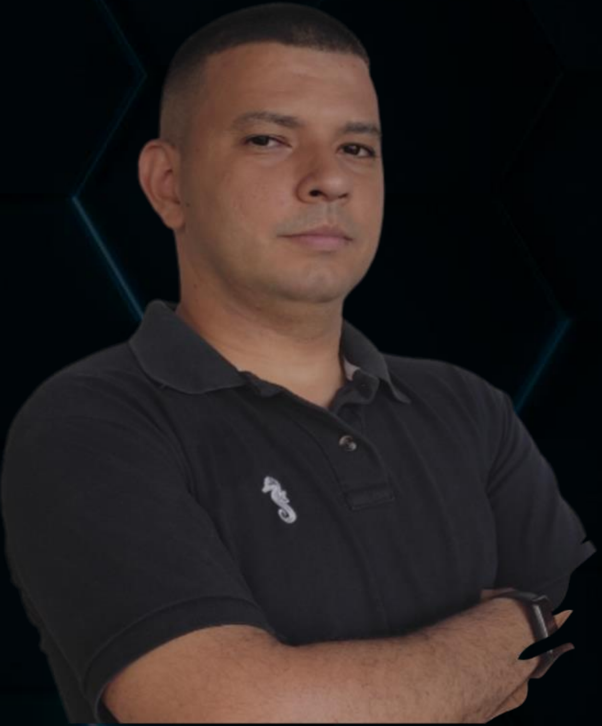

MATEMÁTICA

GCM Parnamirim RN

JEFFERSON MASCARENHAS

VETORIAL
CONCURSOS
O MELHOR DIRECIONAMENTO PARA SEUS ESTUDOS

SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS:

1. Sequências numéricas definidas por recorrência.
2. Progressões aritméticas, relações entre termos e soma dos termos de uma progressão aritmética finita.
3. Progressões geométricas, relações entre termos e soma dos termos de uma progressão geométrica finita.
4. Soma dos infinitos termos de uma progressão geométrica.

1

$a_n = a_{n-1} + 14$

$a_n = 2^n - 4$

• FIBONACCI

$(0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \boxed{21} \ldots)$

+

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + a_{n-2}}$$

+1 +2 +3 +4 +5 +6

2, 3, 5, 8, 12, 17, 23

+4 +4 +4 +4

2, 6, 5, 9, 8, 12, 11, 15

-1 -1 -1

+3 +3 +3

Progressão aritmética (PA) $\oplus$

$$(a_1 \xrightarrow{+r} a_2 \xrightarrow{+r} a_3, a_4, \ldots\ldots a_{n-1}, a_n)$$

$$\begin{cases} a_1 = \text{PRIMEIRO} \\ r = \text{razão da P.A.} \end{cases}$$

Ex.: $(2 \xrightarrow{+2} 4 \xrightarrow{+2} 6 \xrightarrow{+2} 8, 10, 12, \ldots)$

- a_1
- $a_2 = \underbrace{a_1 + r}$
- $a_3 = a_2 + r = a_1 + r + r = \underbrace{a_1 + 2.r}$
- $a_{\boxed{4}} = a_1 + 3.r$

$\vdots$

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

Soma dos termos de uma PA

Ex.: $\underset{a_1}{\boxed{1}}\overset{+1}{,}\ 2\overset{+2}{,}\ 3,\ 4,\ 5 \dots\dots,\ \underset{a_{50}}{\boxed{50}}$

$S_{50} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots\dots + 48 + 49 + 50$

51

51

51

$$S_{50} = \frac{(a_1 + a_{50}).50}{2}$$

$$\boxed{S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}}$$

Progressão geométrica (PG) ⓧ

$(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n)$

a_1 = PRIMEIRO TERMO

q = RAZÃO dA P.G.

Ex.: $\left(2 \overset{\times 2}{\curvearrowright} 4 \overset{\times 2}{\curvearrowright} 8 \overset{\times 2}{\curvearrowright} 16 \overset{\times 2}{\curvearrowright} 32 \overset{\times 2}{\curvearrowright} 64, \ldots\right)$

- a_1
- $a_2 = \underbrace{a_1 \cdot q}$
- $a_3 = a_2 \cdot \textcircled{q} = a_1 \cdot q \cdot \textcircled{q} = a_1 \cdot q^2$
- $a_4 = a_1 \cdot q^3$
- $a_5 = a_1 \cdot q^4$

$$\boxed{a_n = a_1 \cdot q^{n-1}}$$

Soma dos termos de uma PG

FINITA

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

INFINITA

$$\boxed{S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}}$$

$$\underbrace{\left(50,\ 25,\ \frac{25}{2},\ \frac{25}{4}\ \ldots\ \ldots 0 \ldots\right)}$$

01. Imagine que uma pessoa queira fazer um trabalho de conscientização de pessoas para reduzir práticas de bullying. Para planejar suas ações, ela distribuiu o trabalho de modo a aumentar, progressivamente, a quantidade de pessoas atendidas de acordo com uma progressão aritmética. Na primeira semana, ela conversou com 4 pessoas e aumentou 4 pessoas a cada semana seguinte. Ao final de 1 ano (52 semanas), o número de pessoas alcançadas por esse trabalho foi de

$365 \,\underline{|7}$

52 sem

(1) dia

a) 5465.

b) 5349.

c) 5502.

[✓ d) 5512.]

P. A.

$a_1 = 4$

$n = 4$

$a_{52} =$

$a_n = a_1 + (n-1).n$

$a_{52} = 4 + (52-1).4$

$a_{52} = 4 + 51.4$

$a_{52} = 52.4 = 208$

$\boxed{a_{52} = 208}$

$$S_{52} = \frac{(a_1 + a_{52}).\cancel{52}^{26}}{\cancel{2}} = (4+208).26 = 212.26$$

$$\boxed{S_{52} = 5512} //$$

02. Considere o trecho para resolver a questão

De acordo com os estudos sobre o avanço da fome no mundo, um professor de matemática criou a Progressão Aritmética (2020, 2022, 2024, ...), formada por anos com possíveis altos índices de insegurança alimentar no mundo.

$+2$

O termo geral dessa sequência é dado por

a) $an = 2018 - 2n$.

b) $an = 2022 + 2n$.

c) $\boxed{an = 2018 + 2n.}$

d) $an = 2021 - 2n$.

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

$$a_n = 2020 + (n-1).r$$

$$a_n = 2020 + (n-1).2$$

$$a_n = 2020 + 2n - 2$$

$$a_n = 2020 - 2 + 2n$$

$$\boxed{a_n = 2018 + 2n}$$

03. Suponha que, em um determinado país, como resposta às pesquisas, esforços e medidas de segurança, o número de mortos em ataques a escolas esteja sendo reduzido, seguindo uma progressão geométrica de razão 0,5 de um ano para o outro. Se no primeiro ano foram registradas 96 mortes, considerando que a progressão seja mantida, o número de mortes no quinto ano será igual a

a) 5.

b) 8.

c) 7.

[✓ d) 6.]

P. G.

$a_1 = 96$

$q = 0,5 = \frac{1}{2}$

I

$$\begin{tikzcd}[row sep=small]
a_1 = 96 \arrow[d, bend left, "\times 0,5"] \\
a_2 = 48 \arrow[d, bend left, "\times \frac{1}{2}"] \\
a_3 = 24 \arrow[d, bend left, "\times \frac{1}{2}"] \\
a_4 = 12 \arrow[d, bend left, "\times \frac{1}{2}"] \\
\boxed{a_5 = 6}
\end{tikzcd}$$

II

$$\boxed{a_n = a_1 \cdot q^{n-1}}$$

$a_5 = ?$

$a_5 = a_1 \cdot q^4$

$a_5 = 96 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$

$a_5 = 96 \cdot \frac{1}{2^4} = 96 \cdot \frac{1}{16}$

$$\boxed{a_5 = 6}$$

04. Uma dívida foi adquirida para ser paga em progressão geométrica em cinco parcelas. A primeira parcela era R$ 10.000,00, e a terceira parcela era um valor igual a 15% do valor da segunda parcela. Nessas condições, o valor da soma das duas últimas parcelas é mais próximo de

a) R$ 38,00

[✓ b) R$ 39,00.]

c) R$ 35,00.

d) R$ 34,00.

P. G.

$$\begin{cases} a_1 = 10\,000 \\ q = \frac{15}{100} \end{cases}$$

$$a_3 = \boxed{\frac{15}{100}} \cdot a_2$$

q

$$a_2 = 100\cancel{0}\cancel{0} \cdot \frac{15}{1\cancel{0}\cancel{0}} = 1500$$

$$a_3 = 15\cancel{0}\cancel{0} \cdot \frac{15}{1\cancel{0}\cancel{0}} = 225$$

$$a_4 = 225 \cdot \frac{15}{100} = \frac{3375}{100} = 33,75$$

$$a_5 = 33,75 \cdot \frac{15}{100} = 5,06\ldots$$

$$\begin{array}{r} \overset{1}{3}3,75 \\ 5,06 \\ \hline 38,81 \end{array}$$

$$a_4 + a_5 \simeq 33,75 + 5,06 = \boxed{38,81} \simeq \text{R\$ } 39,00$$

05. O Quadro 1 registra o quantitativo aproximado de casos confirmados de Covid-19 em cada mês, em uma região onde ainda não havia ocorrido a aplicação das vacinas preventivas.

Quadro 1: Casos confirmados de Covid-19, por mês.

Fevereiro (Início da pandemia)	Março	Abril	Maio
a_1= 1000	2000	4000	8000

P.G $\left\{ \begin{array}{l} a_1 = 1000 \\ q = 2 \end{array} \right.$

Considerando que nenhuma medida tenha sido tomada para o controle da doença nesse ano, e que o padrão de crescimento de casos tenha sido mantido. É possível dizer que o quantitativo total de casos confirmados nesse ano foi de:

a) 1 203 000.

[✓ b) 2 047 000.]

c) 1 000 000.

d) 2 008 000.

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_{11} = \frac{1000(2^{11} - 1)}{2 - 1} = 1000.(2^{11} - 1)$$

$$S_{11} = 1000(2048 - 1)$$

$$S_{11} = 1000 \cdot 2047$$

$$\boxed{S_{11} = 2047000}$$

$$2^{11} = 2.2.2.2.2.2.2.2.2.2.2 = \boxed{2048}$$

4 8 16 32 64 2048

06. Preparando-se para uma maratona aquática importante, com percurso de 10 km, certo sargento treina diariamente e, a cada dia, nada 100 m a mais do que no dia anterior. Mantendo este ritmo, no décimo dia, ele nadou um total de 2.500 m.

Desta forma, pode-se estimar que, para estar em condições de cumprir essa prova, esse marinheiro deverá treinar, no mínimo, durante:

km hm dam m dm cm mm
1 ——— 1000
10 ——— 10000

A) 75 dias.

[✓ B) 85 dias.]

C) 95 dias.

D) 105 dias.

E) 115 dias.

$a_1 = ?$

$r = 100$

$a_{10} = 2500$

⋮

$a_n = 10000$

$a_{10} = a_1 + (n-1)r$

$a_1 + 9.r = 2500$

$a_1 + 9.100 = 2500$

$a_1 = 2500 - 900$

$\boxed{a_1 = 1600}$

$a_n = 10000$

$a_1 + (n-1).r = 10000$

$\underline{1600} + (n-1).100 = 10000$

$(n-1).100 = 10000 - 1600$

$n-1 = \frac{84\cancel{00}}{1\cancel{00}} = 84$

$n = 84+1 = \boxed{85}$ //

$\times 0,5 \quad \cdot 0,5$

07. Dada a equação 20x + 10x + 5x + … = 5, em que o primeiro membro representa a soma dos termos de uma progressão geométrica infinita, o valor de 1/x é

A) 12

B) 10

[✓ C) 8]

D) 5

P.G $\begin{cases} a_1 = 20x \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q}$$

0,5

$$1 - \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$1 - 0,5 = \boxed{0,5}$$

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{2}$$

$$\boxed{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{a_1}{1-q} = 5$$

$$\frac{20x}{\frac{1}{1} - \frac{1}{2}} = 5$$

$$\frac{20.x}{\frac{1}{2}} = 5$$

$$20.x = 5 . \frac{1}{2}$$

$$x = 5 . \frac{1}{2} . \frac{1}{20}$$

$$x = \frac{5^{:5}}{40^{:5}} = \boxed{\frac{1}{8}}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{8}{1} = \boxed{8}$$

08. O tio de Raphael tem um projeto de depositar mensalmente certa quantia na sua caderneta de poupança para futuramente ajudá-lo no pagamento das mensalidades da faculdade. Pretende começar com R$ 45,00 e aumentar R$ 15,00 por mês, ou seja, depositar R$ 60,00 no segundo mês, R$ 75,00 no terceiro mês e assim por diante. Após efetuar o vigésimo depósito, a quantia total depositada por ele será de:

a_{20}

P. A

A) R$ 1.050,00

B) R$ 2.150,00

[✓ C) R$ 3.750,00]

D) R$ 4.950,00

$a_1 = 45$

$r = 15$

$$a_{20} = 45 + \overset{(20-1).r}{19.15}$$

$$a_{20} = 45 + 19.15$$

$$a_{20} = 45 + 285$$

$$\underline{a_{20} = 330}$$

$$S_{20} = \frac{(a_1 + a_{20}).20}{2}$$

$$S_{20} = \frac{(45+330).20}{2}$$

$$S_{20} = 375.10$$

$$\boxed{S_{20} = 3750,00}$$

09. Assinale a alternativa que apresenta o décimo segundo número ímpar sucessor de 237:

A) 259.

[✓ B) 261.]

C) 263.

D) 265.

E) 267.

$$237 \begin{cases} a_1 = 239 \\ r = 2 \end{cases}$$

$$a_{12} = a_1 + (n-1) . r$$

$$a_{12} = 239 + 11 . 2$$

$$a_{12} = 239 + 22$$

$$\boxed{a_{12} = 261}$$

a_1 a_2 a_3 a_4 $r = 6$

10. A sequência (2x+3, 3x+4, 4x+5, ...) é uma progressão aritmética de razão 6. O quarto termo dessa progressão é

+6

[✓ A) 31.]

B) 33.

C) 35.

D) 37.

$a_4 = 4x + 5 + 6 \Rightarrow \boxed{a_4 = 4x + 11}$

$r + a_1 = a_2$

$a_2 - a_1 = r$

$3x + 4 - (2x + 3) = 6$

$3x - 2x + 4 - 3 = 6$

$x + 1 = 6$

$x = 6 - 1$

$\boxed{x = 5}$

$a_4 = 4.5 + 11$

$a_4 = 20 + 11$

$\boxed{a_4 = 31}$

11. Seja a P.G. (24, 36, 54, ...). Ao somar o 5º e o 6º termos dessa P.G. tem-se

A) 81/2

B) 405/2

[✓ C) 1215/4]

D) 1435/4

$$\frac{a_2}{a_1} = q$$

$$q = \frac{36 :2}{24 :2} = \frac{18 :6}{12 :6} = \boxed{\frac{3}{2}}$$

$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad \overset{+}{a_5 \quad a_6}$

$$24 \quad 36 \quad 54 \cdot \frac{3}{2} = 81 \cdot \frac{3}{2} = \boxed{\frac{243}{2}} \cdot \frac{3}{2} = \boxed{\frac{729}{4}}$$

$$\frac{243 \cdot 2}{2 \cdot 2} + \frac{729}{4} = \frac{486}{4} + \frac{729}{4} = \frac{486 + 729}{4} = \boxed{\frac{1215}{4}}$$

12. Progressões aritméticas são sequências numéricas nas quais a diferença entre dois termos consecutivos é constante.

a_n

A sequência (5, 8, 11, 14, 17, …, 68, 71) é uma progressão aritmética finita que possui

A) 67 termos

B) 33 termos

C) 28 termos

[✓ D) 23 termos]

E) 21 termos

P.A

$a_1 = 5$

$r = 3$

$\boxed{a_n = 71}$ I

$a_n = a_1 + (n-1).r$

$5 + (n-1).3 = 71$

$(n-1).3 = 71 - 5$

$(n-1).3 = 66$

$n - 1 = \frac{66}{3}$

$n - 1 = 22$

$n = 21 + 1$

$\boxed{n = 23}$

II

$5 + (n-1)3 = 71$

$5 + 3n - 3 = 71$

$3n + 2 = 71$

$3n = 71 - 2$

$3n = 69$

$n = \frac{69}{3} = \boxed{23}$

13. O protocolo de determinado tribunal associa, a cada dia, a ordem de chegada dos processos aos termos de uma progressão aritmética de razão 2: a cada dia, o primeiro processo que chega recebe o número 3, o segundo, o número 5, e assim sucessivamente. Se, em determinado dia, o último processo que chegou ao protocolo recebeu o número 69, então, nesse dia, foram protocolados

A) 23 processos.

B) 33 processos.

[✓ C) 34 processos.]

D) 66 processos.

E) 67 processos.

P.A. $\begin{cases} a_1 = 3 \\ r = 2 \end{cases}$

$\boxed{a_n = 69}$

$\boxed{n = ?}$

$a_1 + (n-1).r = 69$

$3 + (n-1).2 = 69$

$(n-1).2 = 69 - 3$

$(n-1).2 = 66$

$n - 1 = \frac{66}{2}$

$n - 1 = 33$

$n = 33 + 1 \rightarrow \boxed{n = 34}$

14. Um carro percorreu 3.000 km. A cada dia de viagem, a partir do primeiro, ele dobrou a distância percorrida no dia anterior. Se ele finalizou a viagem em quatro dias, a distância percorrida, em quilômetros, no primeiro dia foi de

A) 100.

[✓ B) 200.]

C) 150.

D) 250.

E) 300.

(I)

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 3000$$

$$x + 2x + 4x + 8x = 3000$$

$$15x = 3000$$

$$x = \frac{3000}{15}$$

$$\boxed{x = 200}$$

P.G (II)

a_1

$q = 2$

$S_4 = 3000$

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$3000 = \frac{x(2^4 - 1)}{2 - 1} = 15x = 3000$$

$$\boxed{x = 200}$$ //

15. Cada uma das sequências a seguir é formada de acordo com uma certa regra. Além disso, o número 7 aparece em ambas:

3, 7, 11, 15, ...

1, 4, 7, 10, ...

Continuando essas sequências, qual será o próximo número a se repetir em ambas?

A) 15.

B) 16.

[✓ C) 19.]

D) 21.

E) 27.

+4 +4 +4 +4

3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, ...

+3 +3 +3

1, 4, 7, 10, 13, 16, 19

16. Marque a alternativa que apresente a soma dos números de compreendidos de 1 até 100, incluindo-os.

A) 5020.

B) 5000.

[✓ C) 5050.]

D) 5040.

E) 5030.

$\boxed{I}$

$\overset{+1}{1 + 2} + 3 + 4 + \cdots + 98 + 99 + 100$

101

101

$$\frac{101 \cdot 100}{2} = 101 \cdot 50 = 5050$$

$\boxed{II}$

$a_1 = 1$

$r = 1$

$a_{100} = 100$

$$S_{100} = \frac{(1 + 100)\,100}{2} = 101 \cdot 50 = 5050$$

17. A sequência de números 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13... é conhecida como sequência de Fibonacci.

21

Com base nessa sequência, é correto afirmar que:

9° + 10° = 11°

a) O nono termo corresponde ao número 34. X

11° − 10° = 9°

[✓ **b)**] A diferença entre o décimo primeiro termo e o décimo termo é igual ao nono termo.

c) Toda a sequência é composta por números primos. X

d) A soma do nono termo com o décimo primeiro termo é igual ao décimo termo. X

~~9° + 11° = 10°~~

18. Observe a sequência numérica a seguir: 3, 4, 7, A, B, 28, 39...

Qual é o resultado de A multiplicado por B?

[✓ **a)** 228]

b) 198

c) 208

d) 218

+1 +2 +3 +5 +7 +9 +11

3, 4, 7, A, B, 28, 39

$A = 12$ $B = 19$

$A \cdot B = ? = 12 \cdot 19 = \boxed{228}$

19. A partir da sequência com cinco termos definida como (7, 9, 13, 21, 37), assinale a alternativa com a sua correta a lei de formação.

n=1 n=2 n=3 n=4

a) 2^n - 5 −3 ✗ $2^1 - 5 = -3$

b) 3^n + 5 8 ✗ $3^1 + 5 = 8$

[✓ c)] 2^n + 5 7 ✓ $2^1 + 5 = 7$

d) 5^n+ 5 10 ✗ $5^1 + 5 = 10$

n=1

FIM!