

Caracterización de la Relación Resistencia–Temperatura

Universidad Nacional de Colombia - Facultad de Ingeniería - Introducción a la Ingeniería Eléctrica (2016856)

Autores:

Juliana Paola Andrade Rodríguez

Santiago Andrés Calan Jamaica

Juan Nicolas Olarte Salgado

Profesor: David Nova

Propósito de la Práctica

Familiarizar a los estudiantes con los principios y procedimientos para calibrar sensores de temperatura y determinar el coeficiente térmico de un elemento resistivo. A través de este experimento, se buscará establecer la conexión entre las propiedades eléctricas y térmicas de materiales conductores, desarrollando habilidades en la adquisición, análisis y discusión de datos experimentales.

Contexto y Motivación

La dependencia de la resistencia eléctrica de un material con la temperatura es un fenómeno fundamental en la física de sólidos y en aplicaciones tecnológicas. Materiales metálicos, semiconductores y cerámicos presentan comportamientos distintos: mientras en metales la resistencia crece aproximadamente de manera lineal con la temperatura, en semiconductores ocurre lo contrario. El coeficiente térmico de la resistencia, denotado por α , cuantifica la variación relativa de la resistencia con cambios en la temperatura. Conocer α es esencial para:

- Diseñar y calibrar sensores de temperatura como termistores y detectores de temperatura de resistencia (RTD).
- Garantizar la estabilidad de circuitos eléctricos en dispositivos que operan en ambientes variables.
- Analizar la calidad de materiales conductor, su pureza y su comportamiento en aplicaciones de instrumentación.

Además, el propósito de este laboratorio es reforzar conceptos de electrodinámica en medios materiales, estadística aplicada a datos experimentales e introducción al análisis de errores.

1. Objetivos Específicos

1. Comprender el fundamento físico de la variación de la resistencia eléctrica con la temperatura.
2. Caracterizar el procedimiento de calibración de un sensor de temperatura.
3. Registrar y analizar la resistencia de un elemento resistivo a distintas temperaturas.
4. Determinar experimentalmente el coeficiente térmico α a través de un ajuste lineal y evaluar el grado de linealidad en el rango de estudio.
5. Identificar y cuantificar las principales fuentes de error sistemáticas y aleatorias, aplicando propagación de incertidumbres para los valores obtenidos.

2. Fundamento Teórico

2.1. Dependencia de la resistencia con la temperatura

La resistencia eléctrica R de un conductor se relaciona con la resistividad intrínseca ρ del material y sus dimensiones físicas (longitud L y sección transversal A) mediante:

$$R(T) = \rho(T) \frac{L}{A}. \quad (1)$$

En metales puros, la resistividad ρ aumenta con la temperatura debido a la mayor dispersión de electrones libres contra vibraciones de la red cristalina. Para un rango de temperaturas moderadas (generalmente entre 0 °C y 100 °C), la variación es aproximadamente lineal:

$$\rho(T) = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)], \quad (2)$$

Siendo ρ_0 la resistividad en la temperatura de referencia T_0 y α el coeficiente térmico de resistividad. En consecuencia, la resistencia eléctrica del elemento cumple:

$$R(T) = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)], \quad (3)$$

donde:

- $R(T)$ es la resistencia a la temperatura T ,
- R_0 es la resistencia en la temperatura de referencia T_0 ,
- α es el coeficiente térmico de la resistencia (unidades: 1/°C o 1/K).

En semiconductores y termistores NTC o PTC, la dependencia no es lineal y requiere modelos exponenciales o calibraciones específicas; sin embargo, en este laboratorio nos centraremos en un elemento resistivo metálico donde la aproximación lineal es válida.

2.2. Interpretación microscópica

Desde el punto de vista microscópico, la movilidad de los portadores de carga (electrones en metales) disminuye con el aumento de la temperatura, debido al incremento en la frecuencia de colisiones con la red cristalina. Según la teoría de Drude modificada, la conductividad σ satisface:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}, \quad (4)$$

Denotando n la densidad de electrones, e la carga del electrón, m la masa efectiva y τ el tiempo promedio entre colisiones. Al aumentar T , τ disminuye, reduciendo σ y aumentando así la resistividad $\rho = 1/\sigma$. Esta disminución de movilidad se modela, para temperaturas altas ($T \sim$ Debye), como $\tau \propto T^{-1}$, dando lugar a $\rho \propto T$.

2.3. Calibración de sensores de temperatura

Un sensor de temperatura convierte una magnitud física (longitud, resistencia, tensión de salida) en una lectura que se relaciona con la temperatura real. En este caso, se emplea un termómetro de alcohol graduado que actúa como referencia para calibrar un sensor de resistencia (por ejemplo, una termocupla o un elemento RTD).

Sensores de resistencia (RTD) Un RTD consiste en un elemento de platino u otro metal resistente a cambios bruscos, donde se aprovecha la relación lineal de la ecuación (3). Al inyectar una corriente conocida, se mide la tensión en bornes y se calcula la resistencia.

Método de calibración por puntos Para obtener la función de calibración $T = f(V)$ (o $T = f(R)$), se recomienda tomar al menos cinco pares de lecturas equiespaciadas en el rango de operación (ejemplo: 20 °C, 30 °C, 40 °C, 50 °C y 60 °C). Se registra para cada punto:

- La lectura del sensor (tensión, voltaje, unidad en milivoltios o valor digital).
- La temperatura de referencia, medida con el termómetro de alcohol o un termómetro patrón con certeza .

Con esos datos, se realiza un ajuste lineal $T = a + b \cdot (V)$ si el sensor entrega voltaje, o $T = a + b \cdot (R)$ si entrega resistencia. La calidad del ajuste (coeficiente de correlación R^2) debe ser superior a 0,995 para considerar la calibración adecuada.

2.4. Propagación de errores en la medición de α

El coeficiente térmico α se obtiene a partir de un ajuste lineal de los datos R vs. T :

$$R = R_0 + R_0\alpha(T - T_0) = (R_0 - R_0\alpha T_0) + R_0\alpha T. \quad (5)$$

Si aplicamos mínimos cuadrados para R vs. T , la pendiente m del ajuste será $m = R_0\alpha$ y la intersección $b = R_0(1 - \alpha T_0)$. De aquí,

$$\alpha = \frac{m}{R_0}. \quad (6)$$

La incertidumbre en α , σ_α , se obtiene considerando las incertidumbres en la pendiente σ_m y en la determinación de R_0 (en la intersección con $T = T_0$). Si la medición de resistencia tiene incertidumbre σ_R y la temperatura σ_T , se aplica propagación de errores:

$$\sigma_\alpha = \alpha \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_0}}{R_0}\right)^2}. \quad (7)$$

Donde N es el número de datos, y \bar{T} es el promedio de temperaturas medidas.

3. Materiales y Equipos



(a) Termómetro de mercurio o alcohol con certificación de como patrón de referencia



(b) Sensor de temperatura (Termocupla)



(c) Elementos resistivos de material conocido (Cobre, estaño, aluminio y hierro)



(d) Calentador electrico



(e) Soporte para tubo de conducción térmica



(f) Multímetro digital

4. Metodología de la Práctica

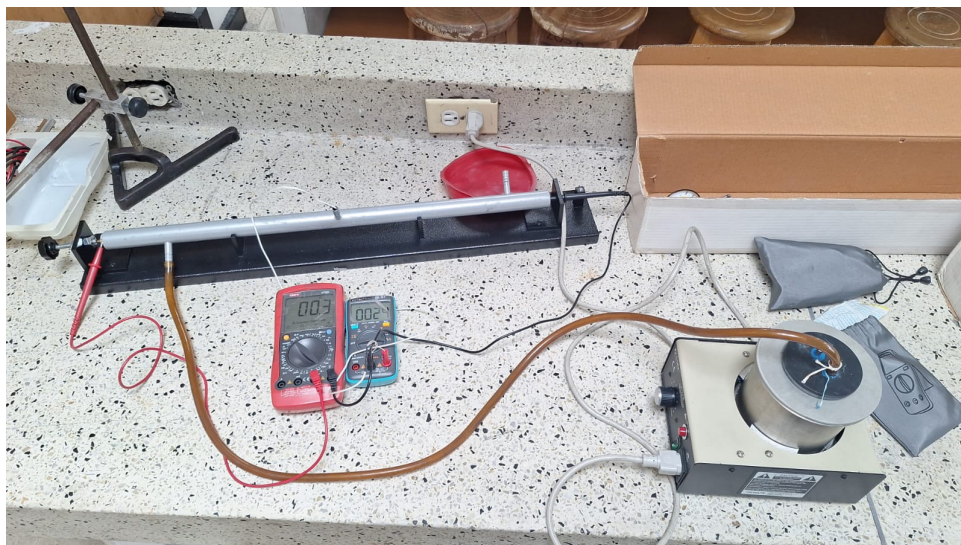


Figura 2: Concept Sketch

4.1. Procedimiento Experimental

1. Calibración del sensor de temperatura:

- Colocar el tubo en la base y dejarlo reposar durante 5 a 10 minutos.
- Encender los multímetros conectados a los termopares para verificar la temperatura en distintos puntos del tubo.
- Comprobar que las temperaturas medidas sean aproximadamente iguales (diferencias menores a ± 0.5 °C).
- Si hay variaciones significativas, esperar hasta que los valores se estabilicen o revisar la conexión de los termopares.

2. Medición de la resistencia del elemento resistivo:

- Prender la maquina de vapor y dejar que el vapor de agua llegue a la base hasta que entren en equilibrio termodinámico.
- Esperar unos minutos si ha estado en funcionamiento, para evitar errores por temperatura elevada.
- Configurar el multímetro en el modo de medición de resistencia (Ω).
- Conectar el cable negro a la entrada COM y el rojo a la entrada marcada como Ω o $V\Omega$ como se muestra en la imagen 3.



Figura 3: Multímetros

- e) Colocar una punta del multímetro en cada uno de los terminales del calentador.
- f) Iniciar la recolección de datos desde temperatura de ebullición del agua. Registrar:
 - Temperatura T_{ref} (calculada a partir de la lectura del sensor y la función de calibración obtenida).
 - Resistencia R_0 medida en Ω .
- g) Desconectar la maquina de vapor y dejar que se enfríe lentamente el material resistivo.
- h) Completar al menos 20 puntos para asegurar un ajuste robusto. Se sugiere cubrir un rango amplio que garantice linealidad.
- i) Registrar los datos en la siguiente tabla(Tentativa):

Punto	Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	Resistencia (Ω)
1
2
3
4
5
6
7
8

3. Análisis de datos:

- a) **Gráfica de R vs. T :** Utilizar software (Excel, Python, o similar) para graficar los valores (T_i, R_i) .

- b) **Ajuste lineal:** Realizar un ajuste de mínimos cuadrados de la forma:

$$R = A + BT. \quad (8)$$

- c) **Determinación de R_0 y α :** Del ajuste, la pendiente B es igual a $R_0\alpha$ y la ordenada en el origen $A = R_0(1 - \alpha T_0)$, donde T_0 es la temperatura de referencia.
- d) **Cálculo de incertidumbres:**
- Obtener la incertidumbre en la pendiente σ_B del ajuste, proporcionada por el software y calculada manualmente.
 - Calcular la incertidumbre en R_0 , σ_{R_0} , a partir de la incertidumbre en la ordenada y suma algebraica.
 - Propagar las incertidumbres para hallar σ_α según la sección de teoría.
- e) **Evaluación de la linealidad:** Calcular el coeficiente de correlación R^2 . Evaluar posibles desviaciones a la linealidad y discutir su origen (por ejemplo, no-uniformidad térmica, efectos de autorresistencia o ruido eléctrico).
- f) **Comparación con valores de referencia:** Consultar en la literatura el valor de α para el material del elemento resistivo (por ejemplo, bronce); comparar con el resultado experimental e indicar porcentaje de desviación:

$$Error_{rel}(\%) = \frac{|\alpha_{exp} - \alpha_{ref}|}{\alpha_{ref}} \times 100 \%. \quad (9)$$

4. Informe de resultados:

- a) Presentar tablas de datos observados y las temperaturas calculadas.
- b) Incluir gráficos:
- Curva de caracterización: resistencia contra temperatura con ajuste lineal y bandas de incertidumbre.
 - Gráfica de residuos para evaluar la linealidad.
- c) Reportar los valores obtenidos de R_0 , α y sus incertidumbres.
- d) Comparar con valores de referencia; discutir diferencias y posibles fuentes de error sistemático y aleatorio.
- e) Dar una idea de como se podría utilizar el mismo material resistivo para crear un termómetro.
- f) Sugerir mejoras metodológicas: como control más preciso de la temperatura, uso de conexiones de 4 hilos para la medición de resistencia, minimizar corrientes de excitación para reducir autorresistencia, y considerar expandir el rango de temperaturas para evaluar la validez de la aproximación lineal.

5. Ejercicios de Reflexión

1. Explique cómo influye la precisión de la calibración del sensor en el valor calculado de α . ¿Qué sucede si el ajuste lineal en la calibración tiene un R^2 bajo?
2. Discuta la validez de la aproximación lineal en rangos de temperatura más amplios (por ejemplo, 0–100 °C). ¿En qué condiciones aparecerían términos cuadráticos en la dependencia $R(T)$?
3. Proponga protocolos adicionales para mejorar la medición de la resistencia de materiales a temperatura elevada (por encima de 100 °C), considerando efectos de radiación térmica y estabilidad del baño.

4. Explique cómo se vería afectado el resultado final si se empleara un termistor NTC en lugar de un elemento resistivo metálico.

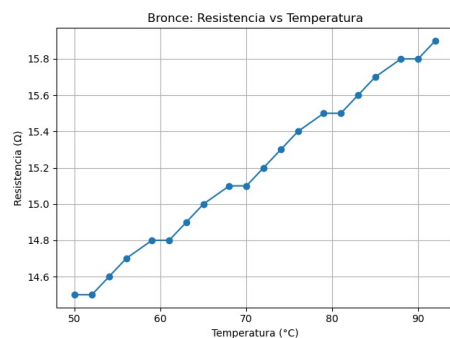
Referencias

- [1] Kittel, C. (2005). *Introducción a la física del estado sólido* (8^a ed.). Reverté. Capítulo 2: Transporte eléctrico y teoría de Drude .
- [2] Callendar, H. L., & Van Dusen, R. F. (1931). On the Practical Formation of the Platinum Resistance-Thermometer Scale. *Proceedings of the Royal Society A*, .
- [3] Taylor, J. R. (1997). *An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements* (2^a ed.). University Science Books.
- [4] International Electrotechnical Commission. (2012). *IEC 60751: Industrial platinum resistance thermometers and platinum temperature sensors*. IEC.
- [5] National Institute of Standards and Technology. (2008). *ITS-90 Thermodynamic Properties of Platinum* (NIST Monograph 175).

6. Anexos

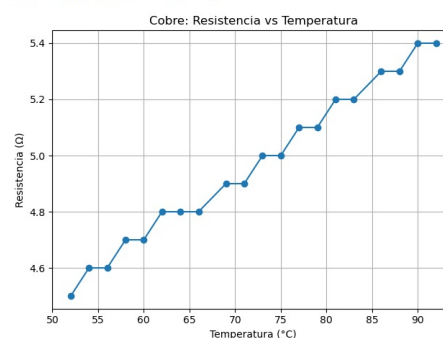
Las gráficas y las ecuaciones deben dar de la siguiente forma:

$$R(T) = 15.900 [1 + (2.1560e - 03)(T - 92)]$$



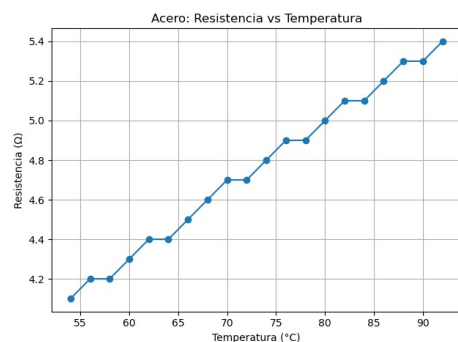
(a) Gráfica de resistencia vs temperatura, junto con la ecuación de resistencia del Bronce

$$R(T) = 5.400 [1 + (3.9870e - 03)(T - 92)]$$

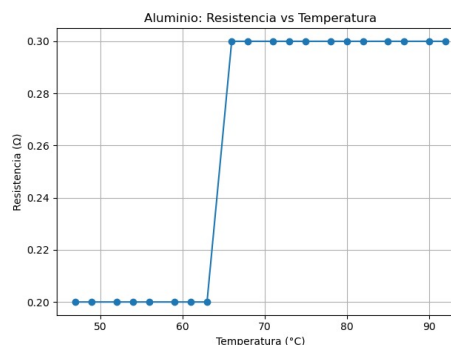


(b) Gráfica de resistencia vs temperatura, junto con la ecuación de resistencia del Cobre

$$R(T) = 5.400 [1 + (6.3120e - 03)(T - 92)]$$



(c) Gráfica de resistencia vs temperatura, junto con la ecuación de resistencia del Acero



(d) Gráfica de resistencia vs temperatura, junto con la ecuación de resistencia del Aluminio

Se debe tener en cuenta que al realizar la medida para el aluminio el multímetro no posee una medida lo suficientemente fina para poder realizar la caracterización del material, por lo que sería mejor utilizar otro material y obviarlo de la practica.