

1 Ziel des Versuchs

Der Versuch zielt auf eine präzise Messung der Brechungsindizes von Luft und eines gläsernen Plättchens unter Verwendung eines Sagnac-Interferometers ab.

2 Theorie

Das verwendete Interferometer, benannt nach Georges Sagnac, nutzt den Effekt der Interferenz zur präzisen Messung von Unterschieden in der optischen Dichte verschiedener Materialien. Da zur Interferenz zwei unterschiedliche optische Signale benötigt werden, teilt ein sogenannter polarizing beam-splitting Cubes (PBSC) den zur Untersuchung verwendeten Laserstrahl. Hierbei handelt es sich um einen durchsichtigen Würfel, welcher aus zwei Prismen zusammengesetzt ist. Die in seinem Inneren auftretende Grenzfläche sorgt für eine teilweise Reflexion des einfallenden Strahles und eine teilweise Transmission. Es treten folglich zwei Strahlen in zwei senkrecht zueinander stehende Richtungen aus dem PBSC aus. Zusätzlich sind diese Strahlen zueinander orthogonal polarisiert, d.h. es kann keine Interferenz zwischen beiden Strahlen auftreten. Dementsprechend müssen beide Strahlen vor der Detektion z.B. durch einen Polarisationsfilter auf eine gemeinsame Achse projiziert werden. Da der PBSC jedoch lediglich die im einfallenden Strahl überlagerten Polarisierungen auseinanderfiltert muss der einfallende Strahl um 45° gegen die Vertikale gekippt polarisiert sein, um eine gleiche Intensität der beiden Teilstrahlen zu gewährleisten. Diese beiden Strahlen durchlaufen im Interferometer einen nur geringfügig versetzten Weg, also im Gegensatz zum Michelson-Interferometer die gleichen Spiegel. Sie werden im gleichen PBSC getrennt und, nach einem geschlossenen Umlauf durchs Interferometer, wieder überlagert. Dies bildet ein sehr präzises Messgerät, da bspw. kleine Produktionsunterschiede der Spiegel (z.B. unterschiedlich dickes Glas) nicht zu Unterschieden in den Strahlengängen führt. Die Qualität von Interferometern wird durch den Kontrast K bestimmt. Es gilt:

$$K = \frac{I_{max} + I_{min}}{I_{max} - I_{min}} \quad (1)$$

Hierbei bezeichnet I_{max} die Intensität der Interferenzmaxima, I_{min} entsprechend die der Interferenzminima. Diese Intensität hängt stark von der Polarisation des Ursprungsstrahls ab, da gilt: $I \propto |E_h + E_v|^2$ und die E -Feld Komponenten naturgemäß abhängig sind vom Winkel des Ursprungsstrahls $E = E_0 \cos(\omega t)$ gegen die Vertikale. O.B.d.A. wird der im Interferometer verursachte Gangunterschied δ zwischen den beiden Komponenten als Unterschied der horizontalen gegen die Vertikale betrachtet. So ergibt sich

$$K_v = E_0 \cos(\phi) \cos(\omega t) \quad (2)$$

sowie

$$K_h = E_0 \sin(\phi) \cos(\omega t + \delta) \quad (3)$$

mit ϕ als Polarisationswinkel. Die Intensität lässt sich somit durch

$$\begin{aligned}
I &< |E_h + E_v|^2 > = < |E_0 \cos(\phi) \cos(\omega t) + E_0 \sin(\phi) \cos(\omega t + \delta)|^2 > \\
&= < E_0^2 \cos^2(\phi) \cos^2(\omega t) + 2E_0^2 \cos(\phi) \sin(\phi) \cos(\omega t) \cos(\omega t + \delta) + E_0^2 \sin^2(\phi) \cos^2(\omega t + \delta) > \\
&= E_0^2 \cos^2(\phi) < \cos^2(\omega t) > + 2E_0^2 \cos(\phi) \sin(\phi) < \cos(\omega t) \cos(\omega t + \delta) > + E_0^2 \sin^2(\phi) < \cos^2(\omega t + \delta) > \\
&= \frac{E_0^2}{2} \pm E_0^2 \cos(\phi) \sin(\phi)
\end{aligned}$$

Da nur konstruktive, bzw destruktive, Interferenz betrachtet wird, gilt $\delta = 2\pi n$, mit $n \in \mathbb{N}$, bzw. $\delta = (2n + 1)\pi$, mit $n \in \mathbb{N}$, was zu \pm -Unterscheidung führt. Zudem gilt allgemein $< \cos(\omega t + \delta) > = \frac{1}{2}$. Durch Vernachlässigung aller Vorfaktoren ergibt sich für die Proportionalität von K

$$K \cos(\phi) \sin(\phi) \quad (4)$$

Ist dieser Kontrast hinreichend groß, kann eine zuverlässige Bestimmung der Druckabhängigkeit der Brechungsindex eines optisch dünnen Gases, bzw. Gemisches, erfolgen, indem in einen Strahl eine Gaszelle der Länge L eingebracht wird. In dieser wird der Druck von p_1 auf p_2 variiert und die Anzahl M der dabei auftretenden Interferenzmaxima gemessen. Hierfür gilt die Formel

$$M = \frac{\Delta n}{\lambda_{vac}} L \quad (5)$$

bei der λ_{vac} die Wellenlänge des Lasers bezeichnet. Der Brechungsindex n_0 bei $T_0 = 273,15 \text{ K}$ und $p_0 = 1013,2 \text{ mbar}$ ergibt sich nach **[Anleitung]** über

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p_2 - p_1}. \quad (6)$$

Zur Messung des Brechungsindex eines Plättchens wird eine Halterung mit zwei um $\Phi = 20^\circ$ gegeneinander geneigte Plättchen verwendet. Jeder der beiden Strahlen durchläuft eines der beiden Plättchen und erhält damit, einmal durch den durch Brechung verlängerten Weg, einmal durch den geänderten Brechungsindex eine Phasenverschiebung. Werden die Plättchen in der optischen Ebene um θ gedreht, detektiert man wieder Interferenzmaxima M . Für eine die Platten gilt näherungsweise für kleine Winkel

$$M = (n - 1) \frac{T}{\lambda_{vac}} \left(1 + \frac{\theta^2 - \Phi^2}{2n}\right). \quad (7)$$

Der Brechungsindex lässt sich dann über

$$n = \frac{2\Phi\theta T}{2\Phi\theta T - M\lambda_{vac}}. \quad (8)$$

3 Durchführung

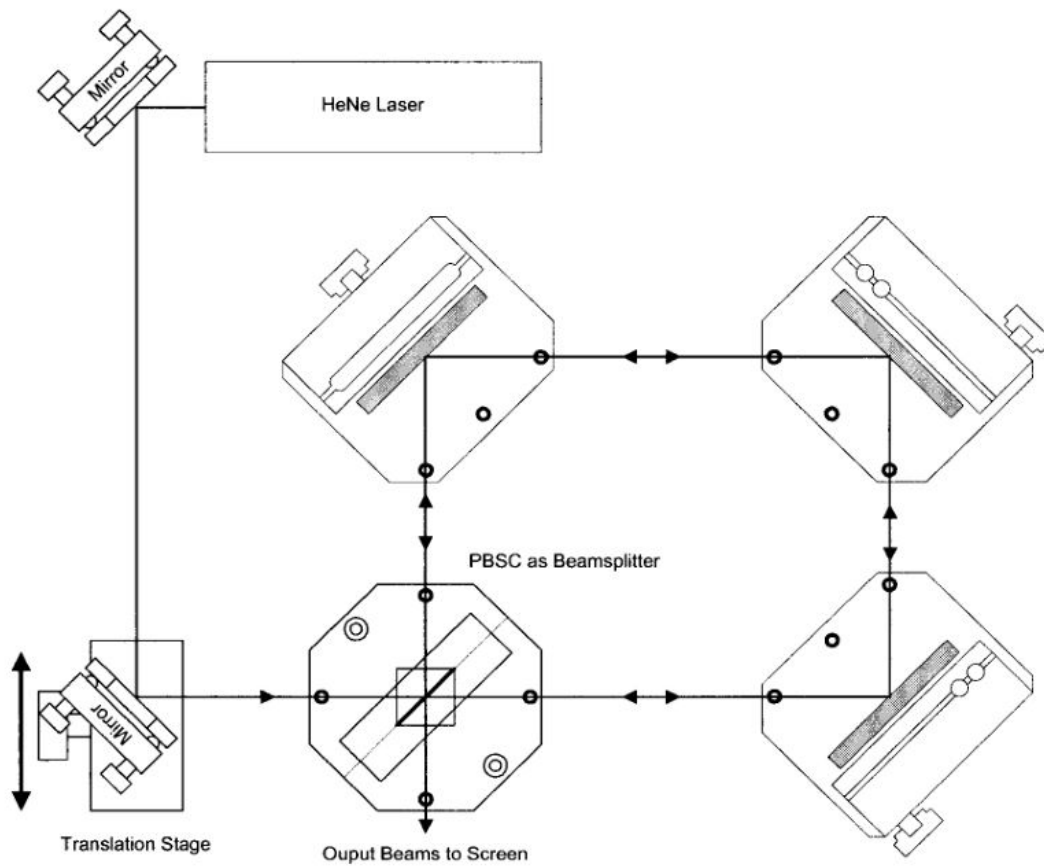


Abbildung 1: Aufbau des Sagnac-Interferometers

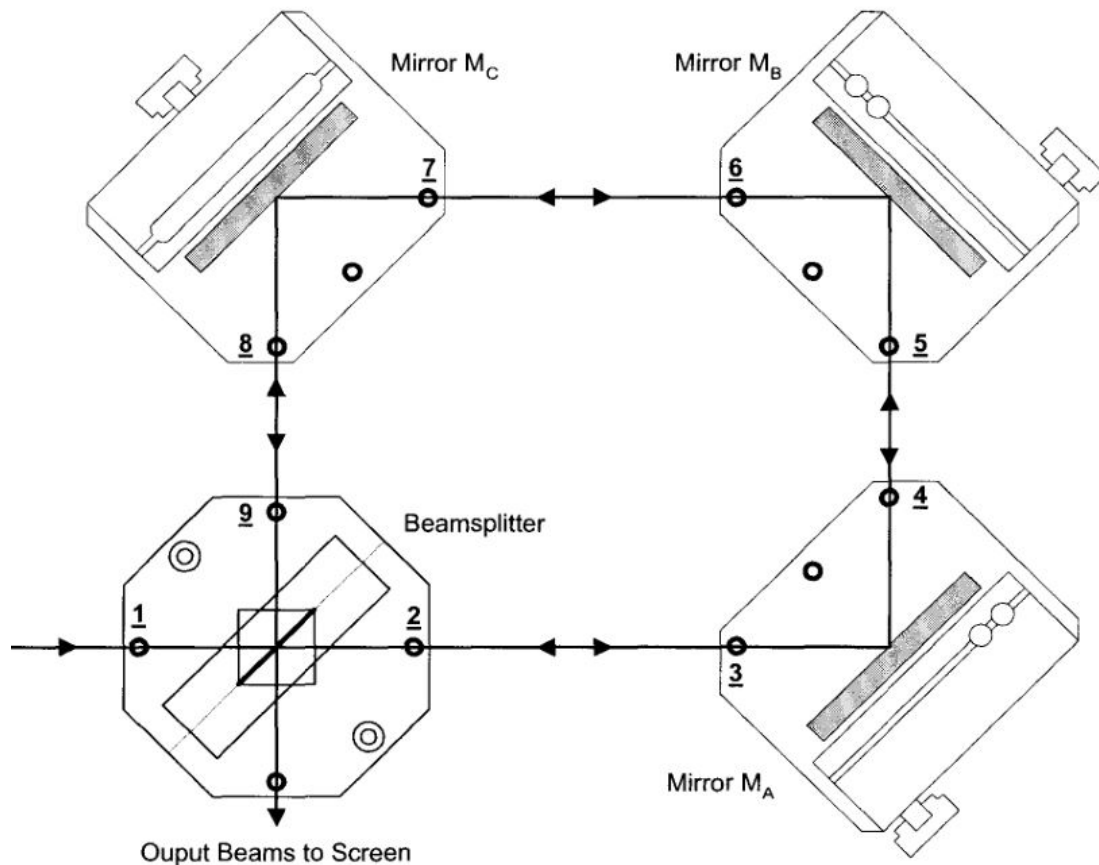


Abbildung 2: Strahlengang des Sagnac-Interferometers und Montagepunkte der Lochblenden zur Justage

In den Abbildungen ?? und ?? ist der generelle Aufbau des Sagnac Interferometers zu sehen. Hinter dem PBSC aus der Abbildung wird zur Messung der Interferenzmuster noch ein weiterer PBSC zur Teilung des Strahls auf 2 Photodioden eingebaut. Die Signale der Dioden werden auf einem Oszilloskop von einander subtrahiert und als Differenzsignal visualisiert. Zur zusätzlichen Justierung wird der HeNe-Laserstrahl vor dem Auftreffen auf den PBSC noch über 2 Spiegel geleitet. Durch den linken unteren Spiegel kann die Aufteilung des Strahls in hin- und rückläufigen Strahl bewirkt werden, was für die späteren Messungen vonnöten ist. Zur korrekten Justierung des Strahls auf die Spiegel werden ausserdem Lochblenden verwendet.

Bevor mit der Messung der Intensitätsmaxima und Minima begonnen werden kann, werden nun die Strahlen im Interferometer korrekt auf die Photodiode ausgerichtet. Anschließend werden die Plättchen in das Interferometer gebracht. Nun wird der Polarisationsfilter, welcher vor Punkt 1 positioniert ist, in 10 Schritten gedreht. Aus dem auf dem Oszilloskop sichtbaren Referenzsignal lassen sich nun die maximalen und minimalen

Intensitäten ablesen, welche entstehen, wenn man die Plättchen im Interferometer um einen Winkel im Strahl kippt. Aus den gemessenen Daten wird in der Auswertung der Kontrast errechnet.

Im zweiten Teil des Versuchs soll der Brechungsindex der zuvor bereits verwendeten Plättchen ermittelt werden. Dazu werden die um 10 Grad aus der Ebene senkrecht zum Strahl gekippten Plättchen in Laserstrahl des Interferometers eingeführt. Anschließend wird die Anzahl der Interferenzmaxima bei einer Rotation um 10 - 11 Grad senkrecht zur Strahlebene in 1 Grad Schritten gemessen.

Im letzten Teil des Versuchs wird statt der Plättchen eine Gaszelle in den Laserstrahl geschoben und mithilfe einer angeschlossenen Vakuumpumpe evakuiert. Hier werden die Anzahl der Counts bei zurück auf Umgebungsdruck steigendem Druck in der Kammer aufgenommen.

4 Auswertung

4.1 Messung des Kontrasts der Apparatur

Für die Ermittlung des Kontrasts des Interferometer wird ein Laser mit einer Wellenlänge von $\lambda_{vac} = 623,99 \text{ nm}$ verwendet. Aus den gemessenen Intensitäten wird dann mithilfe von Formel (1) der Kontrast berechnet. Die Messwerte, sowie der berechnete Kontrast sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Das Maximum des Kontrasts liegt bei einem Winkel von 60.

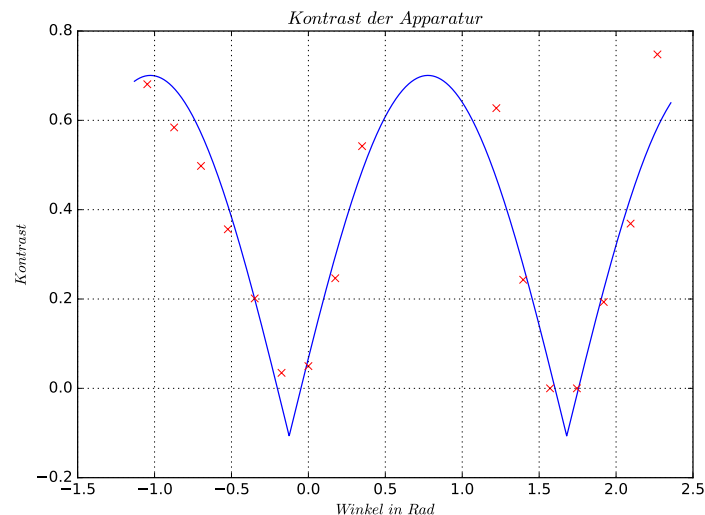


Abbildung 3: Winkel der Platten und aus den gemessenen Intensitäten errechneter Kontrast.

Tabelle 1: Zu unterschiedlichen Winkeln gemessene Intensitäten dazu errechneter Kontrast.

Winkel in Grad	U_{min} in mV	U_{max} in mV	Kontrast
-60	-1085	25	0.6808
-50	-975	25	0.5841
-40	-969.75	-37.50	0.4979
-30	-969.75	-281.25	0.3561
-20	-1118.75	-1012.50	0.2013
-10	-1106.75	-668.75	0.0347
0	-1118.75	-1043.75	0.0498
10	-1118.75	-743.75	0.2465
20	-1118.75	-531.25	0.5422
30	-1118.75	-375.00	0.9255
40	-1118.75	-293.75	0.95
45	-1118.75	-212.50	0.955
50	-1118.75	-87.50	0.8549
60	-1118.75	-18.75	0.9670
70	-1118.75	-256.25	0.6273
80	-1118.75	-681.25	0.2431
90	-	-	0
100	-	-	0
110	-1118.75	-756.25	0.1933
120	-1125.0	-518.75	0.3688
130	-1125.0	-162.50	0.7476

In 3 ist der Kontrast in Abhängigkeit des Drehwinkels der Platten aufgetragen und mithilfe von *curve – fit* gefitted worden. Um die Messwerte optimal durch einen Fit zu approximieren wurden die Messwerte zwischen 30° und 60° aus dem Diagramm entfernt. Bei 90° und 100° sind beide Intensitäten im Hintergrundrauschen untergegangen, woraus sich der Kontrast von 0 ergibt.

4.2 Berechnung des Brechungsindex der Platten

In der Anleitung [**Anleitung**] finden sich zur Berechnung des Brechungsindex der Platten folgende Herstellerangaben:

$$T = 1 \text{ mm}, n_{\text{Lit}} = 1.35, \delta = 10$$

Anhand dieser Angaben, sowie den gemessenen Werten, wird mithilfe von Formel (7) aus der Theorie der Brechungsindex der Platten errechnet. Die berechneten Werte sind in Tabelle 2 einzusehen.

Tabelle 2: Gemessene Counts bei einer Drehung der Platten um ca. $\theta = 10^\circ$ und Mittelwert des berechneten Brechungsindex.

Messung	Counts M	Brechungsindex n	Fehler
1	55	1.049	0.036
2	40	1.038	0.027
3	55	0.750	1.159
4	51	1.015	0.050
5	55	1.015	0.054
6	43	1.036	0.031
7	37	1.023	0.023
8	34	1.034	0.023

4.3 Berechnung des Brechungsindex von Luft

In den Tabellen 3 und 4 sind die mithilfe von Formel (??) berechneten Werte des Brechungsindex von Luft bei steigendem Druck zu sehen. Die Wellenlänge des Lasers beträgt nach wie vor $\lambda_{vac} = 632,99 \text{ nm}$. Die Länge der Gaszelle ist durch $L = 10 \text{ cm}$ gegeben.

Tabelle 3: Brechungsindex von Luft bei steigendem Druck in 100 mbar Schritten.

p_1 in mbar	n_1	p_2 in mbar	n_2
11	1.000 070	12	1.000 076
100	1.000 633	100	1.000 633
200	1.001 266	200	1.001 266
300	1.001 899	300	1.001 899
400	1.002 532	400	1.002 532
500	1.003 165	500	1.003 165
600	1.003 798	600	1.003 798
700	1.004 431	700	1.004 431
800	1.005 064	800	1.005 064
900	1.005 697	900	1.005 697
995	1.006 298	995	1.006 298

Tabelle 4: Brechungsindex von Luft bei steigendem Druck in 50 mbar Schritten.

p_3 in mbar	n_3	p_4 in mbar	n_4
8	1.000 051	8	1.000 051
50	1.000 317	50	1.000 317
100	1.000 633	100	1.000 633
150	1.000 949	150	1.000 949
200	1.001 266	200	1.001 266
250	1.001 582	250	1.001 582
300	1.001 899	300	1.001 899
350	1.002 215	350	1.002 215
400	1.002 532	400	1.002 320
450	1.002 848	450	1.002 848
500	1.003 165	500	1.003 165
550	1.003 481	550	1.003 481
600	1.003 798	600	1.003 798
650	1.004 114	650	1.004 114
700	1.004 431	700	1.004 431
750	1.004 747	750	1.004 747
800	1.005 064	800	1.005 064
850	1.005 380	850	1.005 380
900	1.005 697	900	1.005 697
950	1.006 013	950	1.006 013
995	1.006 298	995	1.006 298

5 Diskussion

Offensichtlich sind die starken Schwankungen bei der Messung des Brechungsindex der Glasplatten zwischen 0,7590 und 1.034 2, sowie deren dramatische Abweichung vom Theoriewert von 1,35. Vernachlässigt man den stark aus der Reihe fallenden Wert von 0,75, welcher vermutlich Erschütterungen des Interferometers geschuldet ist, so bleibt dennoch die Abweichung von n_1 vom Theoriewert in drei Größenordnungen.

Die Messung des Brechungsindex von Luft ergibt mit konstant 1.006298 bei 995 mbar solide Ergebnisse.