

V21 Optisches Pumpen

Magnus Tipp
m.tipp@hotmail.com

Lukas Weise
lukas.weise@tu-dortmund.de

Durchführung: 02.11.2016, Abgabe: 07.11.2016

1 Theorie

In dem durchgeführten Versuch wird die Methode des optischen Pumpens verwendet, um durch Erreichen einer Besetzungsinversion Rückschlüsse auf einige Eigenschaften der Rubidium-Isotope ^{85}Rb und ^{87}Rb zu ermöglichen. Von Interesse ist dabei die durch den Zeeman-Effekt hervorgerufene Aufspaltung der Energieniveaus in der Elektronenhülle der betrachteten Isotope. Rubidium besitzt als Alkalimetall ein Valenzelektron. Da die Drehimpulse abgeschlossener Schalen sich kompensieren, koppeln Spin und Drehimpuls dieses Elektrons zum Gesamtdrehimpuls $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ der Elektronenhülle. Zusätzlich bewirkt der nicht verschwindende Kernspin I des Rb eine Hyperfeinstrukturaufspaltung (im Folgenden beschrieben mit Quantenzahl $F \in [|J - I|, J + I]$) sowie eine vektorielle Kopplung des Kernspins mit \vec{J} zum Gesamtdrehimpuls des Atoms $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$. Voraussetzung hierfür sind hinreichend schwache Magnetfelder. Die magnetischen Momente der verschiedenen Drehimpulse können zu einem magnetischen Moment μ_F zusammengefasst werden

$$\mu_F = \sqrt{F(F+1)} g_F \mu_B . \quad (1)$$

Hier entspricht μ_B dem Bohrschen Magneton und g_F dem sich ergebenden Lande-Faktor

$$g_F \approx g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} , \quad (2)$$

welcher aus den verschiedenen Lande-Faktoren von Kern- und Elektronenspin sowie Winkelbeziehungen resultiert. Der Lande-Faktor der Elektronenhülle beträgt für \vec{J}

$$g_J = \frac{3.0023 J(J+1) + 1.0023 (S(S+1) - L(L+1))}{2 J(J+1)} . \quad (3)$$

Die Wechselwirkung des magnetischen Moments μ_F mit einem externen Magnetfeld \vec{B} erzeugt abhängig von Ausrichtung des Gesamtdrehimpulses \vec{F} eine weitere, als Zeeman-Effekt bezeichnete, Aufspaltung der Energieniveaus. Dabei kann sich \vec{F} nicht beliebig zu \vec{B} einstellen, sondern unterliegt einer Richtungsquantelung, welche durch $M_F \in [-F, F]$ ganzzahlig charakterisiert wird. Für $\Delta M_F = 1$ folgt bei Anlegen von B eine Energiedifferenz der Niveaus

$$U = g_F \mu_B B . \quad (4)$$

Die durch (4) gegebene Energiedifferenz soll experimentell ermittelt werden. Dazu sind Übergänge zwischen zwei Niveaus mit $\Delta M_F = 1$ erforderlich. Um diese bei Messungen beobachten zu können, muss eine nach Boltzmann-Verteilung nicht thermische Besetzung der Niveaus erreicht werden. Im durchgeführten Experiment wird dazu das Gasvolumen der Rb-Atome mit rechts-zirkular polarisiertem Licht bestrahlt, welches das Energieintervall aller Übergänge des Drehimpulses von $S \rightarrow P$ mit $J = 1/2$ für das Valenzelektron überdeckt. Aufgrund der Polarisierung müssen zudem alle Übergänge die Auswahlregel $\Delta M_F = +1$ erfüllen. Spontane Emissionen finden bei Übergängen $P \rightarrow S$ in relevanter Anzahl statt, können jedoch zwischen Hyperfeinstrukturniveaus oder Zeeman-Niveaus vernachlässigt werden. Da sowohl für Grundzustand als auch für

den erzeugten, angeregten Zustand gilt $J = 1/2$, wird sich die Besetzung des Grundzustand S mit $F = M_F = J + I$ auf Kosten der anderen Niveaus von S erhöhen. Die Auswahlregel $\Delta M_F = +1$ kann dort nicht erfüllt werden, optisches Pumpen ist nicht möglich. Um das beschriebene Niveau wieder zu entleeren und Übergänge zwischen den Zeeman-Niveaus zu erzeugen, wird der Effekt der stimulierten Emission verwendet. Folglich müssen Photonen eingestrahlt werden, welche

$$E_{\text{Ph}} = hf = g_F \mu_B B \quad (5)$$

erfüllen bzw. der durch (4) gegebenen Energiedifferenz entsprechen (RF-Quanten). Das zu einer Frequenz f passende Magnetfeld kann anhand der transmittierten Lichtintensität aufgefunden werden. Ist der Zustand, von dem aus kein optisches Pumpen möglich ist, in größter Anzahl besetzt nimmt die Absorptionswahrscheinlichkeit deutlich ab. Wird durch induzierte Emission der Zustand entleert, können Absorptionen wieder stattfinden und die Transmission sinkt. Auf Grundlage eines ähnlichen Effektes kann das Verschwinden der Gesamtfeldstärke $B = 0$ bestimmt werden, da unter dieser Bedingung der Zeeman-Effekt zum Erliegen kommt. Folglich ist kein optisches Pumpen möglich. Dies zeigt sich in einem Rückgang der Transmission. Um bei Messungen mehrere Werte zu erhalten, können somit B und f variiert werden. Hierbei müssen bei stärkeren B -Feldern Terme höherer Ordnung in der Zeeman-Aufspaltung berücksichtigt werden

$$U = g_F \mu_B B + g_F^2 \mu_B^2 B^2 \frac{1 - 2M_F}{\Delta E_{\text{Hy}}} , \quad (6)$$

wobei (6) für benachbarte M_F gilt und ΔE_{Hy} die Energiedifferenz zwischen zwei Hyperfeinstrukturturniveaus angibt. Weitere Effekte treten beim aus- und einschalten des Feldes zur Erzeugung der stimulierten Emission auf. Es kann die Zeitspanne ermittelt werden, nach welcher bei abschalten der stimulierten Emission die Sättigung erreicht wird. Dazu muss das anliegende B -Feld mit der Frequenz der Photonen für das zu untersuchende Isotop entsprechend (4) abgestimmt sein. Der anzunehmende Verlauf folgt dem einer Exponentialfunktion

$$I = a \cdot \exp(-lt) . \quad (7)$$

Wird wieder mit einer Einstrahlung von Photonen passender Frequenz nach (4) begonnen, sinkt die Transparenz des Rb-Gases nicht sofort auf den bei langer Einstrahlung erreichten Wert ab, sondern zeigt eine abnehmende Oszillation um diesen. Ursache dieses Effekts sind Präzessionen des Gesamtdrehimpulses \vec{F} um die magnetischen Komponenten B_{RF} der eingestrahlteten RF-Quanten (Rabi-Präzession). Die Frequenz der Präzession beträgt

$$f_r = g_F \frac{\mu_B}{h} B_{\text{RF}} \quad (8)$$

und ist somit einer Funktion der B_{RF} -Feldstärke.

2 Aufbau und Durchführung

3 Auswertung

3.1 Kompensation des vertikalen Erdmagnetfelds

Damit bei Versuchsdurchführung die Zeeman-Aufspaltung nur noch vom anliegenden Horizontalfeld abhängt, muss zunächst die lokale Vertikalkomponente des Erdmagnetfelds ausgeglichen werden. Es wird das in Abschnitt ?? beschriebene Vorgehen befolgt und entsprechend der Strom I_v der Vertikalfeldspule auf eine minimale Linienbreite des Intensitäts-Peaks eingestellt. Anhand des erhaltenen Wertes $I_v = 0.242 \text{ A}$ sind mit (??) Rückschlüsse auf die Stärke der Vertikalkomponente möglich

$$B_v = 37.09 \mu\text{T} .$$

Zur Auswertung wird als Wert der magnetischen Feldkonstante $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ verwendet [codata]. Der erhaltene Wert weicht wenig von dem herangezogenen Literaturwert $B_{v,\text{lit}} = 45.013 \mu\text{T}$ ab [erdfeld]. Die relative Abweichung ergibt durch auswerten von

$$\delta B = \frac{|B_v - B_{v,\text{lit}}|}{B_{v,\text{lit}}} \quad (9)$$

den Betrag

$$\delta B = 17.6 \% .$$

3.2 Energiedifferenzen der Zeeman-Niveaus

Um die Energiedifferenz der Zeeman-Niveaus eines bestimmten B -Feldes zu ermitteln, werden Photonen konstanter Frequenz f in die Dampfzelle eingestrahlt und die horizontalen Magnetfelder B an die jeweilige Frequenz nach (5) angepasst. Ein typisches Signalbild auf dem Oszilloskopenschirm ist in Abbildung 1 gezeigt. Die gesuchten Resonanzen sind am Rückgang der transmittierten Lichtintensität und dem damit nachlassenden Photostrom erkennbar. Für verschiedene f wird die Messung wiederholt und die erforderliche B -Feldstärke bzw. die notwendigen Spulenströme I aufgenommen. Die erhaltenen Werte sind in Tabelle 1 eingetragen. Anhand der in Tabelle 1 aufgeführten Daten können durch Ausgleichsrechnung die horizontale Komponente des Erdmagnetfeldes B_h sowie der Lande-Faktor g_F ermittelt werden. Dazu wird (5) nach f umgestellt. Für das effektiv wirkende Magnetfeld wird $B = B_i + B_h$ angenommen und entsprechend eine parallele oder antiparallele Ausrichtung der Felder vorausgesetzt. Für die Ausgleichsrechnung wird

$$f = g_F \frac{\mu_B}{h} (B_i + B_h) \quad (10)$$

bei bekannten Frequenzen f und Magnetfeldern B_i verwendet. Die in (10) vorhandenen Konstanten werden mit $h = 6.626\,070\,040 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ und $\mu_B = 927.400\,999\,4 \cdot 10^{-26} \text{ J/T}$ unter Vernachlässigung ihrer Unsicherheit verwendet [codata]. Grafisches Auftragen von Messwerten und Ausgleichsgeraden ergibt Abbildung 2. Für Ausgleichsgerade 1 werden

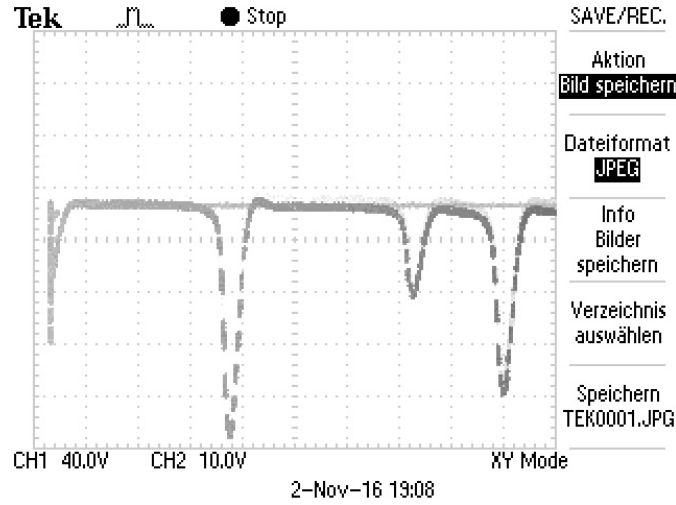


Abbildung 1: Signalverlauf auf dem Oszilloskopenschirm beim verfahren des horizontalen Magnetfeldes. Die x-Ablenkung ist proportional zum angelegten B -Feld, die y-Ablenkung gibt die vom Photodetektor ausgegebene Spannung an.

Tabelle 1: Frequenzen f sowie Spulenströme $I_{s,i}$ (Sweepfeld) und I_h (Horizontalfeld) bei Resonanz i . Mit (??) erfolgt die Umrechnung der Ströme zur Gesamtfeldstärke B_i . Einige Frequenzen treten mehrfach auf, da es nicht mehr möglich war, beide Resonanzstellen gleichzeitig auflösbar auf dem Oszilloskopenschirm abzubilden.

f/kHz	I_h/mA	$I_{s,1}/\text{mA}$	$I_{s,2}/\text{mA}$	$B_1/\mu\text{T}$	$B_2/\mu\text{T}$
100	0	530	649	31.98	39.17
200	15	584	819	48.40	62.55
300	30	575	925	61.01	82.13
400	60	387	857	75.97	104.34
500	90	181	773	89.85	125.58
600	105	197	905	103.97	146.70
700	129	87	914	118.38	168.29
800	150	15	958	132.45	189.36
900	150	266		147.60	
	195		680		212.04
1000	180	66		161.84	
	210		796		232.20

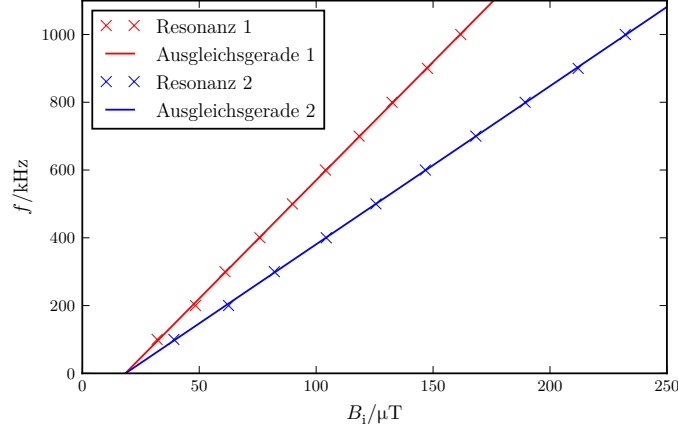


Abbildung 2: Gegenüberstellung von Frequenz f der eingestrahelten Photonen und dem durch horizontale Magnetfeldspulen erzeugten B -Feld. Die Ausgleichsgeraden der Resonanzen sind farblich zugeordnet. Die Werte von B_i sind aus Tabelle 1 übertragen.

die Parameter

$$g_F = (4.99 \pm 0.02) \cdot 10^{-1} \quad B_h = (-18.4 \pm 0.4) \mu\text{T}$$

ausgegeben. Die Ausgleichsrechnung von Gerade 2 ergibt mit

$$g_F = (3.34 \pm 0.01) \cdot 10^{-1} \quad B_h = (-18.5 \pm 0.5) \mu\text{T}$$

besonders für B_h sehr ähnliche Werte. Das negative Vorzeichen deutet auf eine antiparallele Ausrichtung von Versuchsaufbau zur horizontalen Komponente des Erdmagnetfeldes hin. Der Betrag von B_h weicht wenig vom herangezogenen Literaturwert von $B_{h,\text{lit}} = 19.304 \mu\text{T}$ ab [erdfeld]. Die vergleichsweise große Differenz zwischen den erhaltenen Lande-Faktoren g_F kann auf verschiedene Kernspins I der Rb Isotope zurückgeführt werden, welcher nach (2) den Lande-Faktor beeinflusst.

3.3 Kernspin der Isotope

Anhand der ermittelten Lande-Faktoren g_F sind Rückschlüsse auf den Kernspin I möglich, wobei dieser für verschiedene Isotope im Allgemeinen nicht gleich sein muss. Um aus den durch Ausgleichsrechnung erhaltenen Werten g_F den Kernspin I errechnen zu können, muss (2) nach I umgestellt werden. Zu beachten ist dabei die Abhängigkeit des Gesamtdrehimpulses F von I . Da die Besetzungsinversion, welche Grundlage der betrachteten Übergänge ist, nur für $F = J + I$ erreichbar ist, kann dies in (2) eingesetzt werden. Zudem gilt aufgrund der Eigenschaften von Rubidium als Alkali-Metall sowie der Frequenz des für den Pumpvorgang eingestrahlichten Lichts $J = 1/2$. Durch einsetzen und umstellen von (2) folgt somit

$$I = -1 + \frac{g_J}{4g_F^2} + \sqrt{\left(1 - \frac{g_J}{4g_F}\right)^2 - \frac{3}{4}\left(1 - \frac{g_J}{g_F}\right)}. \quad (11)$$

Um die in (11) über g_F eingehenden Fehler zu berücksichtigen, wird eine Fehlerfortpflanzung durchgeführt

$$\sigma_I = \left| \left(-\frac{g_J}{4g_F} + \frac{\frac{g_J}{2g_F^2} \left(1 - \frac{g_J}{4g_F}\right) - \frac{3g_J}{4g_F^2}}{2\sqrt{\left(1 - \frac{g_J}{4g_F}\right)^2 - \frac{3}{4}\left(1 - \frac{g_J}{g_F}\right)}} \right) \sigma_g \right|. \quad (12)$$

Die einer Größe zugeordnete Unsicherheit ist durch σ mit entsprechendem Index gekennzeichnet. Damit I errechnet werden kann, muss zunächst (3) bestimmt werden. Die Quantenzahlen $S = J = 1/2$ folgen erneut aus der Eigenschaft des Rb als Alkalimetalls sowie $L = 0$ aus der Position des Zustandes, für den eine Besetzungsinversion bzgl. des Grundzustandes möglich ist. Entsprechend kann $g_J = 2.0023$ ermittelt werden. Dieser Wert gilt aufgrund der Unabhängigkeit von I für beide Isotope. Ausführen von (11) und (12) mit den bekannten g_F liefert

$$I_1 = 1.506 \pm 0.008 \approx \frac{3}{2} \quad I_2 = 2.497 \pm 0.009 \approx \frac{5}{2}.$$

Aufgrund der Bedingung einer Quantelung von I und den geringen Unsicherheiten in den ermittelten Kernspins werden $I_1 \approx 3/2$ und $I_2 \approx 5/2$ zugeordnet. Aus $I_1 \neq I_2$ folgen unterschiedliche Kernspins für die Rb-Isotope. Eine Verknüpfung von Kernspin und jeweiligem Isotop wird im Folgenden anhand des Isotopenverhältnisses vorgenommen.

3.4 Isotopenverhältnis der Probe

In der zur Messung verwendeten Dampfzelle sind zwei Rb-Isotope in relevanter Menge vorhanden. Da sich diese wie in Abschnitt 3.3 gezeigt bezüglich ihres Kernspins unterscheiden, kann (5) bei Einstrahlung einer Photonenfrequenz nur für eines der Isotope erfüllt werden. Über die Stärke des Rückgangs der transmittierten Lichtintensität kann eine Abschätzung des Isotopenverhältnisses in der Dampfzelle getroffen werden. Wie Abbildung 3 entnommen werden kann, besitzen beide Resonanzstellen näherungsweise die gleiche Breite. Folglich muss nicht über den Kurvenverlauf integriert werden, sondern ein Vergleich der Peaks reicht aus. In der gewählten Darstellung (Abb. 3) entspricht die erste Resonanzstelle quantitativ $\Delta U_1 \approx 3$ Divisions, wohingegen die zweite Resonanzstelle näherungsweise $\Delta U_2 \approx 5.75$ Divisions beträgt. Das Isotopenverhältnis V folgt damit zu

$$V = \frac{\Delta U_1}{\Delta U_2} = 0.522.$$

Ein Vergleich zum natürlichen Verhältnis der Isotope wird mit Hilfe von Literaturwerten durchgeführt. Diese geben für ^{85}Rb einen Anteil von $V_1 = 72.17\%$ und für ^{87}Rb den Anteil mit $V_2 = 27.83\%$ an [nndc]. Bildung des relativen Verhältnisses liefert mit

$$V_{\text{lit}} = \frac{V_2}{V_1} \approx 0.386$$

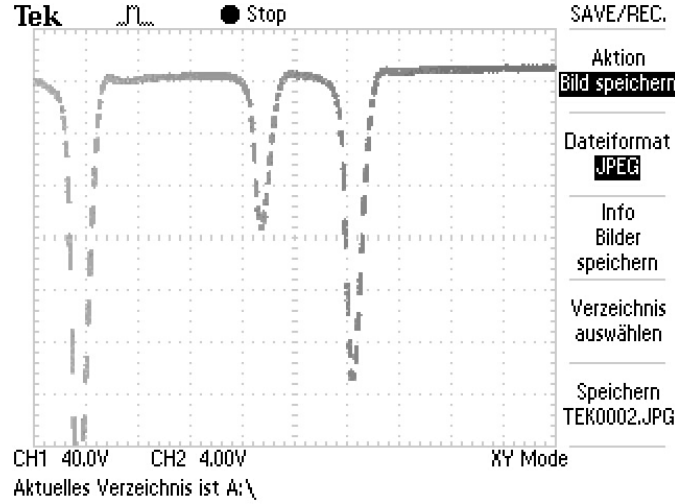


Abbildung 3: Vergrößerte Darstellung der Resonanzstellen auf dem Oszilloskopenschirm. Die x-Ablenkung ist proportional zur anliegenden B -Feldstärke, die y-Ablenkung gibt die transmittierte Lichtintensität an. Die gezeigte Aufnahme wird bei einer Photonenfrequenz von $f = 100 \text{ kHz}$ erstellt.

eine deutliche Abweichung. Die relative Differenz zwischen Literatur- und Messwert folgt analog zu (9) durch numerisches auswerten

$$\delta V = 35.2 \% .$$

Es wird ^{87}Rb der ersten Resonanzstelle zugeordnet. Dies scheint aufgrund der Übereinstimmung von ermitteltem Kernspin der ersten Resonanzstelle und des in [nndc] für ^{87}Rb mit $I_{87} = \frac{3}{2}$ angegebenen Wertes gerechtfertigt. Mögliche Ursachen und Erläuterungen der festgestellten Abweichung sind unter Abschnitt 4 aufgeführt.

3.5 Quadratischer Zeemaneffekt

Für starke Magnetfelder folgt die als Zeeman-Effekt bezeichnete Energieaufspaltung zunehmend nicht mehr (4). Um dennoch Aussagen über die Energiedifferenzen treffen zu können, wird (6) verwendet. Da die Differenz von (4) zu (6) mit dem anliegenden B -Feld zunimmt, wird die messtechnische Bedeutung des quadratischen Zeeman-Effekts bei stärkstem, im Versuch genutzten B -Feld geprüft. Die erforderlichen Werte für μ_B und g_F sind aus den vorherigen Abschnitten bekannt. Als Energiedifferenzen der Hyperfeinstrukturniveaus ist für ^{87}Rb der Wert $\Delta E_{87} = 4.53 \cdot 10^{-24} \text{ J}$ und für ^{85}Rb als Wert $\Delta E_{85} = 2.01 \cdot 10^{-24} \text{ J}$ gegeben [v21]. Da die Isotope verschiedene Kernspins besitzen, variiert die experimentell relevante Quantenzahl $M_F = F = J + I$. Das maximale B -Feld kann beispielsweise aus Tabelle 1 mit $B_{\text{max}} = 232.2 \mu\text{T}$ abgelesen werden. Auswerten von (4) sowie (6) für ^{87}Rb bei $M_F = 2$ wegen $I_{87} = 3/2$ liefert

$$U_{Z1} = (1.075 \pm 0.004) \cdot 10^{-27} \text{ J} \quad U_{qZ1} = (1.074 \pm 0.004) \cdot 10^{-27} \text{ J} .$$

Analog folgt für ^{85}Rb durch einsetzen der Werte

$$U_{Z2} = (7.19 \pm 0.02) \cdot 10^{-28} \text{ J} \quad U_{qZ2} = (7.17 \pm 0.02) \cdot 10^{-28} \text{ J} ,$$

wobei der geänderte Kernspin mit $I = 5/2$ zu beachten ist. Die angegebenen Unsicherheiten werden anhand einer Fehlerfortpflanzung von (4) und (6) für fehlerbehaftetes g_F bestimmt nach

$$\sigma_Z = |\mu_B B \sigma_g| \quad (13)$$

sowie

$$\sigma_{qZ} = \left| \left(\mu_B B + 2 g_F \mu_B^2 B^2 \frac{1 - 2M_F}{\Delta E} \right) \sigma_g \right|. \quad (14)$$

Für beide Isotope kann die Differenz $\Delta U = U_Z - U_{qZ}$ gebildet werden, um die sich aus (6) ergebende Abweichung zu ermitteln

$$\Delta U_1 = (7.6 \pm 86.1) \cdot 10^{-31} \text{ J} \quad \Delta U_2 = (1.3 \pm 4.3) \cdot 10^{-30} \text{ J} .$$

Da die Abweichungen drei bis vier Größenordnungen unterhalb der betrachteten Messgrößen liegt, ist eine Korrektur der Zeemanaufspaltung auch für die größte, experimentell genutzte Feldstärke nicht erforderlich.

4 Diskussion

Zunächst werden die experimentell erhaltenen Feldstärken des Erdmagnetfeldes betrachtet. Sowohl die horizontale, als auch die vertikale Komponente weichen von den Literaturwerten weniger als eine Größenordnung ab. Daher scheinen größere Messfehler nicht aufgetreten zu sein. Dennoch liegt der ermittelte Wert für B_h deutlich näher am Literaturwert als der von B_v . Eine mögliche Ursache der Abweichung könnte die einmalige Messung von B_v sein. Im Gegensatz zur Bestimmung von B_h werden Messfehler von B_v nicht herausgemittelt. Zusätzlich war das Potentiometer zur Ansteuerung der Vertikalfeldspule bereits etwas ausgeschlagen, was eine genaue Feststellung der Stromes erschwerte. Durch zwischenschalten eines Amperemeters kann die Messauflösung bezüglich des Stromes weiter erhöht werden. Die zuvor geschilderten Schwierigkeiten bzgl. des Potentiometers traten auch bei den Messungen der Resonanzfrequenzen auf. Zusätzlich schwankte die von der Photodiode gemessene Intensität auch ohne weiteres anpassen des B -Feldes oder der eingestrahlten Frequenz. Folglich mussten am Oszilloskop die Positionen der abgebildeten Signale häufig auch während Messungen nachgestellt werden. Entsprechend können gewisse Unsicherheiten in der Ermittlung der Resonanzstellen stellen nicht ausgeschlossen werden. Die auf Grundlage der erhaltenen Werte errechneten Lande-Faktoren weisen dennoch einen geringen Fehler auf und ergeben Kernspins I , welche mit den Literaturwerten für ^{85}Rb und ^{87}Rb übereinstimmen. Mit einer besseren Abschirmung des Versuchsaufbaus gegen äußere Einflüsse wie Umgebungslicht ist ein Rückgang der beschriebenen Schwankungen zu erwarten. Deutlichere Abweichungen treten zwischen experimentellen Isotopenverhältnis und der Literaturangabe auf. Dafür sind verschiedene Ursachen als Grund anzunehmen. Wie Abbildung 3 zu entnehmen ist,

sind die vom Oszilloskop gezeichneten Linien sehr dünn und an einigen Stellen treten Lücken auf. Diese Lücken machen eine sichere Bestimmung des lokalen Minimums im Grafen schwierig. Auch kann hier das zuvor geschilderte aufsteigen des Signals auf dem Schirm gesehen werden. Durch diesen Effekt verschiebt sich jedoch der Nullpunkt, von dem aus die Divisions zu zählen sind, was sich unmittelbar auf das Ergebnis auswirkt. Eine wesentliche Ursache von Abweichungen ist grundsätzlich die in der Auswertung gewählte Herangehensweise, die Divisions nachträglich zu zählen. Umgangen werden könnte diese Unsicherheit durch Verwendung eines Oszilloskops, welches die Cursor-Funktion auch im xy-Betrieb unterstützt. Neben den auftretenden Unsicherheiten in der Messung wäre alternativ eine Abweichung der Rb-Atome in der Dampfzelle von dem natürlichen Isotopenverhältnis denkbar.