Integral de una función:

Es la operación inversa de la derivada.

Integrar es el proceso recíproco de derivar, es decir, dada una función f(x), busca aquellas funciones F(x) que al ser derivadas conducen a f(x).

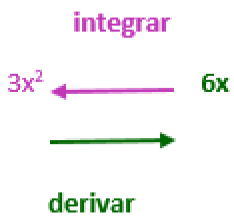
F(x)´= f(x)

La integral de f(x) es otra función $F(x)$ tal que la derivada de $F(x)$ es f(x)

Cuál es la función $F(x)$ que al derivarla dio f(x)? No es solo una función

$\int f(x)dx = F(x)$+c

La derivada de la integral es igual a f(x)



¿Cuál es la función que al derivar nos da por resultado 6x?

$\int 6x\, dx = 3x^2$ + C

¿Por qué se agrega el valor C ?

Porque la integral de 6x es igual a $3x^2$ más o menos cualquier valor real.

Ejemplos:

La derivada de $3x^2 + 5$ es 6x

La derivada de $3x^2 - 10$ es 6x

Entonces, ¿cuál es la función que al derivarla dio 6x?

La función es $3x^2 + C$

Esa función de la cuál 6x es la derivada se denomina integral o primitiva.

Entonces F(x)= $3x^2 + C$ es la integral o primitiva de la función f(x)= 6x porque al derivar $3x^2 + C$ obtenemos 6x

$\int 6x\, dx = 3x^2 + C$

La integral de la función 6x diferencial de x es $3x^2 + C$

Para obtener la integral de una función podemos recurrir a la Tabla de Integrales y a la aplicación de las propiedades de las integrales:

$$\int 6x\, dx =$$

La integral de una constante por una función es igual a la constante por la integral de una función:

$$\int 6x\, dx = 6 \int x^1\, dx$$

$$= 6 * \frac{x^{1+1}}{1+1} + c$$

$$= 6 * \frac{x^2}{2} + c$$

$\int 6x\, dx = 3x^2 + C$ Así obtenemos la Integral Indefinida.

Integrales definidas:

Se utilizan calcular el área comprendida entre la curva que representa gráficamente a f(x) y un segmento del eje de abscisas comprendido entre los valores a y b.

$$\int_a^b f(x)\, dx = F(b) - F(a)$$

La integral de f(x) valuada en x igual al límite superior de la integral que es b menos la integral de f(x) valuada en x igual al límite inferior de la integral que es a

$\int_1^3 (2x^2 - 3x + 5)dx=$

La integral de una suma algebraica de funciones es igual a la suma de las integrales de cada función:

$\int_1^3 2x^2\,dx + \int_1^3 (-3x)\,dx + \int_1^3 5\,dx=$

En los dos primeros términos aplicamos la segunda propiedad:

La integral de una constante por una función es igual a la constante por la integral de la función:

$2\int_1^3 x^2\,dx - 3\int_1^3 x\,dx + \int_1^3 5\,dx=$

En los dos primeros términos tenemos $\int x^n\,dx= \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

$(2*\frac{x^{2+1}}{2+1} - 3*\frac{x^{1+1}}{1+1} + 5x)\ |_1^3=$

$(2*\frac{x^3}{3} - 3*\frac{x^2}{2} + 5x)\ |_1^3= (2*\frac{3^3}{3} - 3*\frac{3^2}{2} + 5*3)- (2*\frac{1^3}{3} - 3*\frac{1^2}{2} + 5*1)$

$= (2*\frac{27}{3} - 3*\frac{9}{2} + 15)- (2*\frac{1}{3} - 3*\frac{1}{2} + 5)$

$= (\frac{54}{3} - \frac{27}{2} + 15)- (\frac{2}{3} - \frac{3}{2} + 5)$

$= 18 - \frac{27}{2} + 15 - \frac{2}{3} + \frac{3}{2} - 5)$

$= 28 -12 - \frac{2}{3}$

$= 16 - \frac{2}{3}$

$\int_1^3 (2x^2 - 3x + 5)dx= \frac{46}{3}$

Ejercitación:

Ejercicio N° 1:

$$\int_{1}^{2}(x^2-5x-3)dx=$$

Respuesta: $\frac{-49}{6}$

Ejercicio N° 2:

$$\int_{-3}^{2}(3x^2-5x)dx=$$

Respuesta: $\frac{95}{2}$

Ejercicio N° 3:

$$\int_{-3}^{-1}(2x+5)dx=$$

Respuesta: 2

Ejercicio N° 4:

$$\int_{-2}^{0}(6x^2-8x)dx=$$

Respuesta: 32