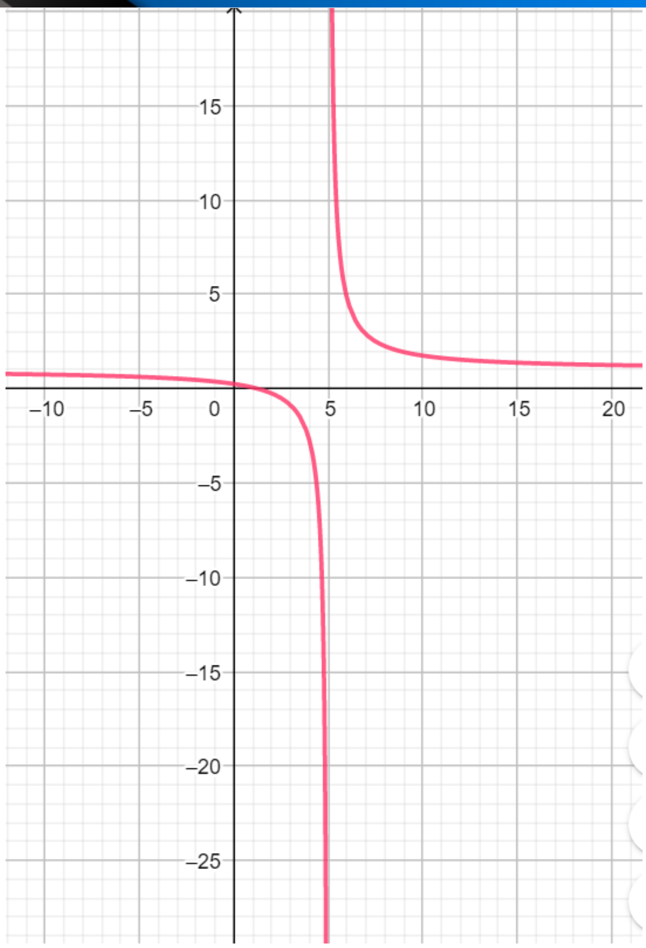




$$f(x) = \frac{4x - 5}{4\mathrm{x} - 20}$$

$$f(4{,}9999) = \frac{4(4{,}9999) - 5}{4(4{,}9999) - 20}$$

= -37499



Dominio: R – 5

$\lim_{x \to 5-} f(x) =$ -∞

$\lim_{x \to 5+} f(x) =$ +∞

Conclusión: La función $\frac{4x-5}{4x-20}$ no tiene límite bilateral, simplemente podermos expresar que la función no tiene límite porque el los límites laterales no coinciden.

∞

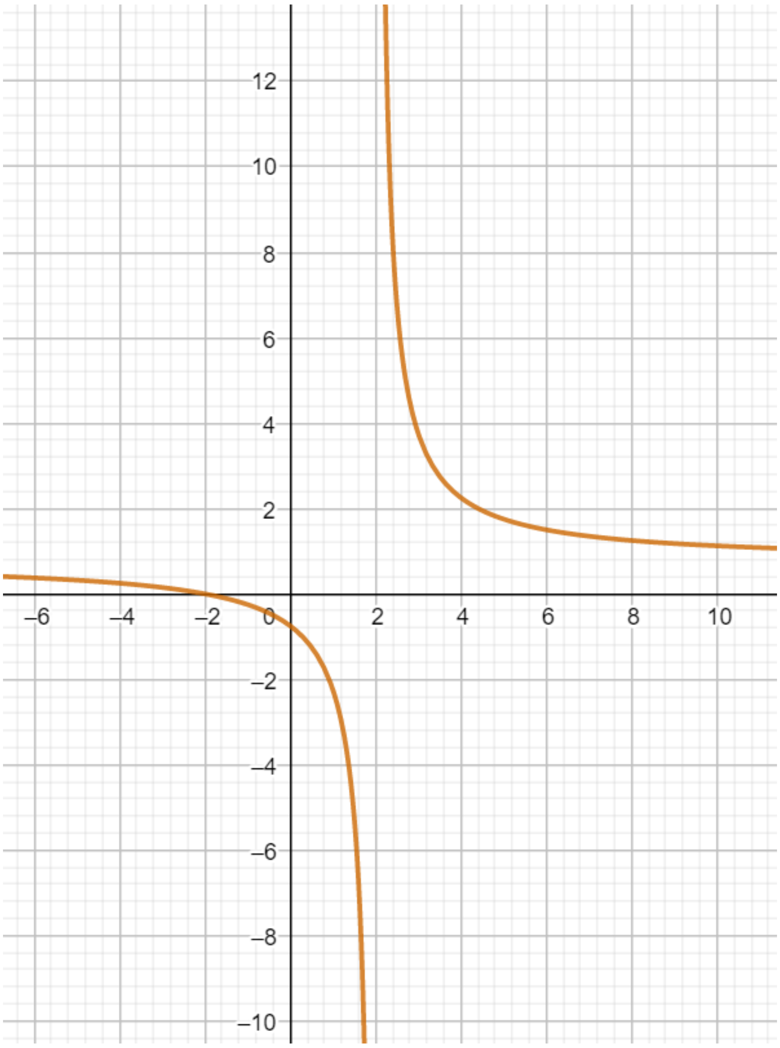
Límite lateral izquierdo: $\lim_{x \to 5-} \frac{4x-2}{4x-20}$= -∞

$$f(5{,}0001) = \frac{4(5{,}0001) - 5}{4(5{,}0001) - 20}$$

= 37501

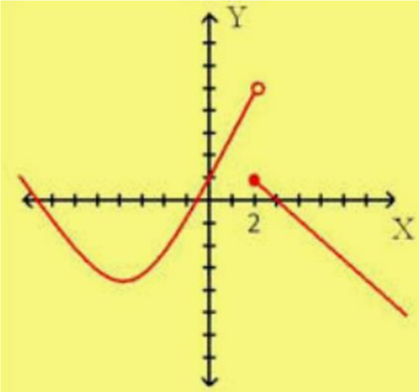
Límite lateral derecho: $\lim_{x \to 5+} \frac{4x-2}{4x-20}$= ∞

$f(x) = \frac{3x+6}{4x-8}$



Límite lateral izquierdo: $\lim_{x \to 2-} \frac{3x+6}{4x-8}$= -∞

Límite lateral derecho: $\lim_{x \to 2+} \frac{3x+6}{4x-8}$= ∞



Hallar el límite de la siguiente función:

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \frac{2^2-4}{2-2}$$

$$= \frac{4-4}{2-2}$$

$$= \frac{0}{0}$$

f(**2**) no está definida

Valores de la función cuando nos aproximamos a 2 por izquierda:

$$\frac{x^2-4}{x-2} = \frac{(1{,}9)^2-4}{1{,}9-2}$$

= 3,9

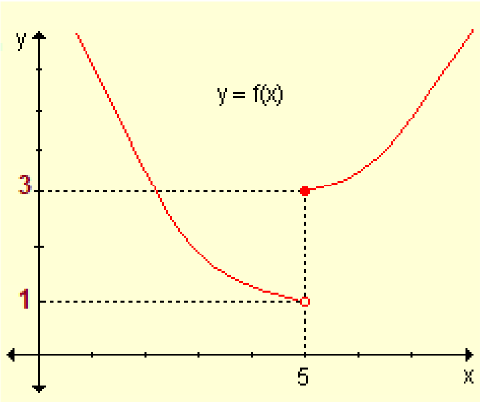
$$\frac{x^2-4}{x-2} = \frac{(1{,}95)^2-4}{1{,}95-2}$$

= 3,95

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$x^2 - 2^2 = (x + 2)(x - 2)$$

Límites laterales:



$$\lim_{x \to 5^-} f(x) = 1 \quad y \quad \lim_{x \to 5^+} f(x) = 3$$

$\lim\limits_{x \to 5-} f(x) = 1$ Es el límite lateral izquierdo de la función f(x) para x que tiende a 5. Es decir que es el límite de la función cuando nos aproximamos a x con valores menores. No está definida la función para x=5

El límite lateral izquierdo de la función f(x) para x que tiende a 5 es 1.

$\lim\limits_{x \to 5+} f(x) = 3$ Es el límite lateral derecho de la función f(x) para x que tiende a 5. el límite lateral derecho de la función f(x) para x que tiende a 5 es 3. Es decir, es el límite de la función cuando nos aproximamos a x con valores mayores. Existe la función para x=5. El valor de la función coincide con el valor del límite lateral derecho.

$\lim\limits_{x \to 5} f(x)$ El límite de la función no existe porque no coinciden el límite lateral izquierdo con el límite lateral derecho.

$$\lim_{x \to 5^-} f(x) = 1 \neq \lim_{x \to 5^+} f(x) = 3 \Rightarrow \lim_{x \to 5} f(x)$$

No existe el límite de la función para x que tiende a 5

El límite lateral izquierdo y el límite lateral derecho no coinciden, por lo tanto no existe el límite (o límite bilateral) de la función.

Tabla de valores de f para algunos valores de x aproximándose a 2.

x acencándose por la izquierda → ← x acencándose por la derecha

x	1,9	1,95	1,99	1,999	→	2	←	2,001	2,01	2,05	2,1
$f(x)$	3,9	3,95	3,99	3,999	→	?	←	4,001	4,01	4,05	4,1

Límite de la función para x que tiende a 2 es igual a 4, es decir que cuando x asume valores muy próximos a 2, la función asume valores muy cercanos 4.
Pero cuando x es exactamente igual a 2 la función no existe, no está definida.

Normalmente procedemos de manera abreviada

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{x-2}}$$ se factorizó

$$=\lim_{x\to 2}(x+2)$$ se canceló

$$=4$$ se obtuvo el límite por sustitución directa

$$\lim_{x\to -5}\frac{x^2\ +\ 10\mathrm{x}\ +\ 25}{x+5}$$

Trinomio cuadrado perfecto:

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$x^2 + 10x + 25 = x^2 + 10x + 5^2$

$= (x + 5)^2$

$$\lim_{x\to -7}\frac{x^2\ +\ 14\mathrm{x}\ +\ 49}{x+7}$$

Trinomio cuadrado perfecto:

$x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2$

Hallar el límite de las siguientes funciones:

$$1)\ \lim_{x\to 1}\frac{\mathbf{3x^2+2x-5}}{\mathbf{x-1}}=\frac{\mathbf{3.1^2+2.1-5}}{\mathbf{1-1}}$$

$$=\frac{0}{0}$$

$$La\ función\ no\ está\ definida\ para\ x\ igual\ a\ 1, por\ lo\ tanto\ la\ función\ no\ es\ continua.$$

Hallar de las raíces de la función cuadrática: $\mathbf{3x^2+2x-5}$

$\alpha_1 = 1$

$\alpha_2 = -5/3$

Posteriormente factorizamos la siguiente manera:

a(x- α_1)(x- α_2)=

1) $\lim_{x\to 1} \frac{3x^2+2x-5}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{3(x-1)(x-(-\frac{5}{3}))}{x-1}$

$=\lim_{x\to 1} 3(x+\frac{5}{3})$

$= 3(x+\frac{5}{3})$

= 3(8/3)

= 8

2) $\lim_{x\to -1} \frac{x^2+3x+2}{x^2-1}$

3) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-3x+2}$

4) $\lim_{x\to -3/2} \frac{4x^2-9}{2x+3} =$

5) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2}$

6) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-4x+3}{x^2-6x+5}$

7) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-4x+3}{9-x^2}$

8) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-4x+3}{x-3}$

9) $\lim_{x\to 4} \frac{x^2-3x-4}{x-4}$

10) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-2x-3}{x-3}$

11) $\lim_{x\to -2} \frac{2x^2+9x+10}{x+2}$

12) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x-3}$

13) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2-x-2}{x^2-4}$

14) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2-6x+5}{x^2-1}$

15) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{4x^2-20x+24}{x-2}$

16) $\lim\limits_{x\to -3} \frac{x^2+2x-3}{x+3}$

17) $\lim\limits_{x\to -4} \frac{2x^2+10x+8}{x+4}$

18) $\lim\limits_{x\to -3} \frac{x^2+2x-3}{x+3}$

19) $\lim\limits_{x\to -2} \frac{3x^2+3x-6}{x+2}$

20) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2-3x+2}{x-2}$

21) $\lim\limits_{x\to 4} \frac{4-x}{16-x^2}$

22) $\lim\limits_{x\to -2} \frac{3x^2+5x-2}{x^2-4}$

23) $\lim\limits_{x\to 3} \frac{-5x^2+13x+6}{x^2-9}$

24) $\lim\limits_{x\to 5} \frac{-x^2+2x+15}{x^2-25}$

25) $\lim\limits_{x\to -3} \frac{2x^2+4x-6}{x+3}$

26) $\lim\limits_{x\to -3} \frac{x^2-2x-15}{x+3}$

27) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2-3x+2}{x-1}$

27) $\lim\limits_{x\to -5} \frac{x^2+7x+10}{x+5}$

28) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$

29) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 - 1}{x + 1}$

30) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{5x^2+7x+2}{x+1}$

31) $\lim\limits_{x \to -5} \dfrac{x^2+3x-10}{x^2-25}$

32) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2-2x+1}{x-1}$

33) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{2x^2+3x-2}{x^2-4}$

34) $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{5x^2-15x-50}{x^2-25}$

35) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{5x^2-20x+15}{x^2-9}$

36) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^2+x}{5+x^2} =$

37) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{5x+x^2+x^3}{9+4x^3+12} = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{5x+x^2+1x^3}{9+4x^3+12}$

$$= \frac{5\infty+\infty^2+1\infty^3}{9+4\infty^3+12}$$

Indeterminaciones: $\dfrac{\infty}{\infty}$ $\qquad \dfrac{0}{0}$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{5x+x^2+1x^3}{9+4x^3+12} = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{5x}{x^3}+\frac{x^2}{x^3}+\frac{x^3}{x^3}}{\frac{9}{x^3}+\frac{4x^3}{x^3}+\frac{12}{x^3}} =$$

$x^1 : x^3 = x^{1-3}$

$= x^{-2}$

$= \left(\dfrac{x}{1}\right)^{-2}$

$= \left(\dfrac{1}{x}\right)^{2}$

$$=\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{x^2}}$$

$$x^1 : x^5 = x^{-3} = \left(\frac{x}{1}\right)^{-3}$$

$$= \left(\frac{1}{x}\right)^3$$

$$x^{-3} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{x^3}}$$

Ejemplos de transformación de una potencia con exponente negativo en una potencia con exponente positivo:

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{3}\right)^2$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{5}\right)^3$$

$$\left(\frac{2}{9}\right)^{-6} = \left(\frac{9}{2}\right)^6$$

$$\left(\frac{7}{1}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{7^2}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{5x}{x^3}+\frac{x^2}{x^3}+\frac{x^3}{x^3}}{\frac{9}{x^3}+\frac{4x^3}{x^3}+\frac{12}{x^3}} \quad \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{5x}{x^3}+\frac{x^2}{x^3}+\frac{x^3}{x^3}}{\frac{9x^0}{x^3}+\frac{4x^3}{x^3}+\frac{12}{x^3}} =$$

Resolución de los cocientes entre potencias de igual base:

$$x^1 : x^3 = x^{-2} = \left(\frac{x}{1}\right)^{-2}$$

$$= \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$= \frac{1}{x^2}$$

$$x^2 : x^3 = x^{-1} = \left(\frac{x}{1}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{1}{x}\right)^{1}$$

$$\operatorname{Lim}_{x\to\infty} \frac{\frac{5x}{x^3}+\frac{x^2}{x^3}+\frac{x^3}{x^3}}{\frac{9}{x^3}+\frac{4x^3}{x^3}+\frac{12}{x^3}} \quad = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{5}{x^2}+\frac{1}{x}+\frac{x^3}{x^3}}{\frac{9}{x^3}+\frac{4x^3}{x^3}+\frac{12}{x^3}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{5}{x^2}+\frac{1}{x}+1}{\frac{9}{x^3}+4+\frac{12}{x^3}}$$

$$= \frac{\frac{5}{\infty^2}+\frac{1}{\infty}+1}{\frac{9}{\infty^3}+4+\frac{12}{\infty^3}}$$

$$= \frac{\frac{5}{\infty}+\frac{1}{\infty}+1}{\frac{9}{\infty}+4+\frac{12}{\infty}}$$

$$= \frac{0+0+1}{0+4+0}$$

$$= \frac{1}{4}$$

$$38)\ \lim_{x\to\infty} \frac{3x^7+2x^3+4x}{8x^2+6x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{3x^7}{x^7}+\frac{2x^3}{x^7}+\frac{4x}{x^7}}{\frac{8x^2}{x^7}+\frac{6x}{x^7}}$$

$$= \frac{3+\frac{2}{\infty^4}+\frac{4}{\infty^6}}{\frac{8}{\infty^5}+\frac{6}{\infty^6}}$$

$$= \frac{3+\frac{2}{\infty}+\frac{4}{\infty}}{\frac{8}{\infty}+\frac{6}{\infty}}$$

$$= \frac{3+0+0}{0+0}$$

$$= \frac{3+0+0}{0+0}$$

$$= \frac{3}{0}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^7+2x^3+4x}{8x^2+6x} = \infty$$

39) $$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^4+2x^2+4x}{8x^7+6x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{3x^4}{x^7}+\frac{2x^2}{x^7}+\frac{4x}{x^7}}{\frac{8x^7}{x^7}+\frac{6x}{x^7}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{3}{x^3}+\frac{2}{x^5}+\frac{4}{x^6}}{8+\frac{6}{x^6}}$$

$$= \frac{\frac{3}{\infty^3}+\frac{2}{\infty^5}+\frac{4}{\infty^6}}{8+\frac{6}{\infty^6}}$$

$$= \frac{\frac{3}{\infty}+\frac{2}{\infty}+\frac{4}{\infty}}{8+\frac{6}{\infty}}$$

$$= \frac{0+0+0}{8+0}$$

$$= \frac{0}{8}$$

$= 0$

40) $$\lim_{x\to\infty} \frac{8x^9+x^2+5x^3}{7x^4+2x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{8x^9}{x^9}+\frac{x^2}{x^9}+\frac{5x^3}{x^9}}{\frac{7x^4}{x^9}+\frac{2x}{x^9}}$$

41) $$\lim_{x\to\infty} \frac{4x^3+2x^2+7x}{5x^7+3x^4} = \frac{4.\infty^3+2.\infty^2+7.\infty}{5.\infty^7+3.\infty^4}$$

Numerador: grado 3

Denominador: grado 7

El límite de una función fraccionaria cuando x tiende a

Infinito es igual a cero cuando el grado del numerador es

Menor que el grado del denominador.

$$=\frac{4.\infty+2.\infty+7.\infty}{5\infty+3.\infty}$$

$$=\frac{\infty+\infty+\infty}{\infty+\infty}$$

$$=\frac{\infty+\infty+\infty}{\infty+\infty}$$

$$=\frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{4x^3+2x^2+7x}{5x^7+3x^4}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{4x^3}{x^7}+\frac{2x^2}{x^7}+\frac{7x}{x^7}}{\frac{5x^7}{x^7}+\frac{3x^4}{x^7}}$$

En cada término resolvemos el cociente entre potencias de

Igual base:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{4x^3}{x^7}+\frac{2x^2}{x^7}+\frac{7x}{x^7}}{\frac{5x^7}{x^7}+\frac{3x^4}{x^7}}$$

$$x^3:x^7=x^{-4}=\left(\frac{x}{1}\right)^{-4}$$

$$=\left(\frac{1}{x}\right)^{4}$$

$$=\frac{1}{x^4}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{4x^3}{x^7}+\frac{2x^2}{x^7}+\frac{7x}{x^7}}{\frac{5x^7}{x^7}+\frac{3x^4}{x^7}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{4}{x^4}+\frac{2}{x^5}+\frac{7}{x^6}}{5+\frac{3}{x^3}}$$

$$=\frac{\frac{4}{\infty^4}+\frac{2}{\infty^5}+\frac{7}{\infty^6}}{5+\frac{3}{\infty^3}}$$

$$=\frac{\frac{4}{\infty}+\frac{2}{\infty}+\frac{7}{\infty}}{5+\frac{3}{\infty}}$$

$$=\frac{0+0+0}{5+0}$$

$=\frac{0}{5}$

$=0$

El límite de una función fraccionaria cuando x tiende a Infinito es igual a **cero** cuando el grado del numerador es **menor** que el grado del denominador.

El límite de una función fraccionaria cuando x tiende a Infinito es igual a **infinito** cuando el grado del numerador es **mayor** que el grado del denominador.

42) $\lim_{x\to\infty} \frac{8x^7+2x^6+3x}{14x^3+5x^2} = \infty$

43) $\lim_{x\to-4} [(1/3)^x + 32/x] = (1/3)^{-4} + 32/-4$

$= 3^4 + (-8)$

$= 81 - 8$

$= 73$

Transformamos una potencia de exponente negativo en una potencia de exponente positivo:

$(a/b)^{-n} = (b/a)^n$

Ejemplo: $(3/11)^{-4} = (11/3)^4$

44) $\lim_{x\to1} [(1/5)^x + \ln x]$

45) $\lim_{x\to-2} [(1/7)^x + 10/x]$

46) $\lim_{x\to-3} [(1/2)^x + 9/x]$

$\frac{c}{\infty} = 0 \quad \frac{0}{\infty} = 0 \quad \frac{\infty}{0} = \infty \quad \frac{\infty}{c} = \infty \quad \infty + c = \infty$

$\infty^{c} = \infty \quad \frac{c}{0} = \infty \quad \frac{c}{\infty} = 0$

$$\lim_{x \to 4} \frac{\boldsymbol{x^2-196}}{\boldsymbol{x-14}} = \lim_{x \to 4} \frac{(\boldsymbol{x+14})(\boldsymbol{x-14})}{\boldsymbol{x-14}}$$

$$= \lim_{x \to 4}(x+14)$$

= 14 + 14

= 28

Hallar el límite de las siguientes funciones (Respuestas)

1) $\lim_{x \to 1} \frac{\boldsymbol{3x^2+2x-5}}{\boldsymbol{x-1}}$ Respuesta: 8

2) $\lim_{x \to -1} \frac{\boldsymbol{x^2+3x+2}}{\boldsymbol{x^2-1}}$ Respuesta: -1/2

3) $\lim_{x \to 1} \frac{\boldsymbol{x^2+x-2}}{\boldsymbol{x^2-3x+2}}$ Respuesta: -3

4) $\lim_{x \to -3/2} \frac{\boldsymbol{4x^2-9}}{\boldsymbol{2x+3}}$ Respuesta: -6

5) $\lim_{x \to 2} \frac{\boldsymbol{x^2-4}}{\boldsymbol{x-2}}$ Respuesta: 4

6) $\lim_{x \to 1} \frac{\boldsymbol{x^2-4x+3}}{\boldsymbol{x^2-6x+5}}$ Respuesta: ½

7) $\lim_{x \to 3} \frac{\boldsymbol{x^2-4x+3}}{\boldsymbol{9-x^2}}$ Respuesta: 1/3

8) $\lim_{x \to 3} \frac{\boldsymbol{x^2-4x+3}}{\boldsymbol{x-3}}$ Respuesta: 2

9) $\lim_{x \to 4} \frac{x^2-3x-4}{x-4}$ Respuesta: 5

10) $\lim_{x \to 3} \frac{x^2-2x-3}{x-3}$ Respuesta: 4

$\lim_{x \to 3} \frac{x^2-2x-3}{x-3} = 0/0$ es una indeterminación

La función no está definida para x=3. El límite para x que tiende a 3 no coincide con el valor de la función para x=3

Calculamos las raíces: $x_1 = -1$ $x_2 = 3$
Factorizamos: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} = \lim_{x \to 3} \frac{1(x + 1)(x - 3)}{x - 3}$$

Simplificamos:

$$= \lim_{x \to 3} (x + 1)$$

Sustituimos x=3

= 3+1

= 4

11) $\lim_{x \to -2} \frac{2x^2+9x+10}{x+2}$ Respuesta: 1

12) $\lim_{x \to 3} \frac{x^2-9}{x-3} = \lim_{x \to 3} \frac{(x-3)(x+3)}{x-3}$

$$= \lim_{x \to 3} (x + 3)$$

= 3+3

= 6

Respuesta: 6 No es el valor que asume la función para x=3

La función no existe para x=3, por para x=3 obtenemos 0/0 que

es una indeterminación.

13) $\lim_{x \to 2} \frac{x^2-x-2}{x^2-4}$ Respuesta: ¾

14) $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-6x+5}{x^2-1}$ Respuesta: -2

15) $\lim_{x \to -6} x^2 + 4x - 15$

16) $\lim_{x \to -4} x^2 + 7x - 2 = (-4)^2 + 7(-4) - 2$

= 16-28-2

= -14

Cuando en el primer paso obtenemos el límite por sustitución directa, entonces el límite de la función coincide el valor de la función

$\lim_{x \to -4} [\ (1/3)^x + 32/x] = (1/3)^{-4} + 32/-4$

$= 3^4 + (-8)$

= 81 -8

=73

En este caso, al hacer la sustitución del valor de x no obtuvimos una Indeterminación (0/0, infinito/infinito) entonces hemos hallado el límite de la función dada.

Número/0= infinito siendo el número distinto de cero

Transformamos una potencia de exponente negativo en una potencia de exponente positivo:

$(a/b)^{-n} = (b/a)^n$

Ejemplos: $(3/11)^{-4} = (11/3)^4$

$(7/15)^{-6} = (15/7)^{6}$

$40^{1} = 40$

$(7/8)^{1} = 7/8$

1) $\lim_{x \to 1} [\,(1/5)^{x} + 3)] = \,(1/5)^{1} + 3$

=(1/5+3/1)

= (1+15)/5

=16/5

2) $\lim_{x \to -2} [\,(1/7)^{x} + 10/x)] = [(\,1/7)^{-2} + 10/(-2))]$

$=7^{2} + (-5)$

=49 -5

=44

3) $\lim_{x \to -3} [\,(1/2)^{x} + 9/x)] = \,(1/2)^{-3} + 9/(-3)$

$=2^{3} + (-3)$

=8-3

=5

4) $\lim_{x \to 1} \frac{\mathbf{3x^2+2x-5}}{\mathbf{x-1}} = \frac{\mathbf{3.1^2+2.1-5}}{\mathbf{1-1}}$

$=\frac{\mathbf{0}}{\mathbf{0}}$ indeterminación (no es el límite)

Calculamos las raíces:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

a= 3 b=2 c= -5

$x_1 = 1$ $x_2 = -5/3$

La factorización de la función cuadrática se realiza de la siguiente manera:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$
$$3x^2 + 2x - 5 = 3(x - 1)(x - (-5/3))$$
$$= 3(x - 1)(x + 5/3)$$

Comprobamos si obtuvimos correctamente las raíces:

$3.1^2 + 2.1 - 5 = 0$

$3(-\frac{5}{3})^2 + 2.(-\frac{5}{3}) - 5 = 3(25/9)+(-10/3)-5$

$=(25/3)-(10/3)-5$

$=(15/3)-5$

$=5-5$

= 0

Luego de obtener las raíces, factorizamos**:**

$$3x^2 + 2x - 5 = 3(x - 1)\,(x - (-5/3))$$
$$= 3(x - 1)\,(x + 5/3)$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{3x^2+2x-5}{x-1} = \lim_{x \to 1} \frac{3(x-1)\,(x+5/3)}{x-1}$$
$$= \lim_{x \to 1} 3(x+5/3)$$

Hacemos la sustitución de x:

$=3(1+5/3)$

$=3(8/3)$

$=8$

5) $\lim_{x \to -1} \frac{x^2+3x+2}{x^2-1}$

6) $\lim_{x \to 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-3x+2}$

7) $\lim_{x \to -3/2} \frac{4x^2-9}{2x+3}$

8) $\lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x-2}$

9) $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-4x+3}{x^2-6x+5}$

10) $\lim_{x \to 3} \frac{x^2-4x+3}{9-x^2}$

11) $\lim_{x \to 3} \frac{x^2-4x+3}{x-3}$

12) $\lim_{x \to 4} \frac{x^2-3x-4}{x-4}$

15) $\lim_{x \to -6} x^2 + 4x - 15 = (-6)^2 + 4(-6) - 15$

= 36-24-15

= -3

16) $\lim_{x \to -4} x^2 + 7x - 2 =$

Respuestas:

4) $\lim_{x \to 1} \frac{3x^2+2x-5}{x-1}$ Respuesta: 8

5) $\lim_{x \to -1} \frac{x^2+3x+2}{x^2-1}$ Respuesta: -1/2

6) $\lim_{x \to 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-3x+2}$ Respuesta: -3

7) $\lim_{x \to -3/2} \frac{4x^2-9}{2x+3}$ Respuesta: -6

8) $\lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x-2}$ Respuesta: 4

9) $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-4x+3}{x^2-6x+5}$ Respuesta: ½

10) $\lim_{x \to 3} \frac{x^2-4x+3}{9-x^2}$ Respuesta: 1/3

11) $\lim_{x \to 3} \frac{x^2-4x+3}{x-3}$ Respuesta: 2

12) $\lim_{x\to 4} \frac{x^2-3x-4}{x-4}$ Respuesta: 5

13) $\lim_{x\to -6} x^2+4x-15=(-6)^2+4(-6)-15$

= 36-24-15

= -3

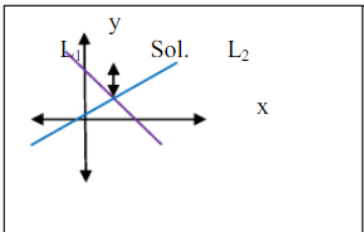
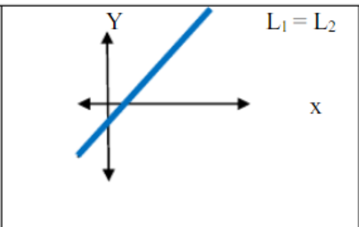
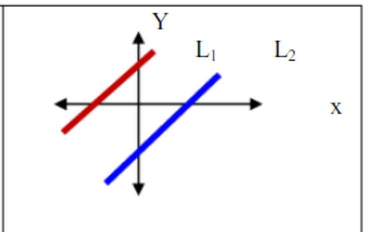
$(-6)^2 = (-6)(-6)$ =+36

Escriba aquí la ecuación.

14) $\lim_{x\to -4} x^2+7x-2=$

Respuesta: -14

En general, para el sistema $\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$ los casos posibles corresponden a alguna de las siguientes representaciones gráficas

		
Sistema Compatible ❖ Determinado: ❖ Una solución ❖ Las rectas se intersectan en un punto.	Sistema Compatible ❖ Indeterminado: ❖ Infinitas soluciones ❖ Las rectas son coincidentes	Sistema Incompatible: ❖ Sin solución ❖ Las rectas son paralelas ❖ No se intersectan

Se verifican en ellos, respectivamente, las siguientes relaciones entre los números a, b, c, d, e, f:

$\underbrace{\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}}$ 1 solución	$\underbrace{\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}}$ Infinitas soluciones	$\underbrace{\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}}$ Sin solución

Ejemplo : sin resolver, determine el nº de soluciones que tienen los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 6x - 4y = 14 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 5x + y = 3 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 3x + y = -2 \\ x + \frac{y}{3} = \frac{1}{3} \end{cases}$
$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; $\frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$; $\frac{7}{14} = \frac{1}{2}$ Infinitas soluciones	$\frac{3}{5} \neq \frac{-2}{1} \neq \frac{7}{3}$ Una única solución	$\frac{3}{1} = \frac{1}{\frac{1}{3}} \neq \frac{-2}{\frac{1}{3}}$ No tiene solución

ax + by = c

dx + ey = f

a/d = b/e = c/f → El sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones=Sistema compatible indeterminado= Las rectas coinciden (Tienen infinitos puntos en común)

14x + 6y = 4

84x + 36y = 24

(a/d=14/84) = (b/e=6/36) = (c/f=4/24) Sistema Compatible Indeterminado

0,16666 = 0,16666 = 0,166666 Tiene infinitas soluciones.

9x + 6y = 4

90x + 60y = 40

a/d = b/e ≠ c/f → El sistema de ecuaciones no tiene solución (Sistema incompatible, las rectas son paralelas, en consecuencia las rectas no tienen puntos en comun

7x + 5y = 15

42x + 30y = 20

a/d = b/e ≠ c/f

7/42= 5/30 ≠ 15/20

1/6 = 1/6 ≠ 3/4

0,166 = 0,166 ≠ 0,75

2x + 7y = 14

18x + 63y = 21

a/d ≠ b/e ≠ c/f → El sistema de ecuaciones tiene solución única (Sistema Compatible Determinado) en consecuencia las rectas tendrán un punto en comun

7x + 5y = 2

2x + 3y = 4

7/2 ≠ 5/3

2) $y= x^3 – 5. e^x$

y' = 3 x^2 - 5. e^x

5) y= x. $\sqrt{x}$

y = x . $x^{1/2}$

y = x^1 . $x^{1/2}$

y = $x^{3/2}$

y'= (3/2)$x^{(3/2)-1}$

y'= $\frac{3}{2}\, x^{\frac{1}{2}}$

y'= $\frac{3}{2}\sqrt{x}$

8) y= $\sqrt[3]{(x^2-5x+2)}$

y= $(x^2-5x+2)^{\frac{1}{3}}$

y= u^m

m= 1/3

y= $u^{m-1}.u'$

$u = x^2 - 5x + 2$

$u' = 2x - 5$

y'= $(x^2-5x+2)^{\frac{1}{3}-1}.(2x-5)$

y' = $(x^2-5x+2)^{\frac{-2}{3}}.(2x-5)$

y' =$\frac{1}{(x^2-5x+2)^{\frac{2}{3}}}.(2x-5)$

y' =$\frac{1}{\sqrt[3]{(x^2-5x+2)^2}}.(2x-5)$

y' =$\frac{2x-5}{\sqrt[3]{(x^2-5x+2)^2}}$

15) y= $x^5 \ln x$

y= u. v

y'= u'.v + u . v'

u=x^5 u'=5.x^{5-1} u'=5x^4

v= lnx v'=$\frac{1}{x}$

y'= u'.v + u . v'

y'= 5x^4.lnx + x^5. $\frac{1}{x}$

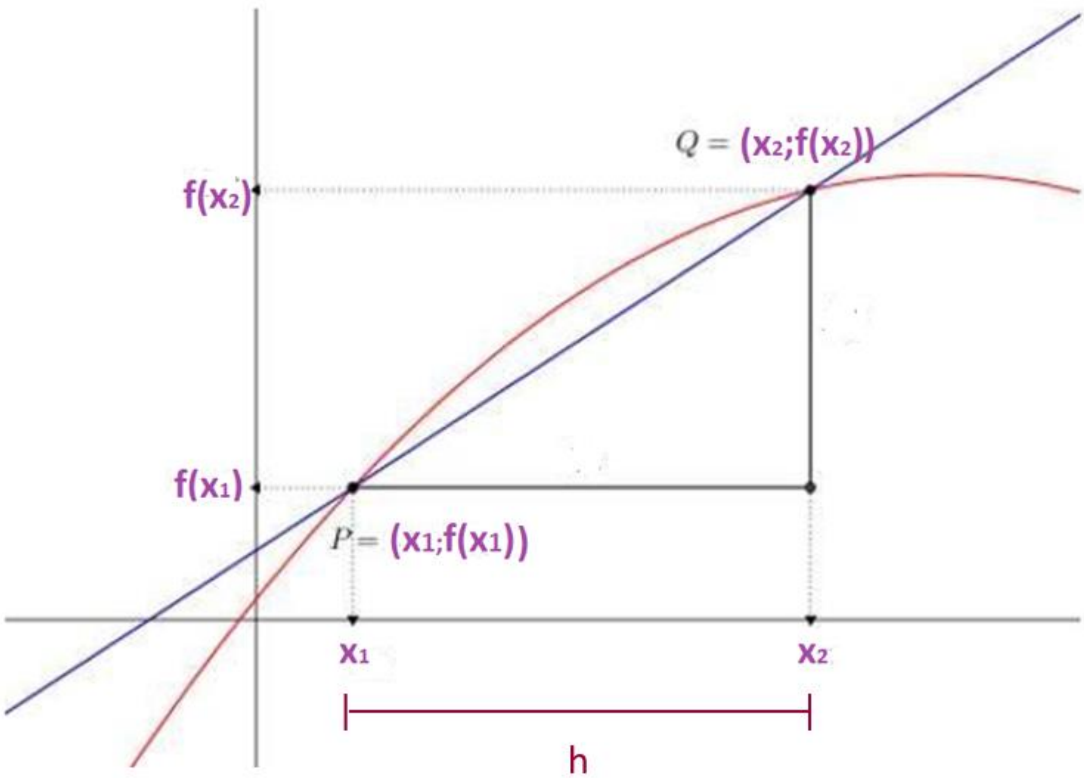
y'= 5x^4.lnx + x^4. x^1. $\frac{1}{x}$

y'= x^4(5.lnx +. x. $\frac{1}{x}$)

y'= x^4(5lnx + 1)

Derivada: Intepretación geométrica.

Hallar la pendiente de la recta tangente a $x^2 - 1$ que pasa por el punto (2; 3)



h: incremento sobre la variable x

x2= x1+ h

P (x_1; y_1) **Q(x_2; y_2)**

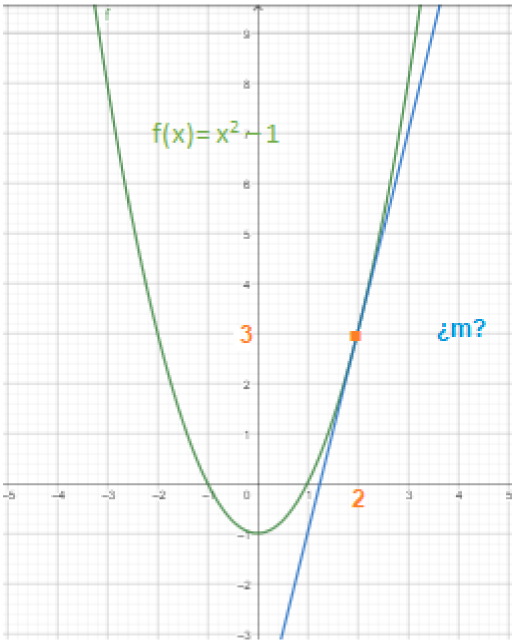
x_2= x_1 + h

h= incremento

A medida que los puntos P y Q se aproximan el incremento h disminuye acercándose a cero

Derivadas:

Hallar la pendiente de la recta tangente a $x^2 - 1$ que pasa por el punto (2; 3)



La recta tangente tiene un punto en común con la parábola

La derivada permite calcular la pendiente de la recta tangente a cierta función.

La derivada de una función y, es otra función que permite calcular la pendiente de cualquiera de las infinitas rectas tangentes a dicha función (por ejemplo y= x^2 -1)

Calcular la pendiente de la recta tangente a la función x^2 - 1

m: pendiente p: ordenada al origen

y= mx + p

m= $\frac{y2-y1}{x2-x1}$

m= $\frac{f(x2)-f(y1)}{x2-x1}$

x2 surge de aplicar un incremento h a x1

y´: derivada de la función y=x^2 - 1

$$y´=\lim_{h\to 0}\frac{y2-y1}{x2-x1}$$

$$y´=\lim_{h\to 0}\frac{f(x2)-f(x1)}{x2-x1}$$

$$y´= \lim_{h\to 0}\frac{f(x1+h)-f(x1)}{(x1+h)-x1}$$

En forma general:

$$\boxed{y´= \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}}$$

$$y´ = \lim_{h\to 0}\frac{[(x+h)^2-1]-[x^2-1]}{h}$$

$$y´ = \lim_{h\to 0}\frac{x^2+2xh+h^2-1-x^2+1}{h}$$

$$y´ = \lim_{h\to 0}\frac{[2xh+h^2]}{h}$$

(3+5)/2= 3/2+ 5/2

$$y´ = \lim_{h\to 0}\frac{2xh}{h}+\frac{h^2}{h}$$

$$y´ = \lim_{h\to 0}\frac{2xh}{h}+\frac{h^2}{h}$$

$h^2 : h^1 = h^{2-1}$

$= h^1$

$= h$

$$y' = \lim_{h \to 0} (2x + h)$$

Resolvemos el límite mediante el método de sustitución directa:

$y' = 2x + 0$ 2x es la derivada de $x^2 - 1$

$y' = 2x$ es la pendiente 2x es la fórmula que permite hallar la pendiente de cualquier recta tangente a la función y (la función y en este caso es $x^2 - 1$)

Al reemplazar en y´ a x por un valor obtengo la pendiente de una de las infinitas rectas tangentes a la función

2x es la derivada de la función $x^2 – 1$

m =2x Esta es la pendiente de las infinitas rectas tangentes a la función $x^2 – 1$

Si reemplazamos x= 2 en la 2x, en particular obtenemos la **pendiente** de la tangente de la función $x^2 – 1$ que pasa por el punto (x; y) (2; 3):

m =2x

m =2(2)

2 es la abscisa del punto en comun entre la recta y la función

m = 4 Es la pendiente de la recta tangente a $x^2 – 1$ que pasa por el punto (2; 3)

También es posible reconstruir la fórmula correspondiente a la recta tangente a $\mathbf{x^2 – 1}$:

y= **mx + p**

y= **4x + p**

Para hallar la ordenada al origen, reemplazamos las coordenadas del punto (2; 3)

en la función:

y= mx + p

3= 4(2) + p

3= 8 + p

p= 3 -8

p= -5 Ordenada al origen

Reconstruimos la fórmula correspondiente a la recta tangente a la parábola:

y= 4x -5 Es la fórmula de la recta tangente a la parábola que pasa por el punto de coordenadas (2; 3)

Hallar la derivada de:

$y= x^2 +(-1)$

Utilizando la Tabla de derivada $y= u + v$ $y´= u´ + v´$

$u=x^2$ $m=2$ $u=x^m$

$u´= 2x^{2-1}$

$u´= 2x^1$

$u´= 2x^1$

$u´= 2x$

$v= -1$ $v´=0$

$y= u - v$ $y´= u´ - v´$

$y= x^2 - 1$

$y´= 2x - 0$

$y´= 2x$

$y´= 2x$

La derivada de la función $x^2 - 1$ es $2x$

Ejercicios resueltos

1) $y = \ln (5x+1)$

$y = \ln u$ $y´= \frac{u´}{u}$

$u = 5x+1 \rightarrow u´= 5$

$y = \ln (5x+1) \rightarrow y´= \frac{5}{5x+1}$

2) $y = \ln(4+x^3)$

$y = \ln u \qquad y' = \frac{u'}{u}$

$u = 4 + x^3 \quad \rightarrow \quad u' = 0 + 3x^2$

$y = \ln(4 + x^3) \quad \rightarrow \quad y' = \frac{3x^2}{4+x^3}$

3) $y = \ln(2x + 7)$

$y = \ln u \qquad y' = \frac{u'}{u}$

$u = 2x + 7 \quad \rightarrow \quad u' = 2$

$y = \ln(2x + 7) \rightarrow \quad y' = \frac{2}{2x+7}$

4) $y = \ln(x^5 + 10x)$

$y = \ln u \qquad y' = \frac{u'}{u}$

$u = x^5 + 10x \quad \rightarrow \quad u' = 5x^4 + 10$

$y = \ln(x^5 + 10x) \quad \rightarrow \quad y' = \frac{5x^4 + 10}{x^5 + 10x}$

5) $y = \ln(6x^4 - 2x + 3)$

$y = \ln u$ $\quad$ $y' = \frac{u'}{u}$

$u = 6x^4 - 2x + 3 \rightarrow u' = 24x^3 - 2$

$u = l + m + n$

$u' = l' + m' + n'$

$l = 6x^4$ $\quad$ $l = c\,u$ $\quad$ $u = x^4$ $\quad$ $m=4$

$l' = 24x^3$ $\quad$ $u' = 4.\,x^3$

$m = -2x$ $\quad$ $m = cx$

$m' = -2$ $\quad$ $m' = c$

$n = 3$ $\quad$ $n' = 0$

$u' = l' + m' + n'$

$= 24x^3 + (-2) + 0$

$u' = 24x^3 - 2$

$y' = \frac{u'}{u}$ $\quad$ $y' = (24x^3 - 2) / (6x^4 - 2x + 3)$

y = ln ($6x^4 - 2x + 3$) → y´= $\frac{24x^3-2}{6x^4-2x+3}$

6) y = ln ($3x^7 + 5x - 2$)

y = ln u   y´= $\frac{u´}{u}$

u = $3x^7 + 5x - 2$ →   u´= $21x^6 + 5$

y = ln ($3x^7 + 5x - 2$) → y´= $\frac{21x^6+5}{3x^7+5x-2}$

7) y = ln ($14x - 8x^4 + 7$)

y = ln u   y´= $\frac{u´}{u}$

u = $14x - 8x^4 + 7$→   u´= $14 - 32x^3$

y = ln ($14x - 8x^4 + 7$) → y´= $\frac{14-32x^3}{14x-8x^4+7}$

8) y = $x^5 * ln\ x$

y = $u * v$ → y´= $u´ * v + u * v´$

u= x^5 → u´= $5x^4$ $v = lnx$ → v´= $\frac{1}{x}$

$y' = u' * v + u * v'$

$y = x^5 * \ln\ x \rightarrow y' = 5x^4 * \ln x + x^5 * \frac{1}{x}$

$y' = 5x^4 * \ln x + x^4 . 1$

$y' = x^4 . (5 * \ln x + 1)$

9) $y = \ln x * x^{4/3}$ Hallar la derivada

$y = u * v \rightarrow y' = u' * v + u * v'$

$u = \ln x \rightarrow u' = \frac{1}{x}$ $\qquad v = x^{4/3} \rightarrow v' = \frac{4}{3} * x^{1/3}$

$y = \ln x * x^{4/3} \rightarrow y' = \frac{1}{x} * x^{4/3} + \ln x * \frac{4}{3} * x^{1/3}$

10) $y = \ln x * tgx$

$y = u * v \rightarrow y' = u' * v + u * v'$

$u = \ln x \rightarrow u' = \frac{1}{x}$ $\qquad v = tgx \rightarrow v' = \frac{1}{cos^2 x}$

$y = \ln x * tgx \rightarrow y' = \frac{1}{x} * tgx + \ln x * \frac{1}{cos^2 x}$

11) $y = cosx * e^x$

y = $u * v \quad \rightarrow \quad$ y´= $u´ * v + u * v´$

u= $cosx$ → u´= -senx $\qquad v = e^x \rightarrow$ v´= e^x

12) y = $5x^7 * tgx$

y = $u * v \quad \rightarrow \quad$ y´= $u´ * v + u * v´$

u= $5x^7$ → u´= $35x^6$ $\qquad v = tgx \rightarrow$ v´= $\frac{1}{cos^2x}$

y = $5x^7 * tgx \quad \rightarrow \quad$ y´= $35x^6 * tgx + 5x^7 \frac{1}{cos^2x}$

13) y = senx $* (4x^9)$

y = $u * v \quad \rightarrow \quad$ y´= $u´ * v + u * v´$

u= senx → u´= $cosx$ $\qquad v = 4x^9 \rightarrow$ v´= $36x^8$

y = senx $* (4x^9) \rightarrow$ y´= $cosx * 4x^9 + senx\ 36x^8$

14) y = $(lnx)^9$

y = $u^m \quad \rightarrow \quad$ y´= $m * u^{m-1} * u´$

u= lnx → u´= $\frac{1}{x}$

y = $(lnx)^9$ $\rightarrow$ y´= $9(lnx)^{9-1} * \frac{1}{x}$

y´= $\frac{9(lnx)^8}{x}$

15) y = $(senx)^7$

y = u^m $\rightarrow$ y´= $m * u^{m-1} * u´$

u= senx $\rightarrow$ u´= cosx

y = $(senx)^7$ $\rightarrow$ y´= $7(senx)^{7-1} * cosx$

y´= $7(senx)^6 * cosx$

16) y = $(tgx)^5$

y = u^m $\rightarrow$ y´= $m * u^{m-1} * u´$

u= tgx $\rightarrow$ u´= $\frac{1}{cos^2x}$

y = $(tgx)^5$ $\rightarrow$ y´= $5(tgx)^{5-1} \frac{1}{cos^2x}$

y´= $\frac{5(tgx)^4}{cos^2x}$

17) y = $(cosx)^3$

y = u^m $\rightarrow$ y´= $m * u^{m-1} * u´$

u= cosx → u´= -senx

y = $(cosx)^3$ → y´= $3(cosx)^{3-1} * (-senx)$

y´= $3(cosx)^2 * (-senx)$

18) y = $(cosx)^3$

y = u^m → y´= $m * u^{m-1} * u´$

u= cosx → u´= -senx

y = $(cosx)^3$ → y´= $3(cosx)^{3-1} * (-senx)$

y´= $3(cosx)^2 * (-senx)$

19) y = $\frac{x^7}{cosx}$

y = $\frac{u}{v}$ → y´= $\frac{u´*v-u*v´}{v^2}$

u= x^7 → u´= $7x^6$ $v = cosx$ → v´= $-senx$

y = $\frac{x^7}{cosx}$ → y´= $\frac{7x^6*cosx - x^7*(-senx)}{(cosx)^2}$

20) y = $\frac{e^x}{3x^5}$

$y = \frac{u}{v} \rightarrow \quad y' = \frac{u' * v - u * v'}{v^2}$

$u = e^x \rightarrow u' = e^x \qquad v = 3x^5 \rightarrow v' = 15x^4$

$y = \frac{e^x}{3x^5} \rightarrow \quad y' = \frac{e^x * 3x^5 - e^x * 15x^4}{(3x^5)^2} \rightarrow$

$y' = \frac{e^x(3x^5 - 15x^4)}{9x^{10}}$

21) $y = \frac{tgx}{3x}$

$y = \frac{u}{v} \rightarrow \quad y' = \frac{u' * v - u * v'}{v^2}$

$u = tgx \rightarrow u' = \frac{1}{cos^2 x} \qquad v = 3x \rightarrow v' = 3$

$y = \frac{tgx}{3x} \rightarrow \quad y' = \frac{\frac{1}{cos^2 x} * 3x - tgx * 3}{(3x)^2} \rightarrow$

$y' = \frac{3(\frac{1}{cos^2 x} * x - tgx)}{9x^2}$

22) $y = \frac{senx}{4x^3}$

$y = \frac{u}{v} \rightarrow \quad y' = \frac{u' * v - u * v'}{v^2}$

u= $senx$ → u´= $cosx$ $v = 4x^3$ → v´= $12x^2$

$$y = \frac{senx}{4x^3} \rightarrow y' = \frac{cosx*(4x^3) - senx*(12x^2)}{(4x^3)^2} \rightarrow$$

$$y' = \frac{cosx*4x^3 - senx*12x^2}{16x^6}$$

23) $y = \frac{7x^9}{lnx}$

$$y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'*v - u*v'}{v^2}$$

u= $7x^9$ → u´= $63x^8$ $v = lnx$ → v´= $\frac{1}{x}$

$$y = \frac{7x^9}{lnx} \rightarrow y' = \frac{(63x^8)*(lnx) - 7x^9*(\frac{1}{x})}{(lnx)^2} \rightarrow$$

$$y' = \frac{(63x^8)*(lnx) - 7x^8}{(lnx)^2}$$

y=50 y´=0

y= 6 y'=0

y= 123 y´=0

Hallar la derivada de: $x^4 - 10x - 21$

y= $x^4 - 10x - 21$ y= u + v + w y'= u´ + v´ + w´

u= x^4
u´= $4x^{4-1}$
u´= $4x^3$

u= x^m
u´=mx^{m-1}

v= -10x v=cx
v´= -10 v´= c

w= -21 w´= 0

y'= u´ + v´ + w´

y'= $4x^3$ + (-10) + 0

y'= $4x^3$ -10

Hallar la derivada de:

1) y = $x^5 - 3x - 10$

2) y= $2x^5 + 4x - 5$

3) y = $3x^5 - 7x - 8$

Hallar la derivada de y= cos 6x

y= cos 6x y=cos u y´= (-sen u)u´

u=6x u=cx u´=c u´=6

y´= (-sen u)u´

y' = u´ (-sen u)

y´= 6 (-sen 6x) Es la pendiente de las infinitas rectas tangentes a la función: cos 6x

Derivada de y= sen 11x

y= sen 11x y= sen u y´= (cos u)u´

u=11x u=cx u´=11 u´=11

y´= (cos u)u´

y´= (cos 11x)11

y´=11 (cos 11x)

Hallar la derivada de y= $(7x+12)^{3/19}$ y= u^m y´= $m\, u^{m-1}\, u´$

m= 3/19

u= 7x +12

u´= 7 + 0 7 es la derivada de 7x 0 es la derivada de 12

u´= 7

y´= m . u^{m-1} u´

y´= $(3/19)\,(7x+12)^{(3/19)-1}\,(7)$

y´= $(21/19)\,(7x+12)^{(3/19)-1}$

y´= $(21/19)\,(7x+12)^{-16/19}$

Hallar la derivada de y= tg 12x

y= tg u y´= $\frac{u´}{cos^2 u}$

u=12x u=cx u´=12

y´= $\frac{\mathbf{12}}{\boldsymbol{cos^2 12x}}$

Hallar la derivada de tg 35x

Respuesta:

y´= $\frac{35}{cos^2 35x}$

Hallar la derivada de ln 61x

y= ln 61 x y= ln u y´= u´/ u

u=61x u=cx u´=61

y´= u´/ u

y´= 61/ 61x

y´= 1/x

2)y=$x^3 - 5.\, e^x$

3)y=$7 - 3^x$

$y=(x^5)^4 \quad y=(u)^n \quad y'=n\,(u)^{n-1}.u'$

$u=x^5$

$u'=5.\,X^4$

$y'=4.\,(x^5)^{4-1}5.\,X^4$

$=20.\,(x^5)^3.\,X^4$

$y=(x^7)^2$

Ejercicios de Derivadas de la guía:

2) $y=x^3-5.\,e^x$

$y'=3\,x^2-5.\,e^x$

5) $y=x.\,\sqrt{x}$

$y=x\,.\,x^{1/2}$

$y=x^{3/2}$

$y'=x^{(3/2)-1}$

$y'=\frac{3}{2}\,x^{\frac{1}{2}}$

$y'=\frac{3}{2}\,\sqrt{x}$

8) $y=\sqrt[3]{(x^2-5x+2)}$

$y=(x^2-5x+2)^{\frac{1}{3}}$

$y=u^m$

$y=u^{m-1}.u'$

$m=1/3$

$u=x^2-5x+2$

$u'=2x-5$

$y'=(x^2-5x+2)^{\frac{1}{3}-1}.(2x-5)$

y’ = $(x^2 - 5x + 2)^{\frac{-2}{3}}.(2x - 5)$

y’ =$\frac{1}{(x^2-5x+2)^{\frac{2}{3}}}.(2x - 5)$

y’ =$\frac{1}{\sqrt[3]{(x^2-5x+2)^2}}.(2x - 5)$

y’ =$\frac{2x-5}{\sqrt[3]{(x^2-5x+2)^2}}$

15) y= $x^5 lnx$

y= u. v

y’= u’.v + u . v’

u=x^5 u’=5.x^{5-1} u’=5x^4

v= lnx v’=$\frac{1}{x}$

y’= u’.v + u . v’

y’= 5x^4.lnx + x^5. $\frac{1}{x}$

y’= 5x^4.lnx + x^4. x^1. $\frac{1}{x}$

y’= x^4(5.lnx +. x. $\frac{1}{x}$)

y’= x^4(5lnx + 1)

y= 123 y´=0

Hallar la derivada de **x.x**$^{4/5}$

x^{1}**.x**$^{4/5}$**= x**$^{9/5}$

y´= $n.x^{n-1}$

n=9/5

y'= (9/5) $\mathbf{x}^{(9/5)-1}$

=(9/5) $\mathbf{x}^{4/5}$

Hallar la derivada de $\mathbf{x/x}^{2/11}$

Hallar la derivada de $\mathbf{(3x+5)}^{2/7}$

Hallar la derivada de $\mathbf{(3x+5)}^{2/7}$

Identificar la operación que permite obtener la matriz reducida por filas:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3/4 & 5 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

F1 + F2(-3/4)

$$\begin{bmatrix} 1 & 5/2 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

F1+F2(-5/2)

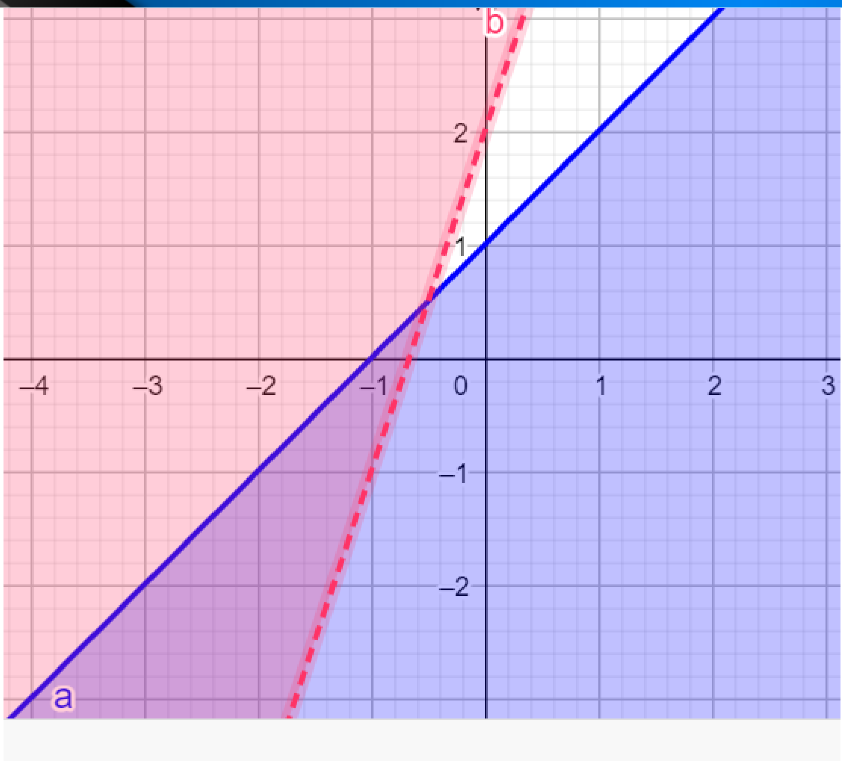
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 9 \\ -7 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 11 \\ 4/3 & 1 & -5 \end{bmatrix}$$

Sistemas de inecuaciones:

$y \leq x + 1$

$y > 3x + 2$



Ordenada al origen: 1 corresponde al punto (0; 1)

0= x + 1

X= -1 raíz corresponde al punto (-1; 0)

y= 3x + 2

Ordenada al origen: 2 corresponde al punto (0; 2)

0= 3x + 2

X= -2/3 raíz corresponde al punto (-2/3; 0)

¿Cuál punto satisface al siguiente sistema de inecuaciones?

y > 3x – 4 Para representar gráficamente esta inecuación, como primer paso debe trazarse la recta, a su vez la recta representa a una ecuación lineal, que en este caso es: y=3x-4

(x; y) (2; 2)

y > 3x – 4

2   3.2 – 4

2= 2 No se cumple la relación entonces el punto (2; 2) no satisface la inecuación.

x < -2

(-4; 1)

(2; -1)

(-1; 2)

(-3; 2)

En $x \leq -2$ (-2 está incluido)

¿Cuál punto satisface al siguiente sistema de inecuaciones?

$y < 3x - 5$ Para todos los puntos que pertenecen al semiplano trazado se satisface esta relación “menor que”

$y=3x-5$ Para todos los puntos que pertenecen a la recta se satisface la igualdad

$x < 2$

(1; -3)

(1; 1)

(1; -2)

(1; -5)

¿Cuál punto satisface al siguiente sistema de inecuaciones?

$y < 3x - 5$

$x < 5$

$y < 4x + 3$

(2; -3)

(1; -1)

(1; -2)

(3; -1)

$y < 3x - 5$

La recta asociada es:

$y=3x-5$ Delimita el semiplano que representa a la inecuación

$y > 3x - 5$

$x<-2$

2 > 3.(-1) -5

2 > -3-5

2> -8 si se verifica

-1 < -2 no se verifica

(-1; 2)   Satisface solo a la primera inecuación por lo tanto no satisface al sistema de inecuaciones.

Temas del Segundo Parcial:

Límites

Derivadas

Diferenciales

Análisis gráfico de límites laterales

Clasificación de Sistemas de ecuaciones lineales

Método de Gauss Jordan

Inecuaciones

09-06: Devolución del Segundo Parcial y clase sobre:

Integrales.

Máximos y mínimos.

16-06: Actividad Práctica

23-06: Recuperatorio de Actividades Prácticas y consultas.