UTN
Facultad Regional Córdoba

TUP

Tecnicatura Universitaria en Programación

ELEMENTOS DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA

Unidad Temática N°2: Programación Lineal

Guía

2° Año – 3° Cuatrimestre

Índice

Programación Lineal

Ejercicio N° 1

Una fábrica de juguetes está planificando su producción para el día del niño.

Para fabricar un auto son necesarios 7 kg. de plástico y 4 hs. de mano de obra.

Para fabricar una moto son necesarios 2 kg. de plástico y 3 hs. de mano de obra.

Se dispone de 30 kg. de plástico y de 10 hs. de mano de obra.

Por cada auto se obtiene una ganancia de 4 unidades monetarias y por moto se obtiene una ganancia de 6 unidades monetarias.

Determinar la cantidad de autos y de motos que deben producirse para obtener la máxima ganancia a través del Método Gráfico de Programación Lineal.

Resolución:

Organizamos los datos en una tabla:

Productos / **Insumo**	Autos	Motos	Disponibilidad de insumos
Plástico	7	2	30
Mano de obra	4	3	10
Ganancia unitaria	4	6	

Variables Principales:

x_1: cantidad de autos que deben fabricarse

x_2: cantidad de motos que deben fabricarse

Función Objetivo: $z = 4x_1 + 6x_2$

Sistema de restricciones:

Plástico (P): $7x_1 + 2x_2 \leq 30$

M (mano de obra): $4x_1 + 3x_2 \leq 10$

A continuación planteamos el correspondiente **Sistema de Ecuaciones.**
Para cada ecuación se cumple que la cantidad de insumo utilizada es igual que la cantidad de insumo disponible. Es decir que por cada ecuación se verifica la siguiente igualdad:

cantidad de insumo utilizada **=** cantidad de insumo disponible

Plástico (P): $7x_1 + 2x_2 = 30$
M (mano de obra): $4x_1 + 3x_2 = 10$

Por cada insumo obtenemos el par de puntos necesario para trazar cada recta:

Insumo **Plástico (P)**

La ecuación **P**: $7x_1 + 2x_2 = 30$
estará representada por una recta que llamaremos recta **"P"**.

Se obtienen los dos puntos correspondientes a la recta **"P":**

Obtenemos el punto **(x_1; 0):**

En la ecuación **P**: $7x_1 + 2x_2 = 30$ reemplazamos la coordenada nula que es x_2:

$7x_1 + 2 * \mathbf{0} = 30 \rightarrow \quad 7x_1 = 30$

Se despeja x_1:

$x_1 = 30/7 \rightarrow \quad x_1 = \mathbf{4{,}29}$

(4,29; 0) Es el punto en el cual la recta **"P"** corta al eje horizontal.

Se obtiene el punto **(0; x_2):**

En la ecuación **P**: $7x_1 + 2x_2 = 30$ se reemplaza la coordenada nula que es x_1:

$7*\mathbf{0} + 2x_2 = 30 \rightarrow \quad 2x_2 = 30$

Despejamos x_2:

$X_2 = 30/2 \rightarrow \quad x_2 = \mathbf{15}$

(0; 15) Es el punto en el cual la recta **"P"** corta al eje vertical

Ya es posible trazar la recta **"P",** pero previamente se obtiene el par de puntos para la recta correspondiente al insumo **M (mano de obra)**:

<u>Insumo **M (mano de obra)**</u>

La ecuación **M (mano de obra)**: $4x_1 + 3x_2 = 10$ estará representada por una recta que se llamará recta **"M".**

Se hallan los dos puntos correspondientes a la recta **"M".**

Se obtiene el punto **(x_1; 0)**

En la ecuación **M**: $4x_1 + 3x_2 = 10$ se reemplaza la coordenada nula que es x_2:

$4x_1 + 3*\ \mathbf{0} = 10 \rightarrow 4x_1 = 10$

Despejamos x_1:

$x_1 = 10/4 \rightarrow \quad x_1 = \mathbf{2{,}5}$

(2,5; 0) Es el punto en el cual la recta **"M"** corta al eje horizontal.

Se obtiene el punto **(0; x_2):**

En la ecuación **M**: $4x_1 + 3x_2 = 25$ se reemplaza la primera coordenada nula que es x_1:

$4*\ \mathbf{0} + 3x_2 = 10 \rightarrow \quad 3x_2 = 10$

Se despeja x_2:

$x_2 = 10/3 \rightarrow \quad x_2 = \mathbf{3{,}3}$

(0; 3,3) Es el punto en el cual la recta **"M"** corta al eje vertical

En resumen, se obtuvo el par de puntos para las rectas **"P"** y **"M"**:

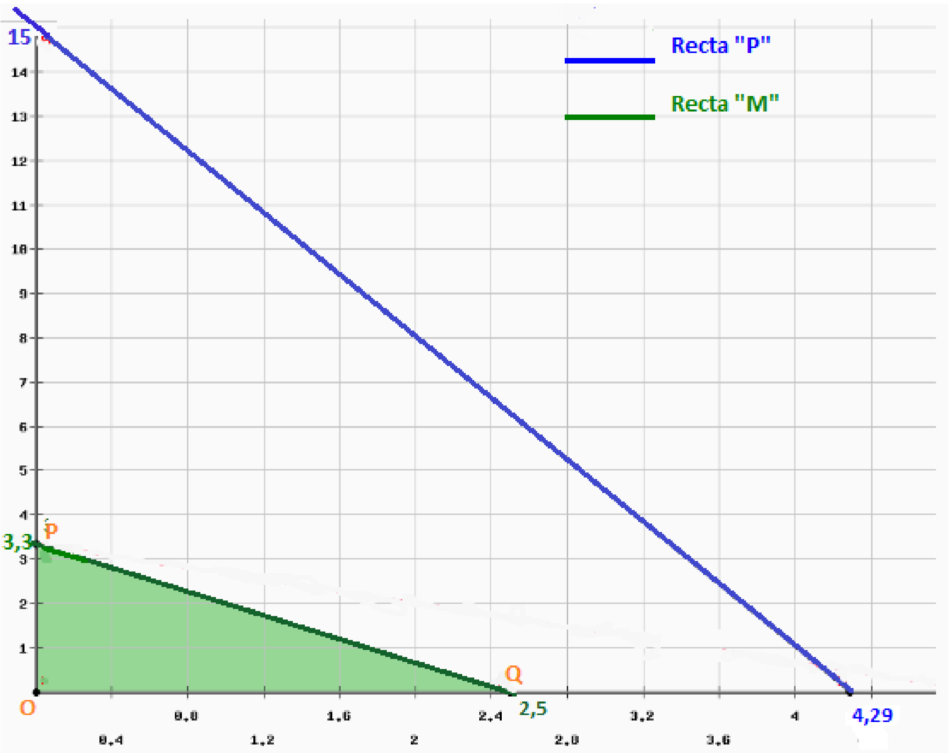
Recta	(x_1; 0)	(0; x_2)
"P"	**(4,29; 0)**	**(0; 15)**
"M"	**(2,5; 0)**	**(0; 3,3)**

A continuación se trazan las rectas **"M"** y **"P"** y posteriormente se traza el semiplano por debajo de la **Recta "P"** y el semiplano por debajo de la **Recta "M"**:

Sistema de ecuaciones:

Recta "P": $7x_1 + 2x_2 = 30$

Recta "M": $4x_1 + 3x_2 = 10$



Recta	(x_1; 0)	(0; x_2)
Recta "P"	**(4,29; 0)**	**(0; 15)**
Recta "M"	**(2,5; 0)** **Vértice Q**	**(0; 3,3)** **Vértice P**

Se identifica el vértice que representa la **solución óptima**:

Para averiguarlo deben reemplazarse las coordenadas de cada vértice en la **Función Objetivo**: $z = 4x_1 + 6x_2$

Vértice	(x_1; x_2)	**Función Objetivo**: $z = 4x_1 + 6x_2$
O	(0; 0)	z = 4*0 + 6*0 = 0
P	**(0; 3,3)**	z = 4*0 + 6***3,3** = **19,8 Máxima Ganancia**
Q	**(2,5; 0)**	z = 4***2,5** + 6*0 = 10

La solución óptima está representada gráficamente por el **vértice** al cual le corresponde la **Máxima Ganancia**.

En el caso planteado la **solución óptima** corresponde al vértice **P** y sus coordenadas indican la cantidad que debe fabricarse de cada producto para obtener la máxima ganancia:

El vértice **P** es el punto de coordenadas **(0; 3,3)**

x_1 = 0 Cantidad de autos que deben producirse

x_2 = **3,3** Cantidad de motos que deben producirse

Solución Óptima → vértice **P** **(0; 3,3)**

Conclusión:

Para obtener la máxima ganancia que es de 19,8 unidades monetarias deben fabricarse 0 autos y ninguna moto.

Ejercicio N° 2

Una fábrica textil se dedica a la producción de cortinas y manteles. Para fabricar una cortina son necesarios 4 metros de tela y 7 horas de mano de obra, mientras que para fabricar un mantel son necesarios 5 metros de tela y 2 horas de mano de obra. Se dispone de 11 metros de tela y 10 horas de mano de obra. Por cada cortina se obtiene una ganancia de $2 y por cada mantel se obtiene una ganancia de $3.

1) Identificar las variables principales e indicar su significado.
2) Plantear la Función Objetivo.
3) Plantear el sistema de restricciones en relación a los insumos utilizados.
4) Identificar las variables slacks e indicar su significado.
5) Plantear el sistema de ecuaciones con el agregado de las variables slacks.
6) Indicar la cantidad total de variables, la cantidad de variables básicas y la cantidad de variables no básicas.
7) Obtener la solución óptima utilizando el Método Simplex.
8) Indicar el valor de cada variable en la solución óptima.
9) Indicar cuál es la máxima ganancia.
10) Obtener la conclusión final en relación a la solución óptima.

Ejercicio N° 3

Una fábrica de juguetes está planificando su producción para el día del niño.
Para fabricar un auto son necesarios 7 kg. de plástico y 4 hs. de mano de obra.
Para fabricar una moto son necesarios 2 kg. de plástico y 3 hs. de mano de obra.
Se dispone de 30 kg. de plástico y de 10 hs. de mano de obra.
Por cada auto se obtiene una ganancia de 4 unidades monetarias y por moto se obtiene una ganancia de 6 unidades monetarias.
Determinar la cantidad de autos y de motos que deben producirse para obtener la máxima ganancia.

Ejercicio N° 4

La fábrica "Electrohome" se dedica a producir dos tipos de cocina: eléctricas y a gas. Para producir una cocina eléctrica son necesarias 5 horas de montaje y 6 horas de pintura. Para producir una cocina a gas son necesarias 2 horas de montaje y 3 horas de pintura. El beneficio de una cocina eléctrica es de 15 unidades monetarias, en tanto que el beneficio de una cocina a gas es de 45 unidades monetarias. Se dispone de 22 horas de montaje y 12 horas de pintura.

a) Indicar cuáles son las variables principales del problema y el significado tiene cada una de ellas.
b) Plantear la función objetivo.
c) Plantear el sistema de restricciones.
d) Indicar cuáles son las variables slacks y el significado tiene cada una de ellas.
e) Obtener la solución óptima a través del Método Simplex, indicar previamente cuántas variables nulas y cuántas básicas tendrán la/s soluciones exploradas
f) Indicar cuáles son los valores de cada variable en la solución óptima.

g) Redactar un informe final que incluya: cantidad que debe fabricarse de cada tipo de producto, máxima ganancia, cantidad utilizada de cada tipo de insumo y cantidad sobrante de cada tipo de insumo.

Ejercicio N° 5

La fábrica “Winterclim” se dedica a producir calefactores a gas y calefactores eléctricos. Para producir un calefactor a gas son necesarias 2 horas de ensamblaje y 3 horas de pulido. Para producir una calefactor eléctrico son necesarias 5 horas de ensamblaje y 8 horas de pulido. Se dispone de 26 horas de ensamblaje y 12 horas de pulido.

El beneficio de un calefactor a gas es de 11 unidades monetarias, en tanto que el beneficio de un calefactor eléctrico es de 42 unidades monetarias.

a) Indicar cuáles son las variables principales del problema y el significado tiene cada una de ellas.
b) Plantear la función objetivo.
c) Plantear el sistema de restricciones.
d) Indicar cuáles son las variables slacks y qué significado tiene cada una de ellas.
e) Obtener la solución óptima a través del Método Simplex, indicar previamente cuántas variables nulas y cuántas básicas tendrán la/s soluciones exploradas
f) Indicar cuáles son los valores de cada variable en la solución óptima.
g) Redactar un informe final que incluya: cantidad que debe fabricarse de cada tipo de producto, máxima ganancia, cantidad utilizada de cada tipo de insumo y cantidad sobrante de cada tipo de insumo.

Ejercicio N° 6

La fábrica “Freshair” se dedica a producir ventiladores de techo y ventiladores de pie. Para producir un ventilador de techo son necesarios 3 minutos de montaje y 7 minutos de pintado. Para producir un ventilador de pie son necesarios 6 minutos de montaje y 9 minutos de pintado. El beneficio de un ventilador de techo es de 13 unidades monetarias, en tanto que el beneficio de un ventilador de pie es de 46 unidades monetarias. Se dispone de 29 horas de montaje y 18 de pintado.

a) Indicar cuáles son las variables principales del problema y el significado tiene cada una de ellas.
b) Plantear la función objetivo.
c) Plantear el sistema de restricciones.
d) Indicar cuáles son las variables slacks y qué significado tiene cada una de ellas.
e) Obtener la solución óptima a través del Método Simplex, indicar previamente cuántas variables nulas y cuántas básicas tendrán la/s soluciones exploradas
f) Indicar cuáles son los valores de cada variable en la solución óptima.

g) Redactar un informe final que incluya: cantidad que debe fabricarse de cada tipo de producto, máxima ganancia, cantidad utilizada de cada tipo de insumo y cantidad sobrante de cada tipo de insumo.

Ejercicio N° 7

Idem. que el Ejercicio N° 1 pero debe resolverse utilizando el Método Simplex.

Ejercicio N° 8

Idem. que el Ejercicio N° 2 pero debe resolverse utilizando el Método Simplex.

Ejercicio N° 9

Idem. que el Ejercicio N° 3 pero debe resolverse utilizando el Método Simplex.

Ejercicio N° 10

Idem. que el Ejercicio N° 4 pero debe resolverse utilizando el Método Simplex.

Ejercicio N° 11

Idem. que el Ejercicio N° 5 pero debe resolverse utilizando el Método Simplex.

Ejercicio N° 12

Idem. que el Ejercicio N° 6 pero debe resolverse utilizando el Método Simplex.