

V21 Optisches Pumpen

Magnus Tipp
m.tipp@hotmail.com

Lukas Weise
lukas.weise@tu-dortmund.de

Durchführung: 02.11.2016, Abgabe: 11.11.2016

1 Theorie

In dem durchgeführten Versuch wird die Methode des optischen Pumpens verwendet, um durch Erreichen einer Besetzungsinversion Rückschlüsse auf einige Eigenschaften der Rubidium-Isotope ^{85}Rb und ^{87}Rb zu ermöglichen. Von Interesse ist dabei die durch den Zeeman-Effekt hervorgerufene Aufspaltung der Energieniveaus in der Elektronenhülle der betrachteten Isotope. Rubidium besitzt als Alkalimetall ein Valenzelektron. Da die Drehimpulse abgeschlossener Schalen sich kompensieren, koppeln Spin und Drehimpuls dieses Elektrons zum Gesamtdrehimpuls $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ der Elektronenhülle. Zusätzlich bewirkt der nicht verschwindende Kernspin I des Rb eine Hyperfeinstrukturaufspaltung (im Folgenden beschrieben mit Quantenzahl $F \in [|J - I|, J + I]$) sowie eine vektorielle Kopplung des Kernspins mit \vec{J} zum Gesamtdrehimpuls des Atoms $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$. Voraussetzung hierfür sind hinreichend schwache Magnetfelder. Die magnetischen Momente der verschiedenen Drehimpulse können zu einem magnetischen Moment μ_F zusammengefasst werden

$$\mu_F = \sqrt{F(F+1)} g_F \mu_B . \quad (1)$$

Hier entspricht μ_B dem Bohrschen Magneton und g_F dem sich ergebenden Lande-Faktor

$$g_F \approx g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} , \quad (2)$$

welcher aus den verschiedenen Lande-Faktoren von Kern- und Elektronenspin sowie Winkelbeziehungen resultiert. Der Lande-Faktor der Elektronenhülle beträgt für \vec{J}

$$g_J = \frac{3.0023 J(J+1) + 1.0023 (S(S+1) - L(L+1))}{2 J(J+1)} . \quad (3)$$

Die Wechselwirkung des magnetischen Moments μ_F mit einem externen Magnetfeld \vec{B} erzeugt abhängig von Ausrichtung des Gesamtdrehimpulses \vec{F} eine weitere, als Zeeman-Effekt bezeichnete, Aufspaltung der Energieniveaus. Dabei kann sich \vec{F} nicht beliebig zu \vec{B} einstellen, sondern unterliegt einer Richtungsquantelung, welche durch $M_F \in [-F, F]$ ganzzahlig charakterisiert wird. Für $\Delta M_F = 1$ folgt bei Anlegen von B eine Energiedifferenz der Niveaus

$$U = g_F \mu_B B . \quad (4)$$

Die durch (4) gegebene Energiedifferenz soll experimentell ermittelt werden. Dazu sind Übergänge zwischen zwei Niveaus mit $\Delta M_F = 1$ erforderlich. Um diese bei Messungen beobachten zu können, muss eine nach Boltzmann-Verteilung nicht thermische Besetzung der Niveaus erreicht werden. Im durchgeführten Experiment wird dazu das Gasvolumen der Rb-Atome mit rechts-zirkular polarisiertem Licht bestrahlt, welches das Energieintervall aller Übergänge des Drehimpulses von $S \rightarrow P$ mit $J = 1/2$ für das Valenzelektron überdeckt. Aufgrund der Polarisierung müssen zudem alle Übergänge die Auswahlregel $\Delta M_F = +1$ erfüllen. Spontane Emissionen finden bei Übergängen $P \rightarrow S$ in relevanter Anzahl statt, können jedoch zwischen Hyperfeinstrukturniveaus oder Zeeman-Niveaus vernachlässigt werden. Da sowohl für Grundzustand als auch für

den erzeugten, angeregten Zustand gilt $J = 1/2$, wird sich die Besetzung des Grundzustand S mit $F = M_F = J + I$ auf Kosten der anderen Niveaus von S erhöhen. Die Auswahlregel $\Delta M_F = +1$ kann dort nicht erfüllt werden, optisches Pumpen ist nicht möglich. Um das beschriebene Niveau wieder zu entleeren und Übergänge zwischen den Zeeman-Niveaus zu erzeugen, wird der Effekt der stimulierten Emission verwendet. Folglich müssen Photonen eingestrahlt werden, welche

$$E_{Ph} = hf = g_F \mu_B B \quad (5)$$

erfüllen bzw. der durch (4) gegebenen Energiedifferenz entsprechen (RF-Quanten). Das zu einer Frequenz f passende Magnetfeld kann anhand der transmittierten Lichtintensität aufgefunden werden. Ist der Zustand, von dem aus kein optisches Pumpen möglich ist, in größter Anzahl besetzt nimmt die Absorptionswahrscheinlichkeit deutlich ab. Wird durch induzierte Emission der Zustand entleert, können Absorptionen wieder stattfinden und die Transmission sinkt. Zusätzlich kann die Auswahlregel nicht erfüllt werden, wenn die Gesamtfeldstärke $B = 0$ beträgt, da unter dieser Bedingung der Zeeman-Effekt zum Erliegen kommt und folglich kein optisches Pumpen möglich ist. Auch dies zeigt sich in einem Rückgang der Transmission. Um bei Messungen mehrere Werte zu erhalten, können somit B und f variiert werden. Hierbei müssen bei stärkeren B -Feldern Terme höherer Ordnung in der Zeeman-Aufspaltung berücksichtigt werden

$$U = g_F \mu_B B + g_F^2 \mu_B^2 B^2 \frac{1 - 2M_F}{\Delta E_{Hy}} , \quad (6)$$

wobei (6) für benachbarte M_F gilt und ΔE_{Hy} die Energiedifferenz zwischen zwei Hyperfeinstruktur-niveaus angibt. Weitere Effekte treten beim aus- und einschalten des Feldes zur Erzeugung der stimulierten Emission auf. Es kann die Zeitspanne ermittelt werden, nach welcher bei abschalten der stimulierten Emission die Sättigung erreicht wird. Dazu muss das anliegende B -Feld mit der Frequenz der Photonen für das zu untersuchende Isotop entsprechend (4) abgestimmt sein. Der anzunehmende Verlauf folgt dem einer Exponentialfunktion

$$I = a \cdot \exp(-lt) . \quad (7)$$

Wird wieder mit einer Einstrahlung von Photonen passender Frequenz nach (4) begonnen, sinkt die Transparenz des Rb-Gases nicht sofort auf den bei langer Einstrahlung erreichten Wert ab, sondern zeigt eine abnehmende Oszillation um diesen. Ursache dieses Effekts sind Präzessionen des Gesamtdrehimpulses \vec{F} um die magnetischen Komponenten B_{RF} der eingestrahlten RF-Quanten (Rabi-Präzession). Die Frequenz der Präzession beträgt

$$f_r = g_F \frac{\mu_B}{h} B_{RF} \quad (8)$$

und ist somit einer Funktion der B_{RF} -Feldstärke.

2 Aufbau und Durchführung

Mit Hilfe des optischen Pumpverfahrens soll eine Messung der Zeeman-Aufspaltung bei Rubidiumisotopen durchgeführt werden. Die Rubidiumisotope befinden sich bei dem Ver-

such in einer abgedichteten, lichtdurchlässigen Kammer. Zur Zeeman-Aufspaltung der Hyperfeinstruktur der Rubidiumisotope wird ein Magnetfeld benötigt. Zudem muss eine Verzerrung der Messwerte durch den Einfluss des Erdmagnetfelds bestmöglich vermieden werden. Es werden drei Helmholtzspulen verwendet, deren Stromfluss und somit ihre magnetische Flussdichte separat variiert werden kann. Man verwendet eine Vertikalfeld-Spule ($N = 20$; $R = 11.735\text{cm}$), eine Horizontalfeld-Spule ($N = 154$; $R = 15.79\text{cm}$), sowie eine Sweep- bzw. Modulationsfeldspule ($N = 11$; $R = 16.39\text{cm}$). Über eine Spektrallampe wird die Dampfkammer mit Photonen bestrahlt, was zu einer Anregung der Rubidiumisotope führt. Um den erwünschten Pumpvorgang und die daraus resultierende Besetzungsinversion zu erreichen, wird das von der Spektrallampe ausgehende Licht vor Eintritt in die Kammer parallel gestellt, frequenziell gefiltert, zirkularpolarisiert und verzögert. An einer Sammellinse wird zunächst ein paralleler Strahlengang erzeugt. Zur Filterung des von der Spektrallampe emittierten Frequenzspektrums wird ein D_1 -Filter verwendet, durch welchen nur Licht der Wellenlänge 794.8nm transmittiert. Diese Wellenlänge bzw. Energie entspricht der D_1 -Linie des Rubidiumspektrums, welche zwischen dem $^2S_{1/2}$ -Niveau und dem $^2P_{1/2}$ -Niveau liegt. Durch das Filtern werden somit Übergänge zwischen weiteren Energieniveaus der Feinstrukturebene unterbunden. Die Polarisation des Lichts, ermöglicht es eine Besetzungsinversion innerhalb der Zeeman-Niveaus des Grundniveaus ($l = 1$) zu erreichen. Die Polarisation erfolgt sowohl durch die Dichroismuseigenschaft des Polarisationsfilters, sowie durch die Verzögerung von bestimmt polarisiertem Licht bezüglich einer festen Achse durch die $\frac{\lambda}{4}$ -Platte. Die aus der Dampfkammer austretenden Photonen treffen erneut auf eine Sammellinse und werden auf einen Lichtdetektor fokussiert. Dieser ist über einen Verstärker mit einem Oszilloskopen verbunden. Der Verstärker sorgt für eine verzerrungsfreie Verstärkung der messbaren Spannung. Zum Aufheben der Besetzungsinversion mittels induzierter Emission, wird im Versuch die Dampfkammer von einem frequenzvariablen Hochfrequenzfeld (RF-Feld) durchsetzt. Dieses wird von einer RF-Spule erzeugt. In den Resonanzstellen bricht die Transparenz der Kammer für das von der Spektrallampe ausgehende Licht ein, da es wieder zu einem Anstieg der Photonenabsorption kommt. Die Messung der Resonanzstellen der Rubidiumisotope gibt somit Aufschluss über die Zeeman-Niveaus und ist ein Kernbestandteil der durchzuführenden Messungen. Damit in der Absorptionskammer ein für die Messungen idealer Dampfdruck herrscht, wird die Kammer über einen Ofen beheizt. Eine schematische Darstellung des Versuchsaufbaus ist im Folgenden noch einmal in einer Skizze zusammengefasst.

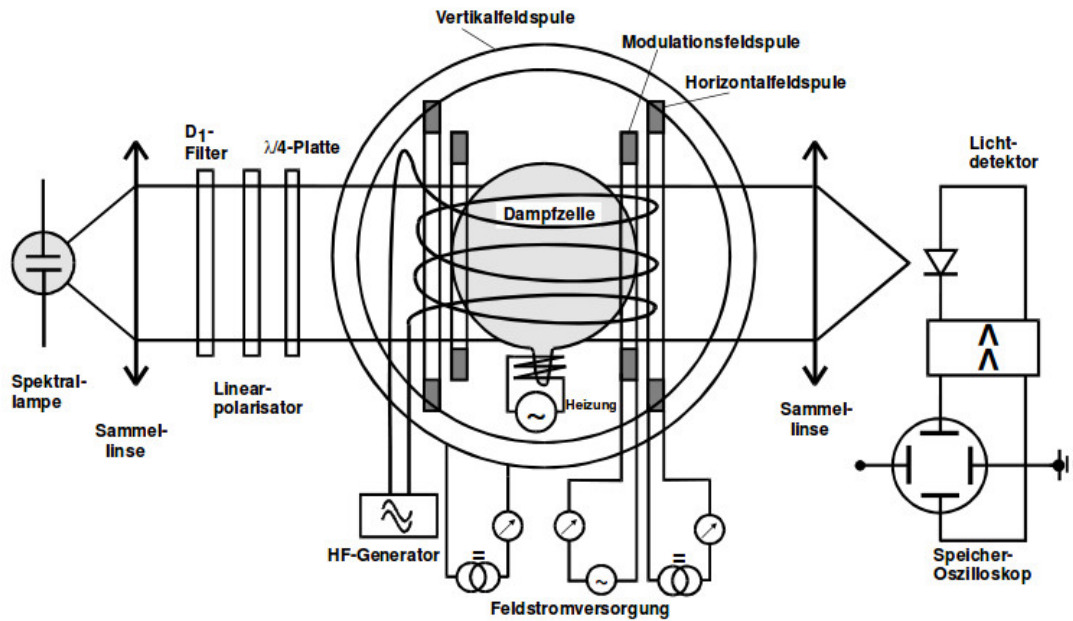


Abbildung 1: Schematische Darstellung des zur Messung verwendeten Versuchsaufbaus. [3]

2.1 Justieren des Strahlenganges und Kompensation des lokalen Erdmagnetfeldes

Vor Beginn der eigentlichen Messungen muss zunächst der Strahlengang justiert und ausgerichtet werden. Hierzu ist die Dampfkammer auf einer Schiene befestigt auf welcher sich die einzelnen optischen Bauelemente mittels Reitern verschieben und arretieren lassen. Nach dem Einschalten der Spektrallampe werden zunächst die Sammellinsen auf die Reiter gesteckt. Der Strahlengang wird mit der ersten Linse auf den Eintrittsbereich der Dampfkammer ausgerichtet und mit der zweiten Linse auf den Photodetektor fokussiert. Anschließend wird der Filter, der Polarisator und die $\frac{\lambda}{4}$ -Platte dem Versuchsaufbau hinzugefügt. Der von der Photodiode gemessene Strom wird über ein Galvanometer angezeigt. Die Anordnung der einzelnen optischen Bauelemente wird so gewählt, dass ein maximaler Strom messbar wird. Durch das Einstellen eines Offsets lässt sich der Ausschlag der Galvanometernadel anpassen, sodass auch bei einem maximalen Ausschlag eine weitere Justierung ermöglicht wird. Neben der Justierung des Strahlenganges muss das lokale Erdmagnetfeld bestmöglich kompensiert werden, da dieses Auswirkungen auf die Zeeman-Aufspaltung und somit auf die Genauigkeit der Messwerte hat. Es ist notwendig, sowohl die Horizontalkomponente als auch die Vertikalkomponente des Erdmagnetfelds zu minimieren oder auszugleichen. Die Horizontalfeldkomponente des Erdmagnetfeldes lässt sich durch das Ausrichten der optischen Achse des Versuchsaufbaus parallel oder antiparallel zu dessen Feldlinien ausgleichen. Eine grobe Ausrichtung kann mit Hilfe eines Kompasses vorgenommen werden. Die Kompensation der Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes erfolgt mit der Vertikalfeldspule. Zunächst wird mit

der Modulationsfeldspule ein Magnetfeld erzeugt, welches eine Zeeman-Aufspaltung der Hyperfeinstruktur ermöglicht. Der Spulenstrom, welcher proportional zur Stärke des erzeugten B-Felds ist, wird auf die X-Ablenkung eines Oszilloskops gegeben. Die von der Photodiode ausgehende Spannung legt man auf die Y-Ablenkung und beide Kanäle werden auf DC-Kopplung eingestellt. Das Oszilloskop zeigt im YX-Modus einen Nulldurchgang an, bei welchem keine Zeeman-Aufspaltung stattfindet. Durch das Erzeugen eines magnetischen Vertikalfeldes, ausgehend von der Vertikalfeldspule, wird versucht die Linienbreite des Nulldurchgangs bestmöglich zu verringern, sodass sich die Vertikal-komponente des Erdmagnetfeldes und das angelegte Vertikalfeld gegenseitig aufheben. Diese Methode ermöglicht zugleich eine Messung der Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes. Zur Umrechnung der Stromstärke in die magnetische Flussdichte B wird die nachfolgende Formel verwendet.

$$B = \mu_0 \frac{8 \cdot N \cdot I}{\sqrt{125} \cdot l} \quad (9)$$

Diese gilt für die magnetische Flussdichte im Inneren einer Helmholtzspule [2]. Dabei beschreibt μ_0 die magnetische Feldkonstante, N die Windungszahl und l die Länge des Leiters, welche sich aus der Windungszahl und dem Radius der jeweiligen Helmholtzspule berechnen lässt. Der Stromfluss durch die Vertikalfeldspule und die Anordnung der optischen Achse bleibt für die nachfolgenden Messungen unverändert.

2.2 Messung der Resonanzstelle der Rubidiumisotope

Wie bereits beschrieben wurde, lässt sich die Zeeman-Aufspaltung der Hyperfeinstruktur der Rubidiumisotope durch die Messung von Resonanzstellen bestimmen. Mit einer RF-Spule wird die Dampfkammer von einem Hochfrequenzfeld durchsetzt. Die Frequenz des RF-Felds wird während der einzelnen Messungen konstant gehalten. Durch die Variation der magnetischen Flussdichte des von der Sweep-Spule erzeugten Magnetfeldes wird der Abstand zwischen benachbarten Zeeman-Niveaus gemäß (4) verändert. In den Resonanzstellen kommt es, aufgrund von Resonanz der Energiedifferenz benachbarter Zeeman-Niveaus und der Energie der RF-Quanten, zu induzierter Emission. Dies hat zur Folge, dass die Transparenz der Kammer abnimmt und die von der Photodiode an das Oszilloskop geleitete Spannung einbricht. Die Belegung der Oszilloskopeneingänge wurde von der Kompensation des lokalen Erdmagnetfeldes unverändert beibehalten. Durch die Änderung des Spulenstroms der Sweep-Spule am Potentiometer lassen sich die Resonanzstellen der beiden Rubidiumisotope einstellen. Die entsprechenden Stromstärken werden notiert. Die Messung der Resonanzstellen wird für zehn unterschiedliche Frequenzen der RF-Spule zwischen 100 kHz – 1 MHz wiederholt. Die Schrittweite zwischen den Frequenzen beträgt 100 kHz. Es ist zu beachten, dass ab einer Frequenz von 200 – 300 kHz ein zusätzliches Horizontalfeld zugeschaltet werden muss, um die Resonanzstellen zu erzeugen. An die Horizontalfeldspule wird hierzu eine Sinusspannung ($f = 100 \text{ kHz}$ $A = 4 \text{ V}$) angelegt. Ein Einbruch der Transparenzkurve kann auch bei dem Zusammenfallen der Zeeman-Niveaus in der Nullstelle beobachtet werden. In der Nullstelle kommt es zu

einem Ausgleich des Horizontalfeldes und der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes. Die Vermessung der Nullstelle ermöglicht also eine zusätzliche Bestimmung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes. Die notierten Stromstärken der Resonanzstellen lassen sich zunächst mit der Formel (9) in die zugehörigen magnetischen Flussdichten umrechnen. Aus diesen werden anschließend die zu bestimmenden Landschen g_F -Faktoren der betrachteten Übergänge und der Kernspin I errechnet.

2.3 Abschätzung des Isotopenverhältnisses

Aus den Amplituden der Resonanzstellen der Rubidiumisotope soll das Isotopenverhältnis bestimmt werden. Die Frequenz der RF-Spule wird hierzu auf 100kHz eingestellt. Der Versuchsaufbau wird entsprechend der vorherigen Messung der Resonanzstellen übernommen. Die Amplituden werden anhand der Skalen des Oszilloskops abgelesen. Die Güte der Messung lässt sich durch einen Vergleich mit dem in der irdischen Natur vorkommenden Rubidiumisotopenverhältnis beurteilen.

2.4 Messung des zeitlichen Verlaufs von induzierter Emission und der Rabi-Präzession

Im Vergleich zu den vorherigen Messungen soll in dieser Messung der zeitliche Verlauf der induzierten Emission betrachtet werden. Hierzu stellt man zunächst eine der Resonanzstellen bei $R_f = 100\text{kHz}$ ein, sodass induzierte Emission durch das RF-Feld stattfindet. Der Spulenstrom der Sweepspule wird anschließend nicht mehr verändert. Bei dieser Messung wird kein zeitlich konstantes RF-Feld verwendet, sondern ausgehend von einem Funktionsgenerator, an die RF-Spule eine Rechteckspannung angelegt. Die Frequenz der Rechteckspannung wird auf 5Hz eingestellt und ihre Amplitude zwischen $[0-5]\text{V}$. Zusätzlich wird die vom Funktionsgenerator ausgegebene Rechteckspannung auf einen Kanal des Oszilloskops gegeben. Die Spannung der Photodiode wird auf den zweiten Kanal des Oszilloskops gelegt und das Oszilloskop auf YT-Modus umgeschaltet. Am Oszilloskop lassen sich der zeitliche Verlauf der Isotopenanregung und der der induzierten Emission bis zu ihren Sättigungswerten beobachten. Das Oszilloskop bietet hierbei die Möglichkeit einer zeitlichen Mittlung, wodurch Oszillationen in der ansteigenden Flanke weggemittelt werden können. Die am Oszilloskop eingehende Spannung von der Photodiode lässt sich als Datensatz in Abhängigkeit der Zeit auf einem USB-Stick abspeichern. Zusätzlich lassen sich Screenshots der aufsteigenden Flanke abspeichern. An die Messwerte soll in der Auswertung die in der Theorie angenommene Exponentialfunktion gefittet werden. Des Weiteren soll noch die Rabi-Präzession betrachtet werden. Der Versuchsaufbau wird hierzu analog zu der vorherigen Messung verwendet. Da jedoch jetzt die abfallende Flanke betrachtet wird, muss der Trigger von positiv auf negativ geschaltet werden. Gemessen wird die Periodendauer der Oszillation der Photospannung, um den Sättigungswert beim Einschalten des RF-Feldes, welche durch die Rabi-Präzession ausgelöst wird. In der Auswertung soll die Periodendauer T gegen die vom Funktionsgenerator ausgegebene Spannungsamplitude aufgetragen werden. Die Periodendauer lässt sich mit Hilfe der Cursor-Funktion des Oszilloskops vermessen. Die Messung wird für

10 verschiedene Spannungsamplituden des Spektrums $[0.5 - 10]\text{V}$ durchgeführt. Beide Messungen sind jeweils für beide Resonanzstellen analog durchzuführen.

3 Auswertung

3.1 Kompensation des vertikalen Erdmagnetfelds

Damit bei Versuchsdurchführung die Zeeman-Aufspaltung nur noch vom anliegenden Horizontalfeld abhängt, muss zunächst die lokale Vertikalkomponente des Erdmagnetfelds ausgeglichen werden. Es wird das in Abschnitt 2.1 beschriebene Vorgehen befolgt und entsprechend der Strom I_v der Vertikalfeldspule auf eine minimale Linienbreite eingestellt. Anhand des erhaltenen Wertes $I_v = 0.242\text{ A}$ sind mit (9) Rückschlüsse auf die Stärke der Vertikalkomponente möglich

$$B_v = 37.09\text{ }\mu\text{T}.$$

Zur Auswertung wird als Wert der magnetischen Feldkonstante $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ verwendet [5]. Der erhaltene Wert weicht wenig von dem herangezogenen Literaturwert $B_{v,\text{lit}} = 45.013\text{ }\mu\text{T}$ ab [4].

3.2 Energiedifferenzen der Zeeman-Aufspaltung

Um die Energiedifferenzen der Zeeman-Aufspaltung zu ermitteln, werden Photonen konstanter Frequenz f in die Dampfzelle eingestrahlt und die horizontalen Magnetfelder an die jeweilige Frequenz nach (5) angepasst. Ein typisches Signalbild auf dem Oszilloskopenschirm ist in Abbildung 2 gezeigt. Die gesuchten Resonanzen sind am Rückgang der transmittierten Lichtintensität und dem damit nachlassenden Photostrom erkennbar. Für verschiedene f wird die Messung wiederholt und die erforderliche B -Feldstärke bzw. die notwendigen Spulenströme I aufgenommen. Die erhaltenen Werte sind in Tabelle 1 eingetragen. Anhand der in Tabelle 1 aufgeführten Daten können durch Ausgleichsrechnung die horizontale Komponente des Erdmagnetfeldes B_h sowie der Lande-Faktor g_F ermittelt werden. Dazu wird (5) nach f umgestellt. Für das effektiv wirkende Magnetfeld wird $B = B_i + B_h$ angenommen und entsprechend eine parallele oder antiparallele Ausrichtung der Felder vorausgesetzt. Die in (5) vorhandenen Konstanten werden mit $h = 6.626\,070\,040 \cdot 10^{-34}\text{ J s}$ und $\mu_B = 927.400\,999\,4 \cdot 10^{-26}\text{ J/T}$ unter Vernachlässigung ihrer Unsicherheit verwendet [5]. Grafisches Auftragen von Messwerten und Ausgleichsgeraden ergibt Abbildung 3. Für Ausgleichsgerade 1 werden die Parameter

$$g_F = (4.99 \pm 0.02) \cdot 10^{-1} \quad B_h = (-18.4 \pm 0.4)\text{ }\mu\text{T}$$

ausgegeben. Die Ausgleichsrechnung von Gerade 2 ergibt mit

$$g_F = (3.34 \pm 0.01) \cdot 10^{-1} \quad B_h = (-18.5 \pm 0.5)\text{ }\mu\text{T}$$

besonders für B_h sehr ähnliche Werte. Das negative Vorzeichen deutet auf eine antiparallele Ausrichtung von Versuchsaufbau zur horizontalen Komponente des Erdmagnetfeldes hin. Der Betrag von B_h weicht wenig vom herangezogenen Literaturwert von

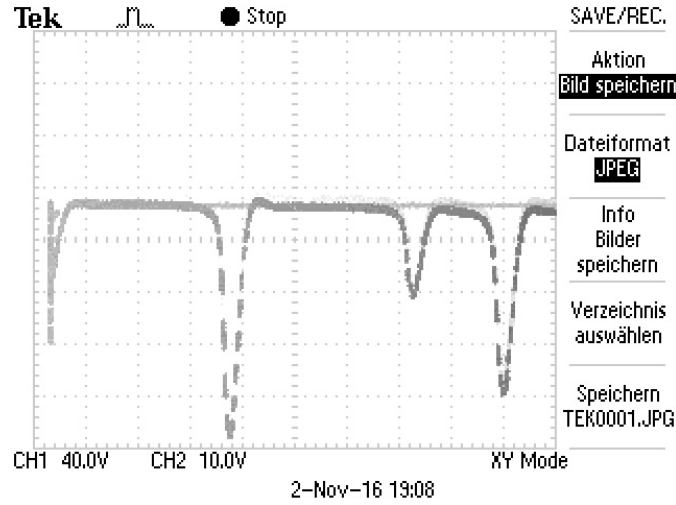


Abbildung 2: Signalverlauf auf dem Oszilloskopenschirm beim verfahren des horizontalen Magnetfeldes. Die x-Ablenkung ist proportional zum angelegten B -Feld, die y-Ablenkung gibt die vom Photodetektor ausgegebene Spannung.

Tabelle 1: Werte von f sowie $I_{s,i}$ (Sweepfeldspule) und I_h (Horizontalfeldspule) bei Resonanz i . Mit (9) erfolgt die Umrechnung der Ströme zur Gesamtfeldstärke B_i . Einige Frequenzen treten mehrfach auf, da es nicht mehr möglich war, beide Resonanzstellen gleichzeitig auflösbar auf dem Oszilloskopenschirm abzubilden.

f/kHz	I_h/mA	$I_{s,1}/\text{mA}$	$I_{s,2}/\text{mA}$	$B_1/\mu\text{T}$	$B_2/\mu\text{T}$
100	0	530	649	31.98	39.17
200	15	584	819	48.40	62.55
300	30	575	925	61.01	82.13
400	60	387	857	75.97	104.34
500	90	181	773	89.85	125.58
600	105	197	905	103.97	146.70
700	129	87	914	118.38	168.29
800	150	15	958	132.45	189.36
900	150	266		147.60	
	195		680		212.04
1000	180	66		161.84	
	210		796		232.20

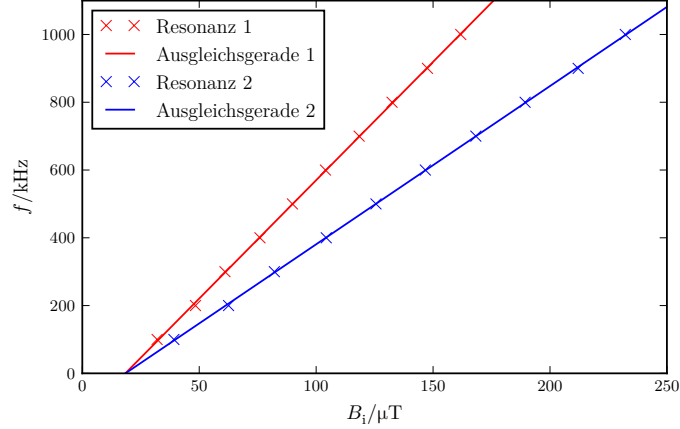


Abbildung 3: Gegenüberstellung von Frequenz f der eingestrahnten Photonen und dem durch horizontale Magnetfeldspulen erzeugten B -Feld. Die Ausgleichsgeraden der Resonanzen sind farblich zugeordnet. Die Werte von B_i sind aus Tabelle 1 übertragen.

$B_{h,\text{lit}} = 19.304 \mu\text{T}$ ab [4]. Die vergleichsweise große Differenz zwischen den erhaltenen Lande-Faktoren g_F kann auf verschiedene Kernspins I der Rb Isotope zurückgeführt werden, welcher nach (2) den Lande-Faktor beeinflusst.

3.3 Kernspin der Isotope

Anhand der ermittelten Lande-Faktoren g_F sind Rückschlüsse auf den Kernspin I möglich, wobei dieser für verschiedene Isotope im Allgemeinen nicht gleich sein muss. Um aus den durch Ausgleichsrechnung erhaltenen Werten g_F den Kernspin I errechnen zu können, muss (2) nach I umgestellt werden. Zu beachten ist dabei die Abhängigkeit des Gesamtdrehimpulses F von I . Da die Besetzungsinversion, welche Grundlage der betrachteten Übergänge ist, nur für $F = J + I$ erreichbar ist, kann dies in (2) eingesetzt werden. Zudem gilt aufgrund der Eigenschaften von Rubidium als Alkali-Metall sowie der Frequenz des für den Pumpvorgang eingestrahnten Lichts $J = 1/2$. Durch einsetzen und umstellen von (2) folgt somit

$$I = -1 + \frac{g_J}{4g_F} + \sqrt{\left(1 - \frac{g_J}{4g_F}\right) - \frac{3}{4}\left(1 - \frac{g_J}{g_F}\right)^2}. \quad (10)$$

Damit I errechnet werden kann, muss zunächst (3) bestimmt werden. Die Quantenzahlen $S = J = 1/2$ folgen erneut aus der Eigenschaft des Rb als Alkalimetalls sowie $L = 0$ aus der Position des Zustandes, für den eine Besetzungsinversion bzgl. des Grundzustandes möglich ist. Entsprechend kann $g_J = 2.0023$ ermittelt werden. Dieser Wert gilt aufgrund der Unabhängigkeit von I für beide Isotope. Ausführen von (10) mit den bekannten g_F liefert

$$I_1 = 1.506 \approx \frac{3}{2} \quad I_2 = 2.497 \approx \frac{5}{2}.$$

Angabe weiterer Dezimalstellen als auch Berücksichtigung der Fehler von g_F erscheint aufgrund der Bedingung einer Quantelung von I nicht erforderlich.

3.4 Isotopenverhältnis der Probe

In der zur Messung verwendeten Dampfzelle sind zwei Rb-Isotope in relevanter Menge vorhanden. Da sich diese wie in Abschnitt 3.3 gezeigt bezüglich ihres Kernspins unterscheiden, kann (5) bei Einstrahlung einer Photonenfrequenz nur für eines der Isotope erfüllt werden. Über die Stärke des Rückgangs der transmittierten Lichtintensität kann eine Abschätzung des Isotopenverhältnisses in der Dampfzelle getroffen werden. Wie Ab-

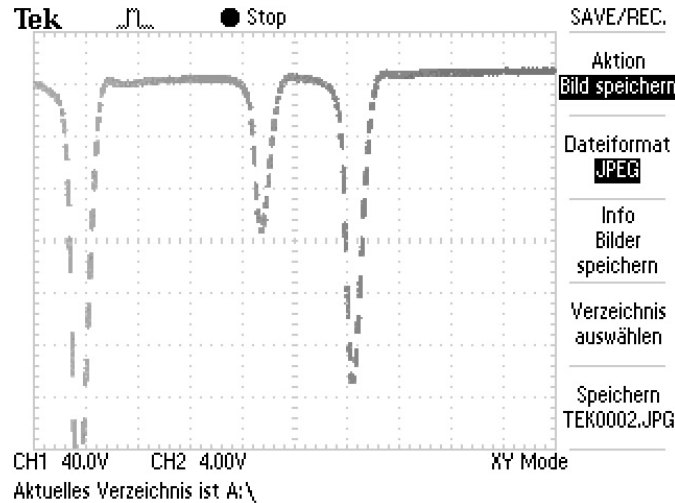


Abbildung 4: Vergrößerte Darstellung der Resonanzstellen auf dem Oszilloskopenschirm. Die x-Ablenkung ist proportional zur anliegenden B -Feldstärke, die y-Ablenkung gibt die transmittierte Lichtintensität.

bildung 4 entnommen werden kann, besitzen beide Resonanzstellen näherungsweise die gleiche Breite. Folglich muss nicht über den Kurvenverlauf integriert werden, sondern ein Vergleich der Peaks reicht aus. In der gewählten Darstellung (Abb. 4) entspricht die erste Resonanzstelle quantitativ $\Delta U_1 \approx 3$ Divisions, wohingegen die zweite Resonanzstelle näherungsweise $\Delta U_2 \approx 5.75$ Divisions beträgt. Das Isotopenverhältnis V folgt damit zu

$$V = \frac{\Delta U_1}{\Delta U_2} = 0.522 .$$

Ein Vergleich zum natürlichen Verhältnis der Isotope wird mit Hilfe von Literaturwerten durchgeführt. Diese geben für ^{85}Rb einen Anteil von $V_1 = 72.17\%$ und für ^{87}Rb den Anteil mit $V_2 = 27.83\%$ an [1]. Bildung des relativen Verhältnisses liefert mit

$$V_{\text{lit}} = \frac{V_2}{V_1} \approx 0.386$$

eine deutliche Abweichung. Dabei wird ^{87}Rb der ersten Resonanzstelle zugeordnet. Dies scheint aufgrund der Übereinstimmung von ermitteltem Kernspin der ersten Resonanzstelle und des in [1] für ^{87}Rb mit $I_{87} = \frac{3}{2}$ angegebenen Wertes gerechtfertigt. Mögliche Ursachen und Erläuterungen der festgestellten Abweichung sind unter Abschnitt 4 aufgeführt.

3.5 Quadratischer Zeemaneffekt

Für starke Magnetfelder folgt die als Zeeman-Effekt bezeichnete Energieaufspaltung zunehmend nicht mehr (4). Um dennoch Aussagen über die Energiedifferenzen treffen zu können, wird (6) verwendet. Da die Differenz von (4) zu (6) mit dem anliegenden B -Feld zunimmt, wird die messtechnische Bedeutung des quadratischen Zeeman-Effekts bei stärkstem, im Versuch genutzten B -Feld geprüft. Die erforderlichen Werte für μ_B und g_F sind aus den vorherigen Abschnitten bekannt. Als Energiedifferenzen der Hyperfeinstrukturniveaus ist für ^{87}Rb der Wert $\Delta E_{87} = 4.53 \cdot 10^{-24} \text{ J}$ und für ^{85}Rb als Wert $\Delta E_{85} = 2.01 \cdot 10^{-24} \text{ J}$ gegeben [3]. Da die Isotope verschiedene Kernspins besitzen, variiert die experimentell relevante Quantenzahl $M_F = F = J + I$. Das maximale B -Feld kann beispielsweise aus Tabelle 1 mit $B_{\max} = 232.2 \mu\text{T}$ abgelesen werden. Auswerten von (4) sowie (6) für ^{87}Rb bei $M_F = 2$ wegen $I_{87} = 3/2$ liefert

$$U_{Z1} = (1.075 \pm 0.004) \cdot 10^{-27} \text{ J} \quad U_{qZ1} = (1.074 \pm 0.004) \cdot 10^{-27} \text{ J} .$$

Analog folgt für ^{85}Rb durch einsetzen der Werte

$$U_{Z2} = (7.19 \pm 0.02) \cdot 10^{-28} \text{ J} \quad U_{qZ2} = (7.17 \pm 0.02) \cdot 10^{-28} \text{ J} ,$$

wobei der geänderte Kernspin mit $I = 5/2$ zu beachten ist. Die angegebenen Unsicherheiten werden anhand einer Fehlerfortpflanzung von (4) und (6) für fehlerbehaftetes g_F bestimmt nach

$$\sigma_Z = |\mu_B B \sigma_g| \quad (11)$$

sowie

$$\sigma_{qZ} = \left| \left(\mu_B B + 2 g_F \mu_B^2 B^2 \frac{1 - 2M_F}{\Delta E} \right) \sigma_g \right| . \quad (12)$$

Die einer Größe zugeordnete Unsicherheit ist durch σ mit entsprechendem Index gekennzeichnet. Für beide Isotope kann die Differenz $\Delta U = U_Z - U_{qZ}$ gebildet werden, um die sich aus (6) ergebende Abweichung zu ermitteln

$$\Delta U_1 = (7.6 \pm 86.1) \cdot 10^{-31} \text{ J} \quad \Delta U_2 = (1.3 \pm 4.3) \cdot 10^{-30} \text{ J} .$$

Da die Abweichungen drei bis vier Größenordnungen unterhalb der betrachteten Messgrößen liegt, ist eine Korrektur der Zeemanaufspaltung auch für die größte, experimentell genutzte Feldstärke nicht erforderlich.

3.6 Zeitlicher Verlauf des Pumpvorgangs

Mit dem in 2.4 der Durchführung erläuterten Vorgehen wurden Messwerte für die ansteigenden Spannungsflanken der Photodiode ermittelt. In den Resonanzstellen ließ sich beim Übergang von anliegender Spannung zu abgeschalteter Spannung eine ansteigende Spannungsflanke beobachten. Der zeitliche Verlauf dieser Spannungsflanke beschreibt indirekt den zeitlichen Verlauf des Pumpvorgangs bis zur vollständigen Besetzungsinversion. In der Theorie wurde bereits für den Verlauf der ansteigenden Flanke die Exponentialfunktion (7) angenommen. In einer graphischen Darstellung der vom Oszilloskop erhaltenen Messdaten und der vermuteten Exponentialfunktion ist eine gute Übereinstimmung zu erkennen.

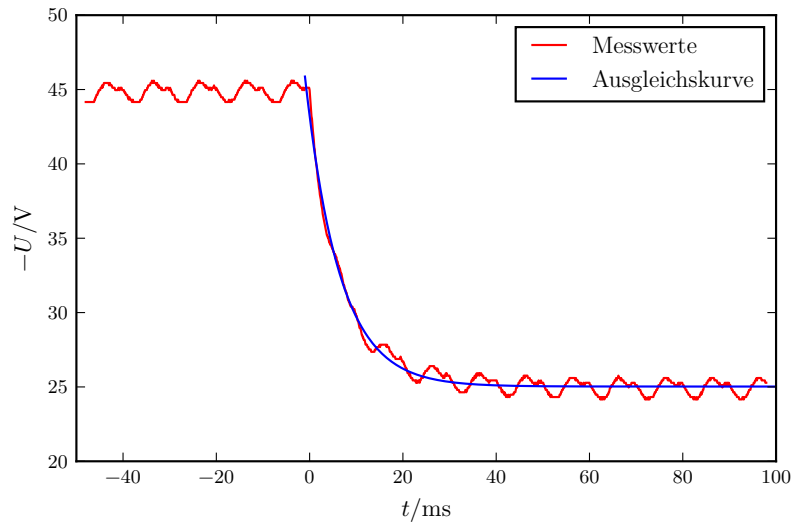


Abbildung 5: Ansteigende Flanke der Resonanzstelle von ^{87}Rb .

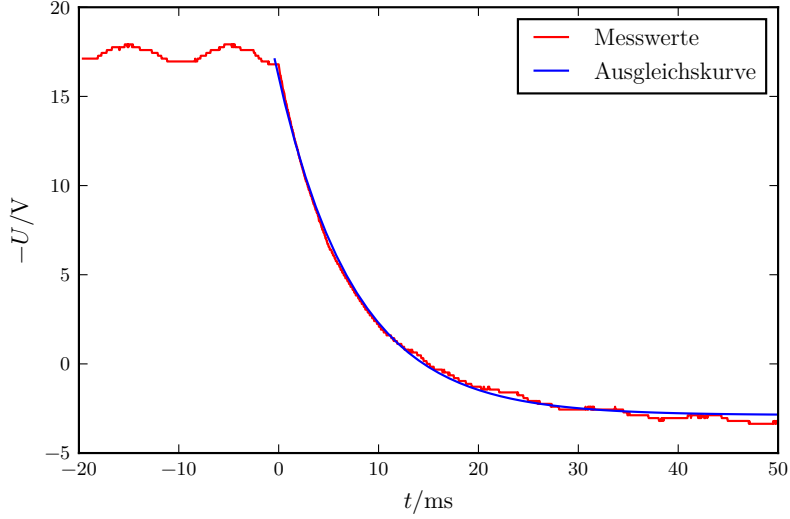


Abbildung 6: Ansteigende Flanke der zweiten Resonanzstelle ^{85}Rb .

Im Folgenden sind die ermittelten Parameter der Exponentialfunktionen aufgeführt. Parameter der Exponentialfunktion der ansteigenden Flanke von ^{87}Rb :

$$a = 18.20 \pm 0.11\text{V} \quad l = 0.14 \pm 0.01 \frac{1}{\text{ms}} \quad c = 25.03 \pm 0.02\text{V}$$

Parameter der Exponentialfunktion der ansteigenden Flanke von ^{85}Rb :

$$a = 18.94 \pm 0.03\text{V} \quad l = 0.1299 \pm 0.0004 \frac{1}{\text{ms}} \quad c = -2.87 \pm 0.01\text{V}$$

Der Parameter c berücksichtigt die Möglichkeit des Oszilloskops den Graphen zu verschieben. Anhand der Graphen kann eine grobe Abschätzung der Pumpzeit bis zur Besetzungsinversion getätigt werden. Diese liegt für ^{87}Rb bei $t_1 \approx 30\text{ms}$ und für ^{85}Rb bei $t_2 \approx 25\text{ms}$.

3.7 Periodendauer der Rabi-Präzession

Beim Anlegen einer Spannung an die RF-Spule kommt es zu einer Präzession des Gesamtdrehimpulses \vec{F} durch die B_{RF} -Komponente der RF-Quanten. Diese sogenannte Rabi-Präzession lässt sich hinter der ansteigenden Flanke als Oszillation der von der Photodiode ausgehenden Spannung beobachten. Aus den für beide Resonanzstellen gemessene Periodendauer T der Oszillation kann über die Lamor-Frequenz (8) das Verhältnis der Landeshen g_{F} -Faktoren errechnet werden. Man bildet hierzu das Verhältnis der Periodendauern.

$$\frac{T_{87}}{T_{85}} = \frac{g_{F,85}}{g_{F,87}} \quad (13)$$

In der Tabelle 2 sind die Messwerte und errechneten g_{F} -Faktoren Verhältnisse dargelegt.

Tabelle 2: Messdaten der Rabi-Präzession und das errechnete g_F -Faktoren Verhältnisse.

U/V	$T_{87}/\mu\text{s}$	$T_{85}/\mu\text{s}$	$\frac{g_{F,85}}{g_{F,87}}$
10	240	300	0.80
9	250	307.5	0.81
8	265	332.5	0.80
7	297.5	360	0.83
6	340	372.5	0.91
5	402.5	392.5	1.03
4	480	467.5	1.03
3	600	495	1.21
2	780	490	1.59
1	440	500	0.88

Im Mittel ergibt sich für das Verhältnis der Lande-Faktoren

$$\overline{g_{F,85}/g_{F,87}} = 0.99 \pm 0.08.$$

Zum Vergleich lässt sich das Verhältnis der in 3.2 berechneten Lande-Faktoren heranziehen. Dieses liegt bei $g_{F,85}/g_{F,87} = 1.49 \pm 0.01$ und liegt somit zwar in der selben Größenordnung wie der über die Periodendauer ermittelte wert weicht jedoch um $47.9 \pm 12.0\%$ von diesem ab. Zusätzlich lassen sich die Messwerte graphisch darstellen. Dabei werden die gemessenen Periodendauern gegen die RF-Spannungsamplitude aufgetragen. Als Verlaufsfunktion wird eine Hyperbelfunktion der Form $T = a + b/(U - c)$ angenommen.

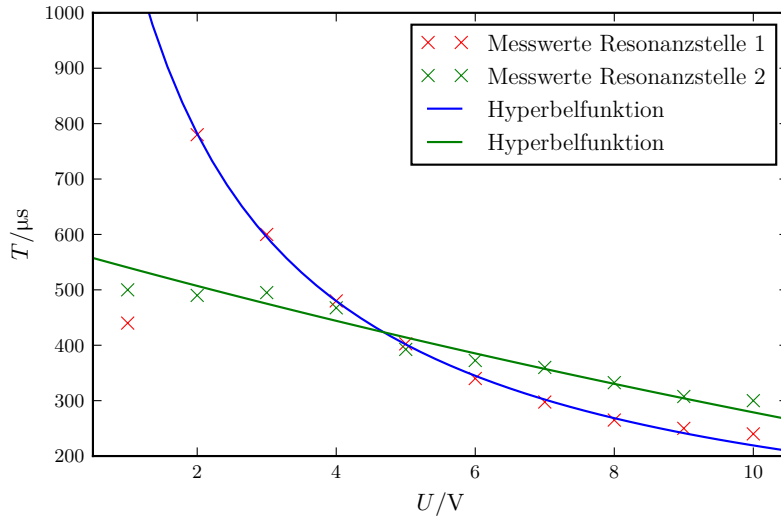


Abbildung 7: Messwerte der Periodendauer aufgetragen gegen die RF-Spannungsamplitude.

Für die Parameter der Hyperbelfunktionen ergibt sich

Resonanzstelle 1 : $a = -7.92 \pm 17.27 \mu\text{s}$ $b = 2.55 \cdot 10^3 \pm 1.92 \cdot 10^2 \mu\text{s V}$ $c = -1.23 \pm 0.19 \text{V}$

Resonanzstelle 2 : $a = -1.29 \cdot 10^3 \pm 5.13 \cdot 10^3 \mu\text{s}$ $b = 9.87 \cdot 10^4 \pm 5.98 \cdot 10^5 \mu\text{s V}$ $c = -52.97 \pm 1.76 \cdot 10^2 \text{V}$.

4 Diskussion

Zunächst werden die experimentell erhaltenen Feldstärken des Erdmagnetfeldes betrachtet. Sowohl die horizontale, als auch die vertikale Komponente weichen von den Literaturwerten weniger als eine Größenordnung ab. Daher scheinen größere Messfehler nicht aufgetreten zu sein. Dennoch liegt der ermittelte Wert für B_h deutlich näher am Literaturwert als der von B_v . Eine mögliche Ursache der Abweichung könnte die einmalige Messung von B_v sein. Im Gegensatz zur Bestimmung von B_h werden Messfehler von B_v nicht herausgemittelt. Zusätzlich war das Potentiometer zur Ansteuerung der Vertikalfeldspule bereits etwas ausgeschlagen, was eine genaue Feststellung der Stromes erschwerte. Durch zwischenschalten eines Amperemeters kann die Messauflösung bezüglich des Stromes weiter erhöht werden. Die zuvor geschilderten Schwierigkeiten bzgl. des Potentiometers traten auch bei den Messungen der Resonanzfrequenzen auf. Zusätzlich schwankte die Transmissionsrate der Dampfzelle auch ohne weiteres anpassen des B -Feldes oder der eingestrahlten Frequenz. Folglich mussten am Oszilloskop die Positionen der abgebildeten Signale häufig auch während Messungen nachgestellt werden. Entsprechend können gewisse Unsicherheiten in der Ermittlung der Resonanzstellen stellen nicht ausgeschlossen werden. Die auf Grundlage der erhaltenen Werte errechneten Landefaktoren weisen dennoch einen geringen Fehler auf und ergeben Kernspins I , welche mit den Literaturwerten für ^{85}Rb und ^{87}Rb übereinstimmen. Deutlichere Abweichungen treten zwischen experimentellen Isotopenverhältnis und der Literaturangabe auf. Dafür sind verschiedene Ursachen als Grund anzunehmen. Wie Abbildung 4 zu entnehmen ist, sind die vom Oszilloskop gezeichneten Linien sehr dünn und an einigen Stellen treten Lücken auf. Diese Lücken machen eine sichere Bestimmung des lokalen Minimums im Grafen schwierig. Auch kann hier das zuvor geschilderte aufsteigen des Signals auf dem Schirm gesehen werden. Durch diesen Effekt verschiebt sich jedoch der Nullpunkt, von dem aus die Divisions zu zählen sind, was sich unmittelbar auf das Ergebnis auswirkt. Eine wesentliche Ursache von Abweichungen ist grundsätzlich die in der Auswertung gewählte Herangehensweise, die Divisions nachträglich zu zählen. Umgangen werden könnte diese Unsicherheit durch Verwendung eines Oszilloskops, welches die Cursor-Funktion auch im xy-Betrieb unterstützt. Neben den auftretenden Unsicherheiten in der Messung wäre alternativ eine Abweichung der Rb-Atome in der Dampfzelle von dem natürlichen Isotopenverhältnis denkbar. Der in der Theorie angenommene Exponentialverlauf der ansteigenden Flanke bei Abschalten des RF-Feld weist wie in 5 und 6 zu erkennen ist eine gute Übereinstimmung mit den Messwerten. Auch die errechneten Parameter eisen einen geringen Fehler auf. Das aus den Periodendauern der Rabi-Präzession ermittelte Verhältnis der Landeschen g_F -Faktoren zeigt eine starke Abweichung zu dem auf Grundlage der Messwerte aus 3.2 bestimmbaren Verhältnis. Diese Abweichung lässt auf eine

Ungenauigkeit in den Messwerten schließen. Da aus den Anhand der Resonanzstellen errechneten Landesch g_F -Faktoren die Kernspins korrekt reproduziert werden könne, wird die Bestimmung durch Periodendauermessung als Ursache der Abweichung angenommen. Es ist zu vermuten, dass die verwendete Mittlungsfunktion des Oszilloskopen eine genaue Messung der Oszillationen verfälscht. Entsprechende Ungenauigkeiten sind auch in der Abbildung 7 erkennbar, Wodurch auch die Parameter zum teil große Fehler besitzen.

Literatur

- [1] National Nuclear Data Center. *NuDat 2.6*. English. Brookhaven National Laboratory. 27. Juli 2015. URL: <http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/> (besucht am 07.09.2016).
- [2] W. Demtröder. *Experimentalphysik 2*. 6. Aufl. Springer, 2013. ISBN: ISBN 978-3-642-29943-8.
- [3] TU Dortmund. *Optisches Pumpen*. Dortmund. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V703.pdf> (besucht am 02.11.2016).
- [4] Deutsches GeoForschungsZentrum. *IGRF Deklinationsrechner*. Deutsch. 11. Feb. 2015. URL: <http://www.gfz-potsdam.de/deklinationsrechner/> (besucht am 08.11.2016).
- [5] National Institute of Standards und Technology. *Fundamental Physical Constants*. English. 27. Juli 2015. URL: <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/> (besucht am 08.11.2016).