

Rapport de stage de M2 Mathématiques appliquées et modélisation  
parcours Modélisation mathématique et analyse appliquée

**Julien Ardouin**  
Année 2021-2022

---

**Mise en place et test d'une procédure d'inversion d'un modèle hydro-géophysique pour caractériser les paramètres hydrauliques du sol**

---

Tuteur de l'organisme d'accueil : Claude Doussan

Tuteur de l'université : Denys Dutykh

*Août 2022*

## **Remerciements**

Dans le cadre de ce stage j'ai pu bénéficier de l'aide et de précieux conseils de la part de plusieurs chercheurs et ingénieurs. Je tiens tout d'abord à remercier C. Doussan, mon tuteur de stage, qui m'a aiguillé vers les pistes à explorer, les cas à traiter et qui a pris le temps de m'expliquer les notions nécessaires à la compréhension du sujet et du contexte hydro-géophysique. Je remercie également S. Buis qui a su répondre à mes interrogations concernant la partie statistique et analyse de sensibilité. Ce travail n'aurait pu être possible sans l'équipe de développement de Sol Virtuel et je tiens à les remercier : N. Beudez qui m'a accompagné dans la compréhension du fonctionnement de la plateforme et du modèle utilisé, Na. Moitrier, qui a intégré les méthodes d'analyse de sensibilité et d'inversion dans la plateforme et vers qui je me suis tourné beaucoup voire trop de fois, Ni. Moitrier et C. Nouguier qui m'ont aussi accompagné dans la résolution de nombreux bogues et dans la compréhension du fonctionnement interne de la plateforme, et F. Lafolie pour ses réponses à mes questions sur la partie hydrologique du modèle. Je remercie globalement tout le personnel de l'unité EMMAH qui m'ont offert un cadre de travail agréable et accueillant.

Je tiens aussi à remercier les collègues de bureau, stagiaires ou doctorants, Diana, Achraf, Omar, Emy, Enzo, Florian, Rachel, Mélina, Laura, Léo, Mostafa, Charlotte, pour tous les bons moments passés ensemble, et enfin merci Renaud pour tous les échanges pertinents concernant nos sujets de stages !

## Résumé

Les propriétés hydrodynamiques du sol sont difficiles à mesurer à grande échelle à l'aide de capteurs traditionnels mais importantes à estimer afin de comprendre les transferts d'eau dans la zone vadose. Une méthode permettant de résoudre ce problème est l'inversion d'un modèle couplé hydro-géophysique au moyen d'une fonction objectif minimisant l'erreur sur des mesures géophysiques et/ou des mesures hydrologiques. C'est un problème inverse, à partir de l'espace des mesures on essaie de trouver les paramètres optimaux dans l'espace des paramètres. Le modèle couplé hydro-géophysique est un modèle simulant les transferts d'eau dans le profil du sol, les teneurs en eau ainsi calculées sont traduites en propriétés géophysiques du milieu (les conductivités électriques vraies) à l'aide d'une relation pétrophysique. Enfin une simulation de tomographie de résistivité électrique sur ce milieu est lancée afin d'obtenir des résistivités apparentes simulées, qui sont comparées à nos mesures. Une étude de sensibilité sur les paramètres hydrologiques et géophysiques du modèle couplé est faite avec la méthode de Morris afin de conditionner l'inversion, qui utilise l'algorithme d'optimisation globale Shuffled Complex Evolution - University of Arizona (SCE-UA). Différentes textures de sol et de scénarios d'inversion sont testés afin de mesurer la sensibilité relative, et de déterminer un scénario d'inversion optimal pour l'estimation des paramètres hydro-géophysiques.

# Table des matières

<b>1 Présentation de INRAE</b>	<b>6</b>
<b>2 Introduction</b>	<b>6</b>
<b>3 Le sol</b>	<b>8</b>
3.1 La formation du sol . . . . .	8
3.2 Les classes texturales du sol . . . . .	8
3.3 Porosité d'un sol . . . . .	9
<b>4 La teneur en eau du sol</b>	<b>10</b>
<b>5 Le potentiel hydrique</b>	<b>11</b>
5.1 Le potentiel gravitaire . . . . .	11
5.2 Le potentiel osmotique . . . . .	12
5.3 Le potentiel matriciel . . . . .	12
5.4 La courbe de rétention d'eau du sol . . . . .	13
5.5 La conductivité hydraulique du sol . . . . .	14
5.5.1 Equation de Darcy-Richard en milieu non saturé . . . . .	14
<b>6 Tomographie de résistivité électrique</b>	<b>16</b>
6.1 Modèle géophysique de transport du courant dans le sol . . . . .	17
<b>7 Le modèle couplé hydro-géophysique</b>	<b>18</b>
<b>8 Analyse de sensibilité des paramètres</b>	<b>20</b>
8.1 Exemples de méthodes d'analyse de sensibilité . . . . .	20
8.2 Méthode de Morris . . . . .	20
8.3 Analyse de variance . . . . .	22
<b>9 Inversion du modèle couplé hydro-géophysique</b>	<b>23</b>
9.1 Description de la boucle d'inversion . . . . .	23
9.2 Présentation de l'algorithme SCE-UA . . . . .	23
<b>10 Méthodologie</b>	<b>26</b>
10.1 Plateforme Sol Virtuel . . . . .	26
10.2 Le modèle couplé hydrique-électrique . . . . .	26
10.2.1 Création des fichiers pour l'ERT . . . . .	27
10.3 Analyse de sensibilité . . . . .	29
10.3.1 Sol homogène, monocouche . . . . .	29
10.3.2 Sol stratifié, bicouche . . . . .	31
10.3.3 Paramétrisation de la méthode de Morris . . . . .	31
10.3.4 Fonctions objectifs . . . . .	31
10.4 Algorithme SCE-UA . . . . .	33
10.5 Inversion . . . . .	34
<b>11 Résultats</b>	<b>37</b>
11.1 Résultats de l'analyse de sensibilité sur les 10 textures . . . . .	37
11.2 Résultats de l'analyse de sensibilité sur les sols bicouches . . . . .	41
11.3 Résultats des inversions . . . . .	43
11.4 Conclusion sur l'inversion . . . . .	51
<b>12 Conclusion</b>	<b>51</b>
<b>13 Déroulement du stage</b>	<b>52</b>

<b>14 Bilan personnel</b>	<b>52</b>
<b>15 Annexes</b>	<b>53</b>

# 1 Présentation de INRAE

L'institut national de recherche pour l'agriculture, l'alimentation et l'environnement (INRAE) est un établissement public à caractère scientifique et technologique (EPST) français sous la tutelle conjointe du ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de l'Innovation (MESRI) et de celui chargé de l'Agriculture et de l'Alimentation (MAA). Créé en 2020, il est issu de la fusion entre l'Institut national de la recherche agronomique (INRA) et l'Institut national de recherche en sciences et technologies pour l'environnement et l'agriculture (IRSTEA).

INRAE a pour missions de réaliser, d'organiser et de coordonner, à son initiative ou à la demande de l'État, tous travaux de recherche scientifique et technologique dans les domaines de l'agriculture, de l'alimentation, de la forêt, de l'environnement, de l'eau, de la biodiversité, de la bioéconomie, de l'économie circulaire, de la gestion durable des territoires et des risques dans les champs de compétence précités.

Ce stage a été effectué au sein de l'équipe de recherche SWIFT (Soil Water Interactions and transFer Team) localisée au sein de l'unité mixte de recherche (UMR) EMMAH (Environnement Méditerranéen et Modélisation des Agro-Hydrosystèmes). Les missions de l'UMR EMMAH sont de développer des connaissances fondamentales (processus, modèles et spatialisation) et opérationnelles sur le fonctionnement des agrosystèmes, des aquifères et de leurs interactions dans le contexte des changements globaux (usage des sols, transition agroécologique, climat).

Les recherches de l'équipe SWIFT visent à comprendre les fonctions des sols impliquées dans les services de régulation et d'approvisionnement qu'ils fournissent. Elle s'intéresse en particulier aux processus de régulation du cycle de l'eau dans le sol et de la qualité du sol (en termes de capacité de transfert et de stockage et de leur évolution temporelle, de support de la nutrition hydro-minérale des plantes, d'activités microbiologiques) dans un contexte de changements globaux (climat, usage des surfaces et pratiques agricoles). La formalisation des concepts étudiés et leur implémentation en modèle numérique est réalisée dans la plateforme informatique collaborative VSoil, maintenue dans l'équipe. Vsoil permet le développement et le couplage de modèles simulant les processus physiques, chimiques et biologiques du sol.

## 2 Introduction

La puissance grandissante des ordinateurs au cours des dernières décennies permet de complexifier et de mieux rendre compte des phénomènes réels au sein des modèles numériques. Les flux d'eau dans le sol, en particulier dans la zone vadose (zone non saturée à l'interface entre nappe phréatique et atmosphère) sont conditionnés par ses propriétés hydrodynamiques, elles-mêmes dépendantes de la constitution du sol. La granulométrie par exemple influence la conductivité hydraulique, la facilité selon laquelle l'eau se déplace à travers le milieu. Les propriétés hydrodynamiques dictent le transport de l'eau et donc les processus environnementaux, tels que la recharge des aquifères ou le transport des polluants par exemple. Selon l'objectif visé, un modèle relativement simple ne prenant en compte que les transferts d'eau dans la zone vadose peut être suffisant, mais si on veut capturer la dynamique des transferts d'eau dans le cadre agricole alors on doit complexifier le modèle avec le prélèvement de l'eau au niveau des racines, le climat, la croissance des cultures, le transport de soluté etc...

Au champ, connaître les propriétés hydrodynamiques du milieu aiderait à distribuer efficacement l'eau sur la parcelle. En effet la demande croissante en eau pour les cultures et la difficulté d'accès à celle-ci rendent précieux chaque litre sauvégarde obtenus en optimisant l'irrigation de la plantation. Connaître les propriétés hydrodynamiques nous permettrait de prévoir et de connaître le comportement du sol pour les flux (comme la recharge des nappes phréatiques ou les phénomènes de ruissellements en surface) à l'aide de modèles complexes.

Afin de connaître ces propriétés hydrodynamiques, il est nécessaire d'effectuer des mesures sur le terrain ou sur des échantillons, en laboratoire, à l'aide de différents instruments. Par exemple à l'aide d'un infiltromètre on peut estimer la conductivité hydraulique proche de la saturation en eau (JARVIS et al. 2002). On peut aussi les déterminer en inversant des mesures de teneurs en eau ou de poten-

tiels matriciels obtenus à l'aide de tensiomètre (FAYBISHENKO 2000) ou un d'un réflectomètre temporel (PARKIN et al. 1995). Cependant l'inversion seul de teneur en eau n'est pas suffisante pour fournir une estimation raisonnable des propriétés hydrodynamiques à l'échelle du champ. De l'information supplémentaire est requise permettant de contraindre les estimations des paramètres hydrodynamiques et ainsi obtenir une meilleure estimation (VEREECKEN et al. 2008). L'information supplémentaire peut être sous la forme de mesures de potentiels matriciels (ROSS 1993) ou d'informations structurel du sol (ABBASPOUR, KASTEEL et SCHULIN 2000).

Cependant les méthodes présentées ci-dessus nécessite un maximum de points de mesures sur le champ pour estimer avec précision les propriétés hydrodynamiques.

Les méthodes d'explorations géophysiques tels que le radar géologique (HUISMAN et al. 2003), la tomographie de résistivité électrique (ERT) (KUHL et al. 2018) , ou l'imagerie par résonance magnétique (AMIN et al. 1993) sont des méthodes non-invasives (qui ne perturbent pas le milieu d'études, à l'inverse d'un tensiomètre) et permettent de par leur nature une plus grande facilité de mise en place afin de capturer les variabilités en teneur en eau, ceci sur une plus grande échelle. Ces méthodes sont donc très utilisé en exploration géophysiques, néanmoins l'interprétation de ces mesures en variable hydrologique n'est pas directe.

Les méthodes d'explorations géophysiques sont des méthodes spatiales, on obtient des images du milieu de la variable géophysique mesurée. Cette variable et ses variations peuvent être interprétées en termes de structure ou de constitution du milieu, c'est l'utilisation classique de la géophysique. La variable géophysique mesurée peut être liée à une variable d'état du milieu, pour l'ERT qui mesure une résistivité électrique du sol, la résistivité est liée en partie à la quantité d'eau dans le sol (la teneur en eau, ARCHIE 1942). Il vient alors le développement récent (KUHL et al. 2018) d'utiliser la variable géophysique pour en déduire aussi des variables d'états du milieu ou de ses propriétés physiques, en particulier en lien avec l'eau et l'hydrologie du sol.

Une première approche, appelée non-couplée (HINNELL et al. 2010), pour la calibration d'un modèle hydrologique est la suivante :

- 1- Obtentions des résistivités électriques vraies obtenues avec ERT.
- 2- Utilisation d'une formule pétrophysique afin de convertir les résistivités vraies obtenues en teneur en eau.
- 3- La distribution spatiale et temporelle des teneurs en eau ainsi obtenues est utilisée pour calibrer et estimer les paramètres hydrodynamiques d'un modèle hydrologique.

Néanmoins la méthode présentée ci-dessus peut présenter quelques problèmes que nous détaillerons plus loin. On utilise alors une seconde méthode (KUHL et al. 2018), appelée couplée. Le principe repose sur l'inversion d'un modèle hydrologique dont les variables de sorties influent un modèle géophysiques. Le principe de l'inversion du modèle couplé est le suivant :

- 1- Simulation d'un modèle hydrologique.
- 2- Les teneurs en eau obtenues du modèle hydrologique sont converties en propriétés géophysiques avec une relation pétrophysique.
- 3- Les propriétés géophysiques simulées sont utilisées dans une ERT, à l'aide d'un modèle géophysique.
- 4- Les mesures géophysiques obtenus sont comparées avec les mesures observées sur le terrain afin de calibrer les paramètres des deux modèles directs (le modèle hydrologique et le modèle géophysique).

L'objectif est donc de déterminer si à partir de mesures géophysiques il est possible d'estimer, avec une certaine incertitude, les paramètres nécessaires à la calibration d'un modèle hydrologique. Cependant avant de se lancer dans l'inversion du modèle couplé, une analyse de sensibilité sur les paramètres hydrodynamiques et quelques paramètres géophysiques sera effectuée afin de 1) connaître les paramètres les plus influents sur les sorties du modèles et 2) d'établir plusieurs scénarios d'inversions en fonction de la sensibilité des paramètres.

### 3 Le sol

Le sol est le résultat de l'interaction entre l'atmosphère, la biosphère, l'hydrosphère et la lithosphère. C'est un environnement complexe qui influence le climat et le cycle de l'eau, et qui abrite de très nombreux organismes.

#### 3.1 La formation du sol

Le sol résulte de processus d'altération et de transformation des roches superficielles sous l'action conjuguée du climat et de la biologie (végétaux et micro-organismes en particulier). Il peut s'organiser en couches verticales distinctes (horizons, fig 1), variant en constitution et propriétés. D'un point de vue physique, c'est un milieu poreux, fortement hétérogène, fait d'une grande variété de constituants (en matière organique, minéraux) et biologiquement très actif. C'est une zone d'interface entre l'atmosphère et les zones plus profondes (dont les aquifères) et joue un rôle essentiel sur les flux d'eaux et d'éléments à la surface terrestre.

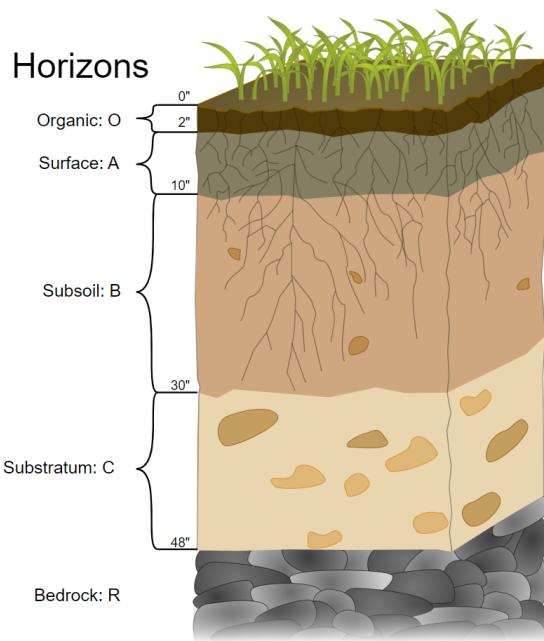


FIGURE 1 – Représentation schématique d'un profil de sol.

Le sol ainsi formé est constitué d'une phase solide (les minéraux et la matière organique), d'une phase liquide (l'eau et les éléments dissous dans celle-ci) et d'une phase gazeuse (air additionné de gaz issus des réactions chimiques). Les phases liquides et gazeuses sont contraintes à se déplacer dans l'espace situé entre les solides du sol : les pores. Cette porosité est très fortement hétérogène à toutes les échelles d'espace, en lien avec les processus de formation du sol et l'activité biologique.

#### 3.2 Les classes texturales du sol

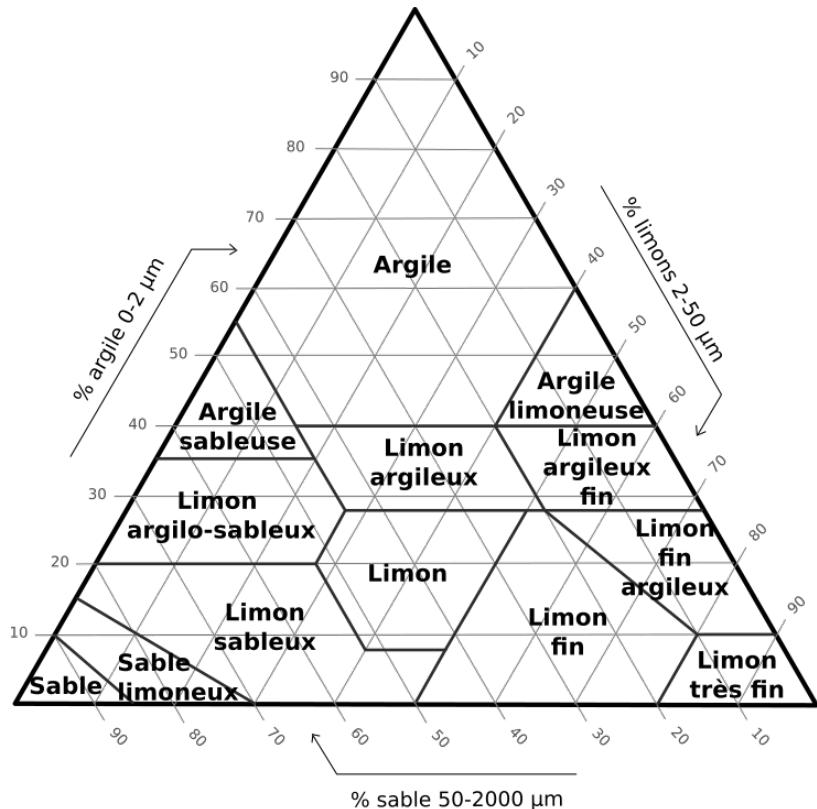
La phase solide du sol est composée de minéraux de tailles et formes différentes ainsi que de la matière organique qui vient s'attacher aux minéraux ou les envelopper (HILLEL et al. 1998). On représente le sol alors comme étant un arrangement de particules de tailles différentes, les plus grandes étant visibles à l'œil nu et les plus petites ne sont visibles qu'au microscope électronique.

Les particules sont classées de la façon suivante en fonction de leurs tailles :

- argile (*clay* en anglais) :  $< 2\mu m$
- limon (*silt*) : de  $2\mu m$  à  $50\mu m$
- sable (*sand*) :  $> 50\mu m$

On définit alors la texture d'un sol comme étant la proportion pondérale dans les trois catégories de tailles de particules. La classe texturale du sol est alors estimée en fonction de cette composition en particules avec le "triangle textural" (fig. 2).

D'après ce triangle des textures (fig. 2), un sol argileux peut être composé de 50% d'argile, 10% de limon et de 40% de sable ou tout aussi bien être composé de 80% d'argile, 10% de limon et de 10%. Néanmoins, même si ces deux sols partagent la même texture, leurs propriétés hydriques et hydrauliques seront sensiblement différentes car elles sont influencées par la granulométrie, l'agencement des minéraux, la matière organique.



**Triangle des textures**

FIGURE 2 – Classification des textures de sol.

### 3.3 Porosité d'un sol

La porosité d'un sol est définie comme étant le rapport entre le volume de vide du sol (le volume occupé par les phases gazeuse et liquide) et le volume total. Elle dépend de la granulométrie du sol et de l'agencement spatial des particules entre elles. On peut définir trois types de porosité (LUXMOORE 1981) :

Porosité	diamètre pore équivalent	Phénomènes dominants
micro-	<10 µm	eau retenue par capillarité, peut être extraite par les racines
méso-	10 à 1000 µm	écoulement de l'eau par la gravité et phénomène d'hystérésis
macro-	>1000 µm	écoulement préférentiel de l'eau à travers le profil du sol

Dans le modèle utilisé pour calculer les transferts d'eau dans le sol, seule la micro- et la méso-porosité sont prises en compte car les écoulements préférentiels, gravitaires et rapides mais très transitoires,

ne sont pas considérés. Les écoulements qui seront pris en compte sont de type diffusifs et plus lents, essentiels dans l'alimentation hydrique des plantes et dans les quantités de flux d'eau échangés entre sol, nappe et atmosphère.

Les textures grossières (sable) sont moins poreuses que les textures plus fines (argile) bien que la taille moyenne des pores des textures grossières soient plus élevées. En effet, la taille particules d'argiles étant bien inférieur à celles du sable, l'espace inter-particule total est plus élevé mais ceux-ci sont de plus petites tailles.

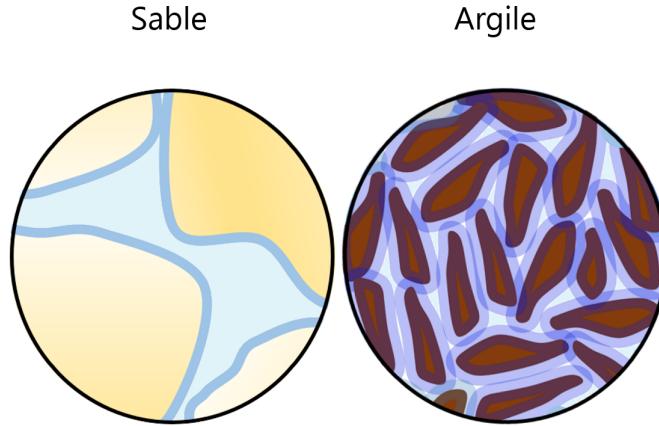


FIGURE 3 – Porosité et perméabilité du sable et de l'argile. En bleu clair sont représentés les pores, et en bleu foncé sont représentées les molécules d'eau attachées aux minéraux (EARLE 2019).

La taille fine des pores, l'attraction des molécules d'eau dû à leur moment dipolaire aux particules d'argile chargé négativement et les phénomènes de capillarité font que l'eau se déplacent difficilement dans un milieu de type argileux, la conductivité hydraulique à saturation (tous les pores remplis d'eau) est faible. Cependant dans un milieu moins poreux, comme le sable, mais avec des pores de plus grandes tailles l'eau se déplace plus facilement, la conductivité hydraulique à saturation est plus élevée.

## 4 La teneur en eau du sol

La quantité d'eau dans le sol (teneur en eau) peut être exprimée de différentes façons : relativement à masse de la phase solide, de la masse total, du volume de la phase solide, du volume total ou encore du volume des pores.

Dans notre étude on utilisera la définition de la teneur en eau volumique  $\theta$  ( $m^3/m^3$ ) qui correspond à la quantité d'eau contenue dans les pores par unité de volume :

$$\theta = \frac{V_w}{V_t} = \frac{V_w}{V_s + V_f} \quad (1)$$

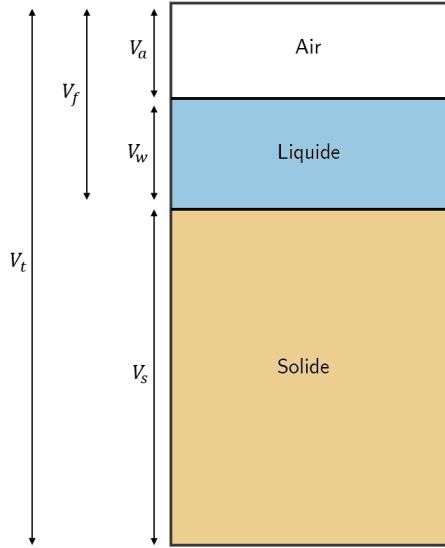


FIGURE 4 – Schéma simplifié des phases constituant le sol avec  $V_w$  le volume de la phase liquide,  $V_s$  le volume de la phase solide,  $V_a$  le volume de la phase gazeuse,  $V_t$  le volume total,  $V_s$  le volume de la phase solide,  $V_f$  le volume occupé par les pores.

La teneur en eau évolue au cours du temps selon les phases d’humectation/dessiccation pendant et après les pluies, et selon l’évapotranspiration. On note  $\theta_s$  la teneur en eau à saturation qui correspond à la teneur en eau lorsque l’ensemble des pores sont remplis.

## 5 Le potentiel hydrique

Le potentiel hydrique représente l’énergie potentielle de l’eau. Elle s’exprime en énergie par unité de masse ( $J/kg$ ) par rapport à une quantité d’eau pure de référence (eau libre à température et pression externe et altitude données), en énergie par unité de volume ( $J/m^3$ ) qui est analogue à une pression et qui est l’unité généralement utilisée (Pa ou bar). En hydrologie, cette pression est souvent exprimée en charge hydraulique (m) représentant une hauteur de colonne d’eau équivalent à la base de laquelle cette pression s’exerce. L’énergie cinétique de l’eau dans le sol est négligée car l’eau se déplace à faible vitesse.

L’énergie totale de l’eau est alors caractérisée par son potentiel hydrique, notée  $\Phi$ . Ce potentiel exprime l’ensemble des champs de force s’exerçant sur les molécules d’eau par rapport à son état de référence. Négatif, il représente également l’énergie qu’il faudra appliquer au système pour restituer une eau libre à son état de référence. L’eau aura tendance à se déplacer des potentiels élevés aux potentiels faibles, de façon à minimiser son énergie interne.

Le potentiel hydrique total  $\Phi$  est défini comme étant la somme du potentiel gravitaire  $\Phi_g$ , du potentiel osmotique  $\Phi_o$ , du potentiel matriciel  $\Phi_m$  et d’autres forces éventuelles.

$$\Phi = \Phi_g + \Phi_o + \Phi_m + \dots \quad (2)$$

### 5.1 Le potentiel gravitaire

Le potentiel gravitaire de l’eau est défini comme étant l’énergie en tout point due à l’élévation par rapport à un niveau de référence dans le champ de gravité. Si ce niveau de référence est pris en dessous du sol, alors le potentiel gravitaire sera positif, s’il est situé au niveau de la surface alors il sera négatif.

On rappel que l'énergie potentiel de pesanteur est définie comme :

$$E_{pp} = mgz \text{ avec } \begin{cases} g = 9.81 \text{ m.s}^{-2} \\ z \text{ l'altitude par rapport à un niveau de référence} \end{cases} \quad (3)$$

Le potentiel gravitaire peut s'exprimer en charge hydraulique comme :

$$\Phi_g = \begin{cases} +z \text{ avec axe orienté vers le haut} \\ -z \text{ avec axe orienté vers le bas} \end{cases} \quad (4)$$

## 5.2 Le potentiel osmotique

Lorsque des ions/solutés sont présents en solution, les molécules d'eau qui sont dipolaires vont interagir avec ceux-ci en s'organisant en couche autours, et perturber l'organisation initiale de référence des molécules d'eau, abaissant son énergie interne. Le potentiel osmotique représente cette baisse d'énergie et devient important surtout en présence de membrane semi-perméable et que le gradient de concentration en soluté est important. Dans le sol cette contribution est en général négligeable devant le potentiel gravitaire et matriciel.

## 5.3 Le potentiel matriciel

Le potentiel matriciel correspond à l'énergie ou la pression nécessaire pour extraire de l'eau du sol. En effet l'eau a tendance à former un film autour des minéraux (fig. 3). Ce film fin correspond aux phénomènes d'adsorption et de capillarité.

La nature dipolaire des molécules d'eau et les particules colloïdales (argile) chargées négativement due à leurs compositions entraînent la formation d'un léger film d'eau autour des particules. C'est la force d'adsorption.

La force de capillarité qui survient au niveau des pores dépend des forces de tension superficielle aux interfaces gaz-liquide, liquide-solide, solide-gaz. Au niveau d'un capillaire (pore) l'eau minimise naturellement sa surface de contact avec l'air et ainsi augmente sa surface de contact avec le solide et s'accroche aux parois du pore. Les liaisons hydrogènes de l'eau entraînent à leur tour les molécules suivantes à s'accrocher aux parois et ainsi de suite. Il y a ascension capillaire d'une colonne d'eau jusqu'à ce que la gravité compense les forces de capillarité et la hauteur de la colonne d'eau est inversement proportionnelle au rayon du pore, c'est la loi de Jurin (on fait l'hypothèse d'un capillaire cylindrique) :

$$h = \frac{2\gamma \cos \alpha}{\rho gr} \quad (5)$$

Avec :

- $h$  la hauteur de la colonne d'eau
- $\gamma$  la tension de surface
- $\alpha$  l'angle de contact de l'eau sur le pore
- $\rho$  la densité volumique de l'eau
- $r$  le rayon du pore

Ceci est vrai pour un milieu non saturé, en milieu saturé il n'y a plus de gaz donc plus de forces de tensions superficielles et de capillarité, le terme potentiel matriciel  $\Phi_m$  est alors remplacé par un terme de pression hydrostatique qui traduit la pression exercée en tout point par l'eau située au-dessus.

On a donc le potentiel hydrique total (en énergie ou charge hydraulique) :

$$\Phi = \Phi_g + \Phi_m \text{ [J.kg}^{-1}\text{]} \iff H = h - z \text{ [m]} \quad (6)$$

En milieu non saturé, le potentiel hydrique total de l'eau est négatif car il représente le travail nécessaire pour extraire de l'eau.

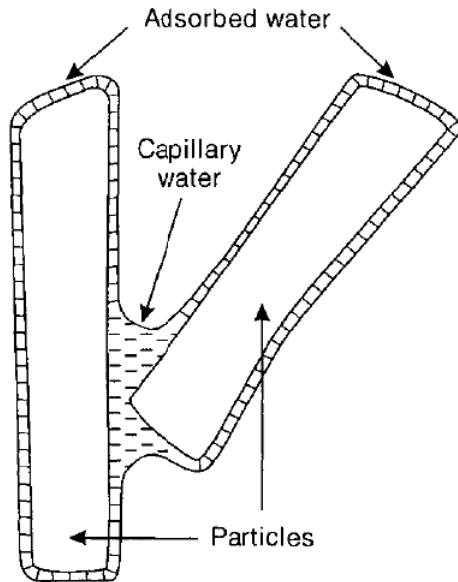


FIGURE 5 – En milieu non saturé, l'eau est sujette aux phénomènes de capillarité et d'adsorption.

#### 5.4 La courbe de rétention d'eau du sol

La courbe de rétention du sol traduit la capacité du sol à retenir l'eau en fonction du potentiel matriciel y régnant. Cette courbe est donnée par la relation  $h = f(\theta)$ , avec  $h$  le potentiel matriciel et  $\theta$  la teneur en eau. Le modèle empirique utilisé dans notre étude est celui de Van-Genuchten (VAN GENUCHTEN 1980).

$$\theta(h) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \frac{1}{(1 + |\alpha h|^n)^m} \quad (7)$$

Avec :

- $\theta(h)$  la teneur en eau du milieu au potentiel matriciel  $h$ .
- $\theta_r, \theta_s$  la teneur en eau résiduelle ( $m^3 m^{-3}$ ) et la teneur en eau à saturation ( $m^3 m^{-3}$ )
- $\alpha$  le facteur de forme, lié au point d'entrée d'air ( $m^{-1}$ ),  $\alpha > 0$
- $h$  le potentiel matriciel (m)
- $n$  facteur de forme, avec  $m = 1 - \frac{1}{n}$

Il faut noter cependant que d'autres formulations existent comme celle de Brooks et Corey (BROOKS et COREY 1964).

Sur la figure 6 on peut voir que la valeur absolue du potentiel matriciel augmente fortement lorsque la teneur en eau diminue, i.e. quand le milieu sèche, montrant qu'il faut fournir de plus en plus d'énergie pour extraire l'eau restante (l'eau est de plus en plus retenue par le sol). On peut également voir trois comportements distincts en fonction des textures. Sur une texture de type sableuse, on peut voir que la teneur en eau chute rapidement sur une faible plage de potentiel. Ceci est due à la taille des pores qui sont plus élevées que les deux autres textures, donc il est plus facile d'extraire de l'eau. Le deuxième facteur qui explique la forme particulière de la courbe du sable est la faible variation en taille de particule. Pour un potentiel donné, une grande partie des pores se vident en même temps, ce qui explique la faible pente de la courbe.

L'argile et le limon (Clay et Silt Loam sur fig 6) ont une plus grande variation de taille de particule, donc un potentiel donné ne vide qu'une fraction de l'eau contenu dans les pores, et il faut parcourir une plus grande plage de potentiel pour vider les pores correspondants.

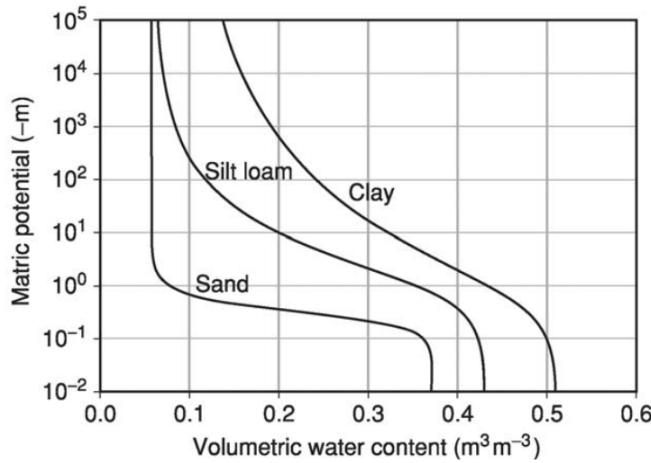


FIGURE 6 – Exemple de courbes de rétention pour trois textures différentes (Encyclopedia of Soils in the Environment, 2004)

## 5.5 La conductivité hydraulique du sol

La conductivité hydraulique traduit la facilité avec laquelle l'eau se déplace dans le milieu poreux, pour un gradient de potentiel hydrique total donné. Le gradient de potentiel hydrique représente le "moteur" de l'écoulement tandis que la conductivité hydraulique représente l'influence du milieu poreux sur cet écoulement. Ceci est traduit par la relation de Darcy généralisée, liant densité de flux d'eau et gradient de potentiel.

### 5.5.1 Equation de Darcy-Richard en milieu non saturé

La loi de Darcy généralisé au milieu non saturé exprime le débit d'un fluide incompressible à travers un milieu poreux

$$\vec{q} = -K(h) \cdot \vec{\nabla} H \quad (8)$$

Avec :

- $\vec{q}$  le vecteur densité de flux du fluide (en m/s)
- $H$  est la charge hydraulique (en m)
- $K(h)$  (m/s) est la conduction hydraulique en fonction du potentiel matriciel  $h$  (en m)

En projection sur l'axe Oz descendant on obtient

$$q = -K(h) \frac{\partial(h - z)}{\partial z} \quad (9)$$

En 1931 Lorenzo A. Richards (RICHARDS 1931) couple l'équation de continuité (i.e. conservation de la masse) qui relie la variation de flux entrants et sortant à la variation temporelle de la teneur en eau volumique dans un volume donné, à la loi de Darcy :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\operatorname{div} q \quad \text{Sur Oz descendant} \Rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial z} \quad (10)$$

On a alors

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K(h) \frac{\partial(h - z)}{\partial z} \right) \Leftrightarrow \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(h) \left( \frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right] \quad (11)$$

La teneur en eau  $\theta$  est elle-même reliée au potentiel matriciel  $h$  avec l'équation de rétention, on peut écrire d'après le théorème de dérivation des fonctions composées

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial z} \quad (12)$$

On pose  $C(h) = \frac{\partial \theta}{\partial h}$  la capacité capillaire ( $m^{-1}$ ) et on a une deuxième écriture de l'équation 11

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(h) \left( \frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right] \quad (13)$$

L'équation 13 ne rend compte que des transferts d'eau à travers le sol. Dans notre modèle on prend en compte l'extraction de l'eau par les racines c'est le terme puits  $S(h)$ . L'équation 13 devient

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(h) \left( \frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right] - S(h) \quad (14)$$

L'évolution de la conductivité hydraulique en fonction de la teneur en eau (ou du potentiel matriciel) peut être représentée par le modèle semi-empirique de Mualem-Van Genuchten (VAN GENUCHTEN 1980). On définit la saturation en eau effective  $S_e$ , compris entre 0 et 1 :

$$S_e(h) = \frac{\theta(h) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (15)$$

La courbe de conductivité hydraulique d'après le modèle de Van-Genuchten :

$$K(h) = K_s [S_e(h)]^l \left( 1 - \left[ 1 - (S_e(h))^{1/m} \right]^m \right)^2 \quad (16)$$

Avec :

- $K_s$  la conductivité hydraulique à saturation ( $ms^{-1}$ )
- $l$  paramètre de forme généralement fixé à 0.5

La conductivité hydraulique à saturation  $K_s$  est plus élevée dans un milieu sableux que dans un milieu argileux par exemple, et va dépendre fortement de la teneur en eau (ou du potentiel matriciel). Elle décroît rapidement de plusieurs ordres de grandeur quand le milieu s'assèche. Lorsque le sol est saturé, la conductivité hydraulique est à son maximum  $K_s$ . Lorsque le sol est en phase de dessication, les pores les plus gros se vident en premier et la conductivité hydraulique commence à chuter car l'eau est contrainte à se déplacer dans les plus petits pores.

Alors à l'aide des cinq paramètres :  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $n$ ,  $K_s$  on caractérise entièrement les propriétés hydrodynamiques du milieu.

Dans le modèle numérique utilisé, l'équation 14 est résolue avec la méthode des éléments finis. À la surface du sol, des changements de conditions limites surviennent lorsque le sol passe d'un état saturé à non saturé. Par exemple, lors de pluies il peut arriver qu'en surface le sol soit saturé en eau ce qui provoque des phénomènes de ruissellement. La condition de flux entrant (Neumann) ne peut plus être satisfaite car l'eau ne peut plus s'infiltrer, la condition limite passe en condition de Dirichlet tant que le sol en surface est saturé, ce qui revient à imposer en surface une teneur en eau égal à la teneur à saturation.

Ce changement de condition aux limites est aussi vrai lors du phénomène inverse, pendant l'évaporation. Quand la teneur en eau décroît, il devient de plus en plus difficile de satisfaire le flux demandé car cela requiert de plus grandes forces de succion (cf fig 6). et il arrive un moment où la demande en eau ne peut plus être satisfaite. La condition de Neumann devient alors une condition de Dirichlet tant qu'on ne peut pas satisfaire la demande d'eau lors de l'évaporation.

À la base du profil du sol, une condition de Neumann correspondrait à un écoulement gravitaire de l'eau, et une condition de Dirichlet correspondrait à la présence d'une nappe phréatique.

## 6 Tomographie de résistivité électrique

La tomographie de résistivité électrique (ERT) est une méthode d'exploration géophysique du sol. Elle permet d'établir une image/carte en 2D ou 3D de la résistivité du sol en fonction de la profondeur et du déplacement latéral. La résistivité électrique dépend de plusieurs facteurs, comme par exemple la texture du sol, la porosité, la teneur en eau, la concentration en soluté de l'eau et la température.

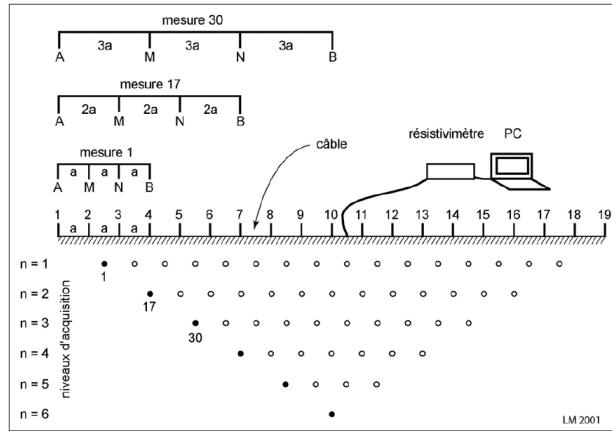


FIGURE 7 – Exemple de dispositif de mesure pour une disposition des électrodes de type Wenner

Pour obtenir ce type de carte, un courant électrique est injecté en surface dans le sol entre deux électrodes d'injection A et B. Ce courant électrique génère un champ électrique. Des électrodes de mesures M et N enregistrent les différences de potentiels générées en deux points de ce champ, on en déduit une résistivité apparente ( $\Omega m$ ) :

$$\rho_a = K \frac{\Delta V}{I} \quad (17)$$

Avec

- $\Delta V$  (en volt) la tension, ou la différence de potentiel entre deux électrodes de mesure
- $K$  est un facteur qui dépend de la géométrie du dispositif de mesure (en  $m$ )
- $I$  (en ampère) est l'intensité du courant injecté

Plusieurs types de dispositions géométriques des électrodes d'injections et de réceptions existent (Wenner-Alpha, Wenner-Beta, Pôle-Dipôle ...), chacune ayant leurs avantages et inconvénients.

Exemple de mise en place de tomographie de résistivité électrique (ERT) :

Sur la figure 7, on peut voir la mise en place d'une expérience ERT avec une configuration des électrodes de type Wenner. Il est placé 19 électrodes espacées régulièrement d'une longueur  $a$ . Le premier quadripôle de mesure ABMN concerne les électrodes {1, 2, 3, 4}, un courant est injecté en AB (électrodes 1-4) et la différence de potentiel est mesurée avec MN (électrodes 2-3), on obtient une mesure de résistivité apparente. On répète l'opération en considérant les électrodes {2, 3, 4, 5} et ainsi de suite jusqu'à la dernière configuration de quadripôle de même longueur qui est {16, 17, 18, 19}. Ces quadripôles de même longueur ont la même profondeur d'investigation, c'est la plus courte.

Ensuite la longueur du quadripôle ABMN est augmentée, il est constitué de {1, 3, 5, 7}, ensuite de {2, 4, 6, 8} ... ici une partie du courant ira un peu plus en profondeur que dans la première série de mesure et encore une fois une mesure de résistivité apparente est relevée pour ces quadripôles "visant" à la même profondeur. Enfin, le quadripôle le plus grand considéré et qui a la plus grande profondeur d'investigation est le quadripôle {1, 7, 13, 19}, on ne peut obtenir qu'une seule mesure de résistivité apparente pour cette profondeur. Avec toutes ces mesures on obtient un ensemble de mesures de résistivités apparentes du sol dont peut dresser une carte (fig 8). L'exemple ci-dessus est présenté pour

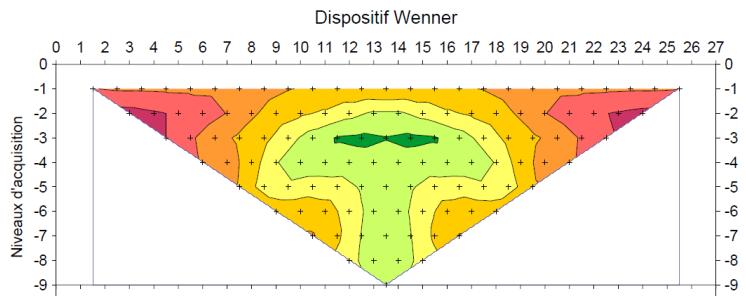


FIGURE 8 – Exemple de carte des résistivités apparentes

un schéma de type Wenner, mais le principe reste le même pour d'autres schémas, la différence réside dans la construction des quadripôles de mesure.

Ces résistivités mesurées sont dites apparentes car elles ne sont qu'une valeur moyenne de la distribution des résistivités vraies du milieu traversé par le courant.

La définition formelle de la résistivité apparente est la suivante : *La résistivité apparente est le rapport du potentiel mesuré sur le terrain à celui calculé théoriquement dans les mêmes conditions sur un terrain homogène de résistivité 1 (KUNETZ 1966)*.

Dans notre cas spécifique implémenté dans la plateforme, on peut assimiler la résistivité apparente comme étant la résistivité moyenne des couches traversées. En général la résistivité apparente mesurée n'est pas égale à la résistivité vraie du milieu car elle prend en compte l'ensemble des terrains traversé par les lignes de courant. Le seul cas où la résistivité apparente est égale à la résistivité vraie est celui d'un milieu homogène et isotrope. Pour trouver les résistivités électriques vraies, distribuées dans l'espace, du milieu il va falloir les inverser à partir d'un modèle de transfert du courant dans le sol et des résistivités apparentes mesurées.

## 6.1 Modèle géophysique de transport du courant dans le sol

Le modèle de géophysique électrique direct est défini par l'équation de Poisson suivante :

$$\nabla(\sigma \nabla V) = -I \delta(x - x_s) \delta(z - z_s) \delta(z - z_s) \quad (18)$$

Avec

- $\sigma$  la conductivité vraie du sol à la position  $(x, y, z)$
- $I$  le courant injecté aux électrodes à la position  $(x_s, y_s, z_s)$
- $V$  le potentiel en tout point  $(x, y, z)$
- $\delta$  la fonction Dirac, qui vaut 1 en 0, à la position de l'électrode

L'équation de Poisson 18 est établie de la manière suivante :

D'après l'équation de Maxwell-Gauss, dans un sol électriquement neutre on a :

$$\operatorname{div}(\vec{E}) = 0 \quad (19)$$

Donc cette équation est équivalente à dire que le champ électrique  $\vec{E}$  dérive d'un champ de potentiel :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \quad (20)$$

Or d'après la loi d'Ohm locale, qui relie le vecteur densité de charge électrique au champ électrique on a :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (21)$$

Avec  $\sigma$  la conductivité électrique du milieu ( $S.m^{-1}$ ). On a alors :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \Leftrightarrow \vec{j} = -\sigma \nabla \vec{V} \quad (22)$$

$$\Leftrightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = \vec{\nabla} \cdot (-\sigma \nabla \vec{V}) \quad (23)$$

Or  $\vec{\nabla} \cdot \vec{j}$  (aussi  $\operatorname{div}(\vec{j})$ ) décrit la source de courant, et cette source est localisée au niveau de l'électrode d'injection  $(x_s, y_s, z_s)$ , d'où l'équation 18.

## 7 Le modèle couplé hydro-géophysique

La première approche non-couplée présentée par HINNELL et al. 2010 présente quelques défauts : l'inversion des tomogrammes de résistivités électriques peut induire des erreurs et artéfacts, résultant en des valeurs non plausible physiquement, notamment sur les zones les plus éloignées des électrodes (DAY-LEWIS, SINGHA et BINLEY 2005 , Kamini SINGHA et GORELICK 2006). Pour contourner ce problème, une seconde approche, appelée couplée, peut être mise en place (Kuhl, 2018) et est présentée ci-dessous.

Nous disposons d'un modèle de transfert d'eau dans le sol, dont nous voudrions identifier les propriétés de rétention et de conductivité hydraulique. Nous disposons également d'un modèle de transport de courant dans le sol qui permet de simuler une mesure ERT sur le terrain. Nous savons aussi que la résistivité électrique du sol dépend au premier ordre de la teneur en eau (ARCHIE 1942). Cette relation entre teneur en eau (ou saturation) et résistivité électrique peut s'exprimer par une relation pétrophysique. Cette relation traduit les interactions entre les propriétés physico-chimiques et le fluide dans le sol.

Plusieurs modèles existent permettant de relier la conductivité/résistivité électrique avec la teneur en eau, deux sont implémentées dans le logiciel.

La première relation pétrophysique est celle d'Archie (ARCHIE 1942), déterminée de manière empirique

$$\rho_{\text{vraie}} = \frac{a\rho_w}{\phi^m S_w^n} \quad (24)$$

Avec

- $\rho_{\text{vraie}}$  la résistivité vraie
- $a$  facteur de tortuosité, généralement fixé à 1
- $m$  exposant d'Archie pouvant varier entre 1.7 et 3 mais généralement fixé à 2
- $n$  exposant de saturation pouvant varier entre 1.8 et 4 mais généralement fixé à 2
- $\rho_w$  résistivité de l'eau située dans les pores
- $\phi$  la porosité
- $S_w$  la saturation en eau ( $\theta/\theta_s$  avec  $\theta$  la teneur en eau volumique)

Une deuxième relation pétrophysique est celle de Waxman-Smits (WAXMAN et SMITS 1968), elle fait intervenir également la conductivité de surface ( $\sigma_s$ ) des solides du sol :

$$\rho_{\text{vraie}} = \frac{1}{\frac{S_w^n}{\theta_s^{-m}} \left( \frac{1}{\rho_w} + \frac{\sigma_s}{S_w} \right)} \quad (25)$$

Avec

- $\theta_s$  la teneur en eau à saturation
- $\sigma_s$  la conductivité de surface

La conductivité de surface représente le transfert de charge au sein de l'eau chargée en ions à la surface des particules. Elle est calculée avec (DOUSSAN et RUY 2009) :

$$\sigma_s = 0.655 \frac{\% \text{clay}}{\% \text{sand} + \% \text{silt}} + 0.018 \quad (26)$$

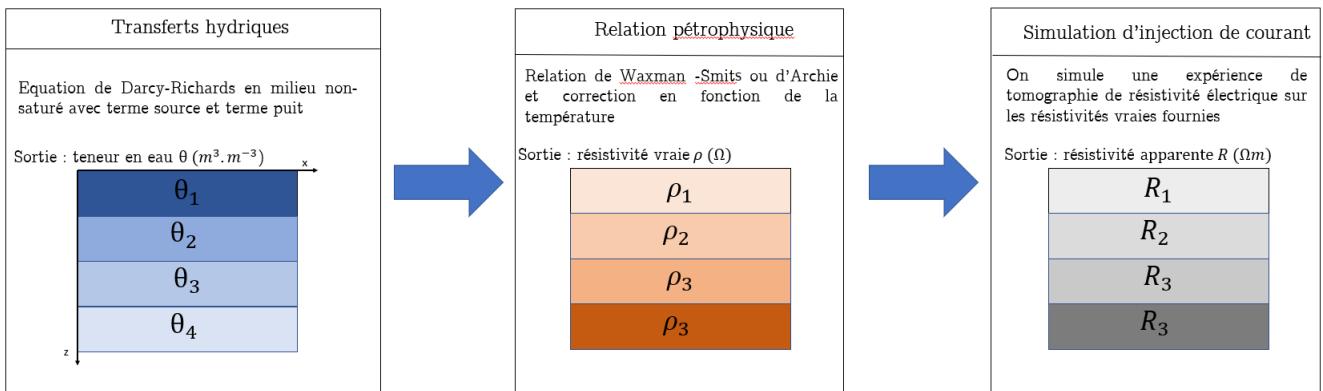
Cependant il faut aussi tenir compte de la température, une température élevée favorisera le transport du courant car l'agitation moléculaire sera plus élevée et la viscosité plus faible. La résistivité calculée à l'aide de la relation pétrophysique est celle à la température standard de 25°C. Si la température est inférieure à 25°C alors on corrige la résistivité électrique (HAYLEY et al. 2007)

$$\rho_{\text{vraie}}^T = \rho_{\text{vraie}}^{25^\circ} \frac{1}{0.0183(T - 25) + 1} \quad \text{si } 0 < T < 25^\circ C \quad (27)$$

Néanmoins à certaine période la température peut être négative, dans ces cas-là la résistivité vraie corrigée est celle à 0° C, on a donc

$$\rho_{\text{vraie}}^T = \begin{cases} \rho_{\text{vraie}}^{25^\circ} \frac{1}{0.0183(T - 25) + 1} & \text{si } 0 < T < 25^\circ C \\ \rho_{\text{vraie}}^{25^\circ} \frac{1}{0.5425} & \text{si } T \leq 0^\circ C \end{cases} \quad (28)$$

On construit donc un modèle hydro-géophysique direct, où l'écoulement de l'eau influence la distribution de la teneur en eau, cette distribution de la teneur en eau influence la résistivité et donc la mesure ERT du modèle géophysique. On utilise également ce modèle en inverse afin d'inverser des mesures de résistivités et/ou de teneurs en eau afin de déterminer les propriétés hydro-dynamiques ( $K_s$ ,  $\theta_s$ , ...)



Le modèle couplé hydro-géophysique permet de résoudre problèmes d'inversion des tomogrammes de résistivités électriques, et fournit de meilleures estimations des paramètres hydrologiques et des prédictions associées, à condition que le modèle hydrologique soit une représentation fidèle du des processus hydrologique. Cependant si le modèle hydrologique présente des défauts de modélisation, l'approche couplée peut ne pas apporter d'informations supplémentaires (HINNELL et al. 2010).

## 8 Analyse de sensibilité des paramètres

L'analyse de sensibilité d'un modèle  $y = f(X)$  permet d'identifier les variables qui ont une forte influence sur la sortie du modèle, et inversement les variables qui ont une influence moindre sur la sortie. Cette identification de l'influence des variables sur la sortie permet au modélisateur de savoir quelle variable il serait plus utile de connaître avec précision. Cette approche permet de classer par ordre d'importance les variables.

Les étapes de l'analyse de sensibilité sont les suivantes :

1 - Identification des paramètres incertains du modèle, de leurs plages de valeurs et distributions.

2 - Générations du plan d'expériences. On tire des valeurs des paramètres incertains selon leurs distributions ou leur plage de valeurs.

3 - On exécute le modèle pour chaque jeu de paramètres incertains.

4 - Calcul des indices de sensibilité.

### 8.1 Exemples de méthodes d'analyse de sensibilité

Il existe plusieurs méthodes d'analyse de sensibilité. La méthode One-At-a-Time (OAT) consiste à faire varier une seule variable d'entrée, en laissant les autres à des valeurs nominales. On calcule la dérivée partielle  $S_i = \frac{\partial y}{\partial X_i}|_{X=X_0}$  associé du modèle et on obtient un indice sur la sensibilité de la variable. On répète cette démarche pour les autres variables et on obtient une mesure de l'effet de chaque variable sur la sortie. Cette méthode est pratique et souvent préférée par rapport à d'autres car elle est simple à comprendre et à mettre en place, cependant cette méthode ne capture pas les interactions possibles entre paramètres, et ne donne qu'une information locale, autour du point nominal.

La méthode de Morris est une généralisation de la méthode OAT, dans le sens où elle calcule autour de plusieurs points de l'espace des paramètres la variation du modèle par rapport à une variation d'un paramètre. Cette méthode permet de classer les paramètres en trois catégories : paramètres ayant des effets négligeables, entrées ayant des effets linéaires et sans interactions, et entrées ayant des entrées non linéaires et/ou avec interactions.

### 8.2 Méthode de Morris

La première étape consiste à discréteriser chaque plage de variation des paramètres d'entrée (au nombre de  $k$ ) en un nombre fini de niveaux  $p$  de taille  $\frac{1}{p-1}$ . Ensuite  $r$  points sont tirés aléatoirement dans cet espace de dimension  $k$ . Chacun de ces points font office de point de départ pour une suite d'expérience, qui définit une trajectoire dans cet espace. Soit un point de départ donné  $X_0 = \{x_1^0, \dots, x_k^0\}$ , ensuite est choisi aléatoirement une variable d'entrée  $x_j$ ,  $1 \leq j \leq k$ , cette variable est déplacée alors de  $\pm \Delta x_j$  et un effet élémentaire associé est calculé :

$$\text{EE}_j = \frac{f(x_1^0, \dots, x_j^0 \pm \Delta x_j^0, \dots, x_k^0) - f(x_1^0, \dots, x_j^0, \dots, x_k^0)}{\Delta x_j^0} \quad (29)$$

Le déplacement  $\Delta$  est choisi de sorte que le point  $x_j^0 \pm \Delta x_j$  soit toujours dans l'espace des paramètres mais éloigné de  $x_j^0$ . L'expérience se poursuit en choisissant une autre variable d'entrée parmi les  $k-1$  restantes en calculant à nouveau l'effet élémentaire associé. L'expérience s'arrête quand un effet élémentaire a été calculé pour chaque variable d'entrée. Pour chaque trajectoire (ou suite d'expérience) on obtient un effet élémentaire de chaque variable  $x_j$ , on peut alors définir les indices de sensibilités suivants pour chaque variables  $x_j$  :

$$\mu_j = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \text{EE}_j^{(i)}, \quad \mu_j^* = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r |\text{EE}_j^{(i)}|, \quad \sigma_j^2 = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r (\text{EE}_j^{(i)} - \mu_j)^2 \quad (30)$$

Avec :

- $\mu_j$  la moyenne des effets élémentaires de la variable  $x_j$
- $\mu_j^*$  la moyenne des valeurs absolues des effets élémentaires de la variable  $x_j$
- $\sigma_j$  la variance des effets élémentaires de la variable  $x_j$

Sur une même figure on place le point  $(\mu_j^*, \sigma_j)$  pour chaque variable :

- Si  $\sigma_j \gg \mu_j^*$  alors l'hypothèse de linéarité et de non interactions est moins pertinente
- Si  $\mu_j^*$  et  $\sigma_j$  sont du même ordre de grandeur alors la variable  $x_j$  est fortement influente avec des effets non linéaires ou d'interactions
- Si la sortie dépend linéairement de  $x_j$  et que  $x_j$  n'interagit pas avec les autres entrées alors  $\sigma_j = 0$

On peut résumer les comportements de  $(\sigma, \mu^*)$  de la manière suivante :

	$\sigma_i$ faible	$\sigma_i$ élevé
$\mu_i^*$ faible	facteur négligeable	facteur influent, effets non monotone avec/ou interactions
$\mu_i^*$ élevé	facteur influent, effets linéaires	facteur influent, effets non linéaires avec/ou interactions

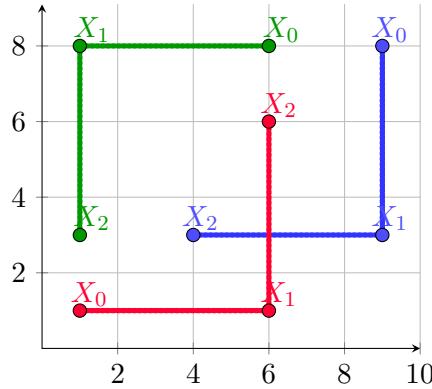


FIGURE 9 – Exemple de 3 trajectoires dans un espace à 2 dimensions (2 paramètres). Entre 2 points consécutifs d'une même trajectoire est calculé l'effet élémentaire

La méthode pour calculer les effets élémentaires (eq 29) repose sur la construction de  $r$  trajectoires dans l'hyperespace, généralement entre 10 et 50. Néanmoins les  $r$  points de départ de ces trajectoires sont choisis aléatoirement, et cela peut amener à la construction de trajectoires complètes ne couvrant pas l'espace de manière optimale. Une amélioration de l'échantillonnage des trajectoires a été proposé par CAMPOLONGO, CARIBONI et SALTELLI 2007, avec comme idée de sélectionner les  $r$  trajectoires qui couvre l'espace de manière optimale, en sélectionnant les  $r$  trajectoires parmi  $M = 500$  ou  $M = 1000$  qui maximise une distance. La distance implémentée dans la librairie *sensitivity* est la distance de Hausdorff, qui mesure l'éloignement entre deux ensembles.

La méthode de Morris est préférée quand l'évaluation du modèle est coûteuse, car la méthode ne requiert que  $r(k + 1)$  évaluations, avec  $r$  le nombre de trajectoires (entre 10 et 50) et  $k$  le nombre de facteurs sur lesquels l'analyse est faîte. Dans notre cas on choisira  $r = 40$  donc l'analyse requiert 320 évaluations du modèle.

On rappelle que la méthode de Morris est une méthode de criblage, c'est-à-dire qu'elle nous permet d'identifier et de hiérarchiser les facteurs en fonction de leurs effets sur la sortie, mais pas de quantifier cette influence ni de les comparer entre eux. Cependant il a été montré (CAMPOLONGO, CARIBONI et SALTELLI 2007) que l'on peut généralement dire que  $\mu_i^* \approx ST_i$ , avec  $ST_i$  l'effet total

du facteur  $i$  (éq. 40). De cette façon on peut à moindre coût avec la méthode de Morris avoir une estimation des effets totaux  $ST_i$ , et ainsi de pouvoir quantifier les effets des facteurs et de les comparer entre eux.

### 8.3 Analyse de variance

Une manière plus coûteuse mais plus précise d'évaluer la sensibilité des paramètres est de calculer la part de variance de la sortie du modèle expliquée par chaque paramètre d'entrée et ses interactions. Néanmoins cette technique requiert un nombre très élevé d'évaluation du modèle, typiquement de l'ordre de la dizaine de milliers.

#### Décomposition de variance

On a dans le cadre d'un modèle non linéaire et non monotone  $\mathcal{G}$  la décomposition de Hoeffding suivante :

$$\mathcal{G}(X_1, \dots, X_K) = f_0 + \sum_{i=1}^K f_i(X_i) + \sum_{i < j} f_{ij}(X_i, X_j) + \dots + f_{12..K}(X_1, \dots, X_K) \quad (31)$$

avec  $\mathcal{G}(\cdot)$  de carré intégrable sur  $\Omega = [0, 1]^K$  et les fonctions  $f$  vérifient les conditions suivantes :

$$\int_0^1 f_{i_1, \dots, i_s}(x_{i_1}, \dots, x_{i_s}) dx_{i_k} = 0 \quad \forall k = 1, \dots, s \text{ et } \forall \{i_1, \dots, i_s\} \subseteq \{1, \dots, K\} \quad (32)$$

Avec

$$f_0 = \mathbb{E}(Y) \quad (33)$$

$$f_i(X_i) = \mathbb{E}(Y|X_i) - f_0 \quad (34)$$

$$f_{ij}(X_i, X_j) = \mathbb{E}(Y|X_i, X_j) - (f_0 + f_i(X_i) + f_j(X_j)) \quad (35)$$

On pose  $f_i = f_i(X_i)$ ,  $f_{ij} = f_{ij}(X_i, X_j)$  et ainsi de suite. Cette décomposition a été introduite par Sobol pour l'analyse de sensibilité (SOBOL 1993). Selon Sobol, cette représentation du modèle est unique quand toutes les entrées sont indépendantes deux à deux et de moyennes nulles (éq. 32). Dans cette écriture les termes sont deux à deux orthogonaux et la variance de la sorties du modèle peut alors s'écrire :

$$V(Y) = \sum_{i=1}^K V_i + \sum_{i < j} V_{ij} + \sum_{i < j < k} V_{ijk} + \dots + V_{12..K} \quad (36)$$

Avec

$$V_i = V(f_i) = V(\mathbb{E}(Y|X_i)) = V(Y) - \mathbb{E}(V(Y|X_i)) \quad (37)$$

$$V_{ij} = V(f_{ij}) = V(\mathbb{E}(Y|X_i, X_j)) - V_i - V_j \quad (38)$$

On appelle  $V_i$  variance de premier ordre ou variance principale (la variance expliquée par  $X_i$  seulement),  $V_{ij}$  est la variance de second ordre (variance expliquée par l'interaction entre  $X_i$  et  $X_j$ ).

On définit alors les indices de sensibilité de premier ordre  $S_i$  comme étant la part de variance expliquée par chaque  $X_i$

$$S_i = \frac{V_i}{V(Y)} \quad (39)$$

Ces indices sont étudiés en priorité car ils expliquent souvent une part majeure de  $V(Y)$  et qu'ils sont faciles à calculer. Néanmoins ces indices ne capturent pas les effets dus aux interactions entre les variables. Un autre problème vient du nombre d'indices ainsi construit de cette façon, il y en a  $2^K - 1$ . Lorsque le nombre de facteurs devient trop important le calcul de tous ces indices devient vite impossible.

On définit alors l'indice de sensibilité totale  $ST_i$  de l'entrée  $X_i$  comme étant la somme des indices associés à l'effet principal de  $X_i$  et à toutes les interactions entre  $X_i$  et les autres entrées (FAIVRE et al. 2013).

$$ST_i = \frac{1}{V(Y)} \left( V_i + \sum_{j \neq i}^K V_{ij} + \dots + V_{12..K} \right) = \frac{\mathbb{E}(V(Y|X_{-i}))}{V(Y)} = 1 - \frac{V(\mathbb{E}(Y|X_{-i}))}{V(Y)} \quad (40)$$

Avec  $X_{-i}$  désignant tous les facteurs sauf  $X_i$ . De cette façon on capture alors à la fois l'effet principal de  $X_i$  et toutes ses interactions, de tous les ordres, avec les autres facteurs.

## 9 Inversion du modèle couplé hydro-géophysique

L'objectif principal du processus d'inversion est de pouvoir paramétriser les propriétés hydrodynamiques du sol (rétenzione, conductivité hydraulique) ainsi que les relations pétrophysiques, avec l'incertitude la plus faible possible, jusqu'à une profondeur de deux mètres environ.

Pour ce faire, à partir de mesures sur le terrain ou de mesures issue d'un modèle de référence, un algorithme d'optimisation va inférer les paramètres qui minimisent les écarts entre les valeurs simulées du modèle et les valeurs issues des mesures ou du modèle de référence, à l'aide d'une fonction objectif. L'algorithme utilisé est SCE-UA (Shuffled Complex Evolution - University of Arizona QY DUAN, Vijai K GUPTA et SOROOSHIAN 1993).

### 9.1 Description de la boucle d'inversion

1 - On prend des mesures de résistivités électriques réalisées sur le terrain, ou on génère ces mesures de résistivités à l'aide d'un modèle de référence. C'est ce qui a été fait dans ce travail pour tester les possibilités d'inversion de données synthétiques.

2 - On calcule les transferts hydriques dans le sol à l'aide de l'équation de Darcy-Richard. On obtient la teneur en eau en fonction du temps et de l'espace.

3 - On calcule alors les résistivités vraies du milieu à l'aide d'une relation pétrophysique qui lie la teneur en eau du milieu à sa résistivité.

4 - On lance le calcul du modèle direct de transfert de courant dans le sol, en renseignant en entrées de ce modèle le nombre de couches électriques du milieu et la résistivité vraie pour chacune de ces couches (homogène horizontalement). En sortie on obtient les résistivités apparentes du milieu pour chaque pseudo-profondeur visée par les dipôles électriques.

5 - On compare les résistivités apparentes simulées aux résistivités apparentes de références dans le but de minimiser une fonction objectif. Tant que le critère de convergence de l'algorithme SCE-UA n'est pas satisfait, l'algorithme évalue l'écart sur un autre jeu de paramètre. On recommence alors le processus depuis l'étape 2 avec le nouveau jeu de paramètres.

### 9.2 Présentation de l'algorithme SCE-UA

L'estimation de paramètres dans un modèle hydrologique a pour but de déterminer les paramètres qui minimise les écarts du modèle par rapport à des mesures effectuées. Cette tâche est ardue car la plupart des modèles hydrologiques présentent plusieurs optimums locaux, avec de faibles et grands bassins d'attractions, avec l'hypersurface du modèle présentant des non-linéarité des crêtes, des arêtes, des dérivées premières non continues etc ...

L'algorithme d'inversion choisi dans ce travail est l'algorithme d'optimisation global Shuffled Complex Evolution développé à l'Université d'Arizona (SCE-UA) d'abord appliqué en hydrologie à la calibration de modèles pluie-débit. C'est un algorithme robuste et efficace pour trouver l'optimum global pour ce type de modèle mais aussi de nombreux autres (QY DUAN, Vijai K GUPTA et SOROOSHIAN 1993, SOROOSHIAN, Qingyun DUAN et Vijai Kumar GUPTA 1993, HOGUE et al. 2000).

Les principes généraux de l'algorithme sont les suivants : afin de converger vers l'optimum global d'une fonction, plusieurs groupes de points (appelés "complexes") évoluent indépendamment dans l'hyperespace à l'aide d'un algorithme d'évolution compétitive. Une fois évolués, ces groupes de points partagent leurs informations et ensuite évoluent encore une fois indépendamment. Cette boucle est répétée jusqu'à la convergence vers un optimum global ou si un critère d'arrêt est atteint. C'est un algorithme d'optimisation global applicable à tout type de problème, néanmoins plus utilisé dans le domaine de l'hydrologie (fig 15, NAEINI et al. 2019).

Le déroulement de l'algorithme SCE-UA peut être résumé de la manière suivante (fig 10) :

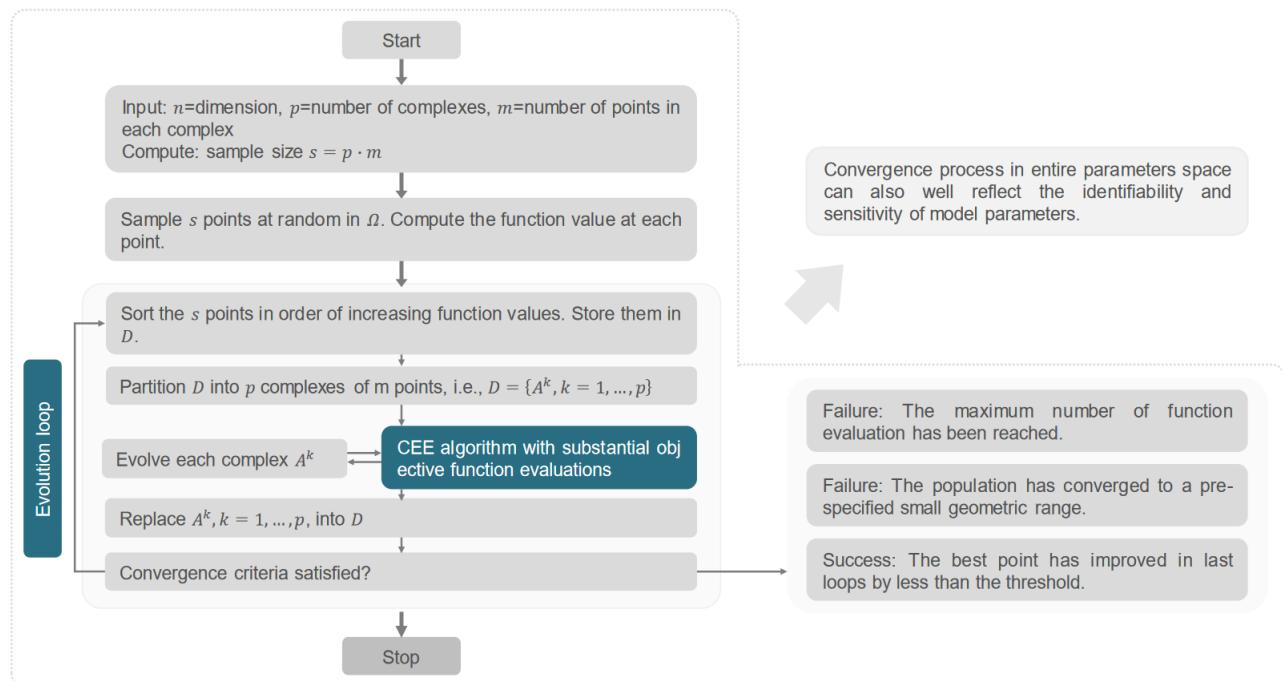


FIGURE 10 – Déroulement de l'algorithme SCE-UA (LAN et al. 2020)

- 1 - On définit le nombre de complexes  $p$  et le nombre de points  $m$  dans chaque complexe.
- 2 - On tire aléatoirement  $p \cdot m$  points dans l'espace défini par les bornes supérieures et inférieures des paramètres.
- 3 - On évalue la fonction objectif en chacun de ces points, et trie les points par valeur de fonction objectif croissante, on les stock dans un ensemble  $D$ .
- 4 - On partitionne  $D$  en  $p$  complexe tel que  $D = \{A^k, k = 1, \dots, p\}$  avec  $A^1 = \{(x_1, f_1), (x_{p+1}, f_{p+1}), (x_{2p+1}, f_{2p+1}), \dots, (x_{p(j-1)+1}, f_{p(j-1)+1})\}$  avec  $j = 1, \dots, m\}$ . On a donc  $A^k = \{x_{k+p(j-1)}, f_{k+p(j-1)}; k = 1, \dots, p; j = 1, \dots, m\}$ .
- 5 - Chaque complexe  $A^k$  évolue avec à l'aide d'un algorithme d'évolution compétitive (Competitive Complex Evolution ou CCE).
- 6 - On replace chaque complexe  $A^k$  dans  $D$  et on trie  $D$  par valeur de fonction objectif croissante, c'est le "shuffling", le partage des informations issues de chaque complexe.
- 6 - Test de convergence, si atteinte l'algorithme s'arrête, sinon on reprend à l'étape 3.

L'algorihtme d'évolution compétitivve (CCE) est basé sur l'algorithme de Nelder-Mead (aussi Downhill Simplex Method), un algorithme d'optimisation non linéaire. Cette méthode gère un ensemble de  $n + 1$  points arrangés en simplexe. En chacun de ces points la fonction objectif est évaluée. Le pire point est remplacé par le point réfléchi par rapport au centre de gravité des  $n$  restants. Si ce point est meilleur que le meilleur point actuel alors on construit le point éloigné selon cet axe. Sinon si ce point n'est pas meilleur que le meilleur point actuel alors on est dans une vallée et le simplexe est contracté vers un meilleur point.

On peut alors résumer l'algorithme d'évolution compétitive de la manière suivante. Pour chaque complexe  $A^k$ ,  $q$  points "parents" sont sélectionnés pour former un sous-complexe. Ces points sont sélectionnés grâce à une distribution de probabilité triangulaire, les meilleurs ont plus de chances d'être considérés. Ce sous-complexe évolue alors  $\alpha$  fois avec l'algorithme de Nelder-Mead. On replace ce sous-complexe dans  $A^k$  et le trie par valeur croissante de fonction objectif. Des nouveaux parents sont sélectionnés et le processus recommence, ceci  $\beta$  fois (plus de détail sur la figure 37).

Une fois que chaque complexe a évolué  $\beta$  fois, alors ils sont mélangés afin de partager l'information acquise.

L'algorithme SCE-UA possède donc un certain nombre de paramètre à régler :

- $\alpha$  le nombre de fois que le sous-complexe de taille  $q$  génère un nouveau point
- $\beta$  le nombre d'évolutions de chaque complexe avant le "shuffling"
- $q$  le nombre de parents sélectionnés afin de former le sous-complexe
- $m$  le nombre de points dans un complexe
- $p$  le nombre de complexes

L'efficacité de cet algorithme dépend aussi en partie de la valeur de ces paramètres. Une étude (Qingyun DUAN, SOROOSHIAN et Vijai K GUPTA 1994) a permis de déterminer quelles valeurs de paramètres sont les plus optimales :

- $\alpha = 1$
- $\beta = 2n + 1$  avec  $n$  la dimension du problème
- $q = n + 1$
- $m = 2n + 1$
- $p$  du même ordre de grandeur que la dimension

## 10 Méthodologie

### 10.1 Plateforme Sol Virtuel

Le modèle utilisé dans cette étude a été développé à l'aide de la plateforme Vsoil (ou Sol Virtuel). Sol Virtuel est une plateforme de modélisation développée par l'unité EMMAH. La plateforme informatique permet le développement et le couplage de modèles existants pour représenter les processus physiques, chimiques et biologiques se déroulant dans le sol à l'échelle du profil. Un certain nombre de modèles sont déjà présents et proposés dans la plateforme (modèle "officiels" validés) mais l'utilisateur peut rajouter des modèles de ses propres processus ou modifier les modèles existants.

Sol Virtuel est un outil de modélisation modulaire, les différents processus physiques, chimiques ... sont codés sous la forme de module, nécessitant des entrées et fournissant des sorties. Différents modules peuvent être assemblés afin de créer le modèle voulu (par exemple un modèle couplé de flux d'eau, transferts de solutés et de chaleur dans le sol, avec une activité biologique de dégradation de la matière organique). Le logiciel ne gère pour l'instant que des modèles développés pour un profil (i.e. ou seule la dimension vertical  $z$  est représentée et discrétisée). L'utilisateur définit lui-même la profondeur maximale, la discrétisation et/ou le nombre de couche de ce sol, chacune pouvant avoir des propriétés différentes que l'on peut définir à l'intérieur des modules.

### 10.2 Le modèle couplé hydrique-électrique

Les modules de Sol Virtuel sélectionnés et utilisés sont représentés sur la figure 38 (en fin de rapport). Les modules principaux sont les suivants :

- *climate* lit un fichier contenant les températures de l'air et un autre contenant la pluviométrie
- *evapotranspiration* lit un fichier contenant les taux d'évapotranspiration en mm
- *soil mineral balance* calcule la porosité ou la masse volumique apparente du sol. Utilise les fractions en particules du sol (sable, limon, argile)
- *sprinkling irrigation* lit un fichier contenant les flux d'eau issus d'irrigations
- *soil hydraulic properties* contient différentes formules pour les courbes de rétentions et de conductivités hydrauliques. C'est dans ce module que sont définis les paramètres hydrodynamiques.
- *crop development* simule le développement d'une culture (de maïs ici)
- *surface energy balance* partitionne la demande climatique entre la transpiration potentielle du couvert végétal et l'évaporation du sol ayant lieu sous le couvert végétal
- *root water uptake* modélise l'absorption de l'eau au niveau des racines, utilise le modèle de Feddes (FEDDES et al. 1976), c'est le terme puits de l'équation de Darcy-Richards (14)
- *water flow and balance* résout numériquement l'équation de Darcy-Richards en éléments finis
- *water runoff* calcule la hauteur d'eau à la surface du sol et le ruissellement quand le sol est à saturation
- *heat transport and balance* résout numériquement l'équation de la chaleur en différences finies
- *petrophysics* convertit les teneurs en eau en résistivité vraies, choix de la formule d'Archie ou de Waxman-Smits
- *electrical transport* lit un fichier de maillage du sol en 2D et un autre fichier comportant les positions des électrodes afin de simuler une expérience de tomographie de résistivité électrique (ERT)

Dans toutes les études décrites ci-dessous, la profondeur maximale du sol a été défini à 2 mètres, correspondant à la zone vadose et au lieu majeur d'activités biologiques (HILLEL et al. 1998). Ce qui différera entre les études sera la discrétisation de ce profil de sol.

### 10.2.1 Création des fichiers pour l'ERT

Le module ´electrique *electrical transport* présent dans le modèle couple ne s'occupe que de l'injection de courant sur un maillage donne et des positions d'electrodes données, et résout l'equation de Poisson (18). Il est alors nécessaire de construire ces fichiers au préalable.

Le module ´electrique, ainsi que la création des fichiers correspondant, utilise la librairie *pyGIMLi* (RÜCKER, GÜNTHER et WAGNER 2017). C'est une librairie dédiée ´a la modélisation et l'inversion en géophysique. Le maillage ainsi que le fichier de configuration des electrodes sont créés de la facon suivante :

- 1 - Fixer la profondeur maximale (doit correspondre ´a la profondeur max du profil, ici 2m) et de la longueur du profil
- 2 - Définir le nombre de couches ´electriques, ces couches influencent la qualité de la discrétisation du maillage. Sur chacune de ces couches les résistivités vraies calculées vont être moyennées (fig 11)
- 3 - Fixer le nombre d'electrodes, la position de celle de départ et l'espace inter-electrode
- 4 - Choix du protocole de mesure ´electrique (Dipole-Dipole, Wenner, ...)
- 5 - La librairie gene le fichier de configuration des electrodes
- 6 - La librairie gene le maillage, il est raffine au niveau de la position de chaque electrode, avec l'ajout d'une couche ´electrique allant jusqu'à 15m pour eviter que le bord du maillage influence les calculs ´electriques

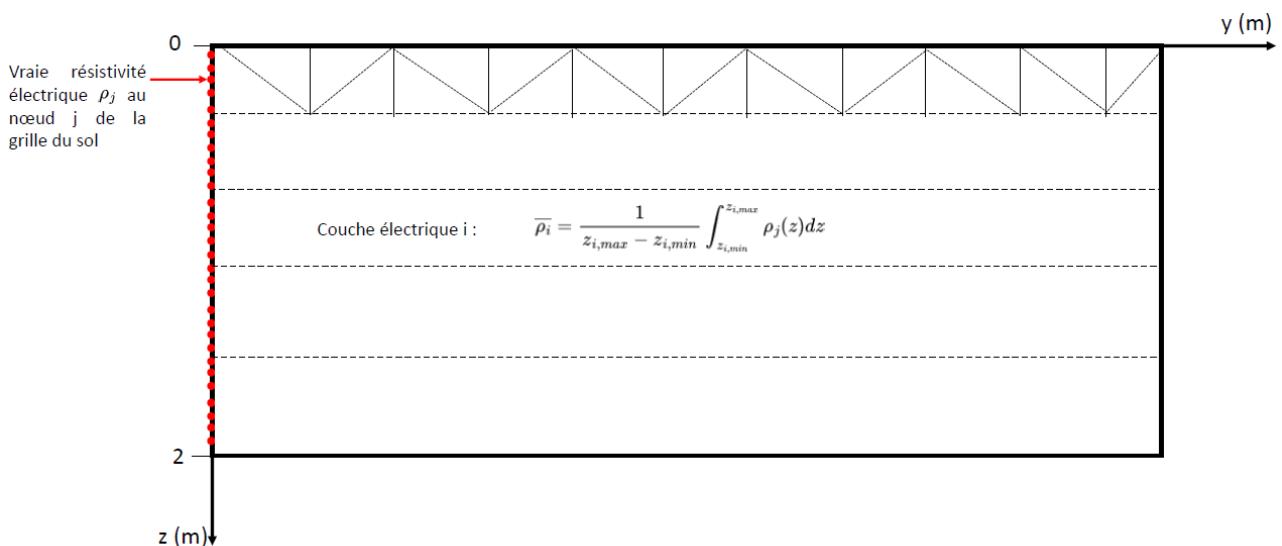


FIGURE 11 – Résistivité vraie moyennée sur chaque couche ´electrique.

Ce sont ensuite les résistivités vraies moyennées sur chaque couche ´electrique qui sont fournies au modèle géophysique.

Afin de tester le maillage gene, une simulation de tomographie de résistivité ´electrique est lancée avec ce maillage sur un sol de résistivité ´electrique vraie homogène. La résistivité apparente moyenne en sortie de cette simulation est différente de 0.05% de la solution, qui est la résistivité vraie homogène du sol.

Dans notre ´etude la configuration ´electrique retenue pour simuler une experiece de tomographie de résistivité ´electrique est celle de Wenner-Shlumberger car elle a une profondeur d'investigation supérieure aux autres configurations ( $\approx AB/6$ ) et est le meilleur compromis en termes de résolution spatiale. Les electrodes sont au nombre de 32, positionnées le long d'un domaine de longueur 24m, la première electrode est positionnée ´a 4m du bord du maillage et l'espace inter-electrode est de 0.5m. On a fixe le

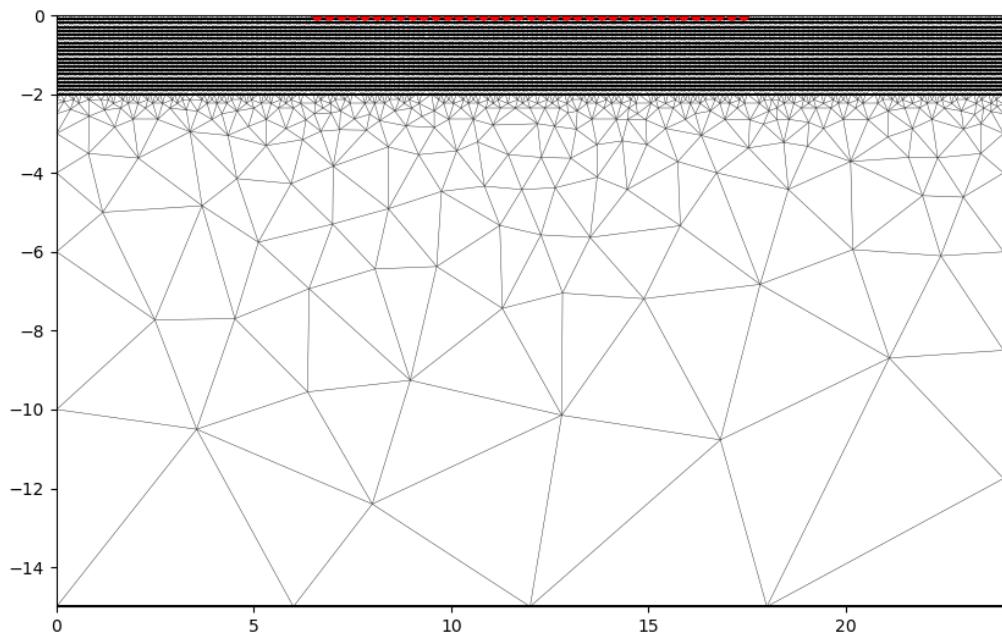


FIGURE 12 – Exemple de maillage, en rouge sont les positions des électrodes.

nombre de couche électrique à 20, c'est à dire que le sol présente une résistivité vraie différente tous les 10cm sur les 2m de profondeur. Ce nombre d'électrodes donne 15 quadripôles ABMN de tailles différentes, plus le quadripôle est grand, plus la profondeur d'investigation est élevée. On a alors 15 pseudo-profondeurs d'investigations différentes.

Cependant comme notre modèle hydrologique est un modèle 1D, il faut que les sorties de notre modèle géophysique le soit aussi. Pour ce faire, les mesures de résistivités apparentes des quadripôles de mêmes longueurs, qui ont la même profondeur d'investigation, sont moyennées de sorte à obtenir une mesure de résistivité apparente issue d'un quadripôle "moyen" visant à la même profondeur.

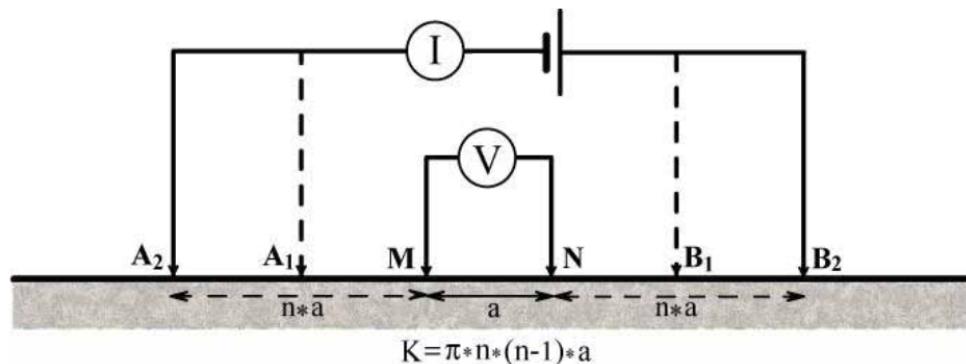


FIGURE 13 – Quadripole de mesure en configuration Wenner-Shlumberger

## 10.3 Analyse de sensibilité

### 10.3.1 Sol homogène, monocouche

Dans cette partie on présente comment l'analyse de sensibilité sur 10 textures a été préparée et effectuée. Plusieurs textures sont considérées car l'influence de chaque paramètre (hydrodynamique et géophysique) dépend de la texture du sol. Les paramètres considérés pour l'analyse de sensibilité (et aussi pour l'inversion) sont les suivants :

- $\alpha$  ( $m^{-1}$ ) point d'entrée d'air de la courbe de rétention d'eau de Van-Genuchten
- $n_{vg}$  paramètre de forme de la courbe de rétention de Van-Genuchten
- $n_{petro}$  exposant de la saturation en eau dans la relation pétrophysique
- $K_s$  conductivité hydraulique ( $m.s^{-1}$ )
- $\sigma_s$  conductivité de surface dans Waxman-Smitt ( $S.m^{-1}$ )
- $\theta_s$  teneur en eau à saturation ( $m^3.m^{-3}$ )
- $\theta_r$  teneur en eau résiduelle ( $m^3.m^{-3}$ )

Les textures de sols considérées sont présentées dans le tableau 1.

Texture	% sable	% limon	% argile
Clay	14.9	29.9	55.2
Clay_Loam	29.8	37.6	32.6
Loam	40	40.3	19.7
Sandy_Clay	47.5	11.5	41
Sandy_Clay_Loam	54.3	18.3	27.4
Sandy_Loam	63.4	25.5	11.1
Silt	5.8	84.7	9.5
Silt_Clay	6.1	47.6	46.3
Silt_Clay_Loam	7.6	59.2	33.2
Silt_Loam	16.6	64.9	18.5

TABLE 1 – Textures considérées pour l'analyse de sensibilité

Les pourcentages pour chaque classe de particules sont issus d'une base de données construite par CARSEL et PARRISH 1988. Deux textures ont été exclues de l'étude, *Sand* et *Loamy\_Sand*, car leur très haute teneur en sable faisait chuter la conductivité hydraulique en surface vers de très faibles valeurs en période d'évaporation, résultant en la non-convergence du modèle.

Pour utiliser une méthode d'analyse de sensibilité comme Morris, il faut aussi spécifier les bornes inférieures et supérieures de chaque facteur. De la même manière, CARSEL et PARRISH 1988 ont construit une base de données pour chaque paramètre hydrodynamique pour chaque texture, sur laquelle ils ont étudiés des distributions des paramètres. Afin de définir des bornes supérieures et inférieures pour chaque paramètre dans l'analyse de sensibilité, nous avons utilisé les transformations sur chaque distribution de paramètre afin de produire une distribution suivant une loi normale. Le système de transformation utilisé est le système de Johnson suivant (JOHNSON 1949) :

$$(LN) \quad Y = \ln(X) \quad (41)$$

$$(SB) \quad Y = \ln\left(\frac{X - A}{B - X}\right) \quad (42)$$

$$(SU) \quad Y = \sinh^{-1}(U) \quad (43)$$

Par définition, une variable  $X$  suivant une loi log-normale suivra une loi normale après la transformation LN (41). Ces transformations ont été appliquées à chaque distribution de paramètre pour chaque texture, et une loi normale est ajustée dessus. On a obtenu ainsi de cette façon la moyenne et l'écart-type de la loi normale qui *fit* au mieux la variable transformée.

Avec les paramètres de chaque loi normale ajustée, on a alors pu calculer avec les transformations inverses du système de Johnson les bornes de nos paramètres, qui englobent 95% de la distribution ( $\mu \pm 2\sigma$ ).

Exemple :

En appliquant une transformation SB à la distribution du paramètre  $n_{vg}$  de la texture Clay\_Loam, on obtient une distribution suivant une loi normale de paramètres  $\mu = 0.132$  et  $\sigma = 0.725$  (un test de Kolmogorov-Smirnov est effectué). On calcule le minimum à 95% et le maximum à 95% de cette loi normale pour obtenir  $\text{min}_{95} = -1.318$  et  $\text{max}_{95} = -1.582$ . On applique la transformation inverse de SB pour obtenir les bornes correspondantes dans l'espace de définition de  $n_{vg}$ , qui sont alors 1.13 et 1.5.

On répète la démarche décrite précédemment pour déterminer les bornes des paramètres  $\alpha, n_{vg}, K_s, \theta_r$  pour les 10 textures. Les bornes du paramètres  $\sigma_s$  sont calculées à l'aide de la définition 26, en faisant varier le pourcentage d'argile entre  $\text{min}_{95}$  et  $\text{max}_{95}$ . On fixe manuellement les borne de  $\theta_s$  à  $\{0.3, 0.55\}$  et celles de  $n_{petro}$  à  $\{1.5, 4\}$ .

Texture	$\alpha$		$n_{vg}$		$K_s$		$\theta_r$		$\sigma_s$	
	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Clay	0.1	2.61	1.01	1.27	4.18e-10	3.49e-06	0.001	0.1401	0.346	2.207
Clay_Loam	0.35	6.2	1.13	1.5	2.78e-09	1.03e-05	0.0765	0.1153	0.238	0.454
Loam	0.83	8.62	1.34	1.8	2.90e-08	1.93e-05	0.05	0.1001	0.085	0.3
Sandy_Clay	0.75	7.11	1.05	1.43	8.60e-10	2.78e-06	0.0695	0.1149	0.326	0.672
Sandy_Clay_Loam	1.16	14.15	1.24	1.75	2.42e-08	2.31e-05	0.086	0.1111	0.175	0.376
Sandy_Loam	1.96	16.09	1.6	2.22	3.01e-05	8.30e-05	0.0292	0.0942	0.028	0.189
Silt	0.5	2.9	1.31	1.45	2.14e-07	1.25e-06	0.013	0.049	0.046	0.133
Silt_Clay	0.11	1.12	1.02	1.24	6.83e-10	1.29e-07	0.024	0.116	0.394	0.854
Silt_Clay_Loam	0.28	2.65	1.11	1.35	1.88e-09	1.09e-06	0.07	0.106	0.245	0.465
Silt_Loam	0.55	5.03	1.19	1.66	1.58e-08	6.12e-06	0.0368	0.0922	0.065	0.302

TABLE 2 – Bornes inférieures et supérieures de chaque paramètre par texture.

Texture	$\alpha$	$n_{vg}$	$K_s$	$\theta_r$	$\sigma_s$	$\theta_s$	$n_{petro}$
Clay	0.8	1.09	5.56e-07	0.068	0.824	0.38	2
Clay_Loam	1.9	1.31	7.22e-07	0.095	0.334	0.41	2
Loam	3.6	1.56	2.89e-06	0.078	0.178	0.43	2
Sandy_Clay	2.7	1.23	3.33e-07	0.1	0.472	0.38	2
Sandy_Clay_Loam	5.9	1.48	3.64e-06	0.1	0.265	0.39	2
Sandy_Loam	7.5	1.89	7.70e-05	0.065	0.1	0.41	2
Silt	1.6	1.37	6.94e-07	0.034	0.087	0.46	2
Silt_Clay	0.5	1.09	5.56e-08	0.07	0.582	0.36	2
Silt_Clay_Loam	1	1.23	1.94e-07	0.089	0.343	0.43	2
Silt_Loam	2	1.41	1.25e-06	0.067	0.166	0.45	2

TABLE 3 – Valeurs moyennes pour chaque paramètre et pour chaque texture, ce sont ces valeurs qui sont considérées pour construire nos modèles de références, issues de l'étude de CARSEL et PARRISH 1988.

Dans le modèle numérique, chaque texture a été discréteisée selon la profondeur  $z$  de la même manière, avec un point de discréteisation tous les cm jusqu'à une profondeur de 40cm, ensuite tous les 2cm jusqu'à une profondeur de 2m.

### 10.3.2 Sol stratifié, bicouche

Dans cette partie on définit un autre type de sol, un sol bicouche, sur lequel on s'intéresse à la sensibilité des facteurs sur la deuxième couche (ou horizon), avec l'interface entre les deux couches prise à 30cm et 60cm. La discréétisation spatiale a été cette fois-ci calculée automatiquement par la plateforme en discréétisant plus au niveau de l'interface des deux couches. Les sols bicouches considérés sont présentés sur la figure 14.

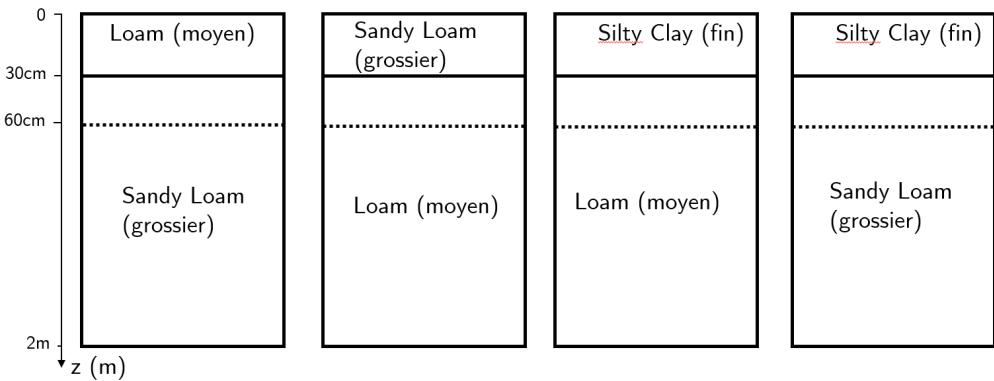


FIGURE 14 – Sols bicouches considérés pour l’analyse de sensibilité, entre parenthèse la taille relative des particules formant le sol

L’objectif est toujours le même, il est d’estimer ou de quantifier en fonction de la profondeur de l’interface et suivant la texture de la couche située au-dessus l’importance relative de chaque paramètre.

Les autres combinaisons de sols (Loam/Silty Clay et Sandy Loam/Silty Clay) n’ont pas été considérées dans l’analyse de sensibilité car elles présentaient beaucoup de non-convergence du modèle. Avec la méthode de Morris, sur les  $r = 40$  trajectoires plus de la moitié étaient incomplètes dues aux non-convergence. Pour qu’une trajectoire soit incomplète il suffit qu’il y ait une évaluation du modèle qui ne converge pas sur les  $k + 1$  qui composent une trajectoire, avec  $k$  le nombre de facteurs.

### 10.3.3 Paramétrisation de la méthode de Morris

Après avoir établi les bornes de chaque paramètre pour chaque texture différente, il faut paramétriser la méthode de Morris. Les paramètres en question sont le nombre de trajectoires  $r$  et le niveau de discréétisation de l’espace de chaque paramètre.

On pose  $r = 40$  parmi  $M = 1000$  trajectoires, on obtiendra de cette façon les meilleures  $r$  trajectoires remplissant l’espace de dimension 7 (car 7 paramètres sur lesquels l’analyse est faite). On discréétise chaque espace de paramètre en 10 niveaux, et on choisit un saut de 5 niveaux pour le calcul des effets élémentaires.

Le calcul des effets élémentaires sur la conductivité hydraulique  $K_s$ , ainsi que les indices de sensibilité associés, se font en échelle logarithmique car  $K_s$  est le facteur présentant le plus de variabilité.

De plus avant le calcul des effets élémentaires de chaque facteurs, l’espace associé est normalisé entre 0 et 1, calculé en fonction des bornes inférieures et supérieures. Le pas  $\Delta_j$  de l’effet élémentaire  $EE_j$  (eq 29) du facteur  $j$  est donc de  $\frac{5}{10-1}$ .

### 10.3.4 Fonctions objectifs

Dans l’analyse de sensibilité, la réponse que l’on cherche à quantifier pour chaque paramètre n’est pas celle du modèle lui-même, sur une sortie en particulier, mais celle d’une fonction objectif pour se placer dans le cadre de l’optimisation de paramètre. Cette fonction objectif représente l’écart du modèle par rapport à des données de références ou d’observations. Les fonctions objectifs considérées sont au nombre de deux, la première ne prenant en compte que les données de résistivités apparentes électriques du modèle géophysique, et la seconde prenant en compte les résistivités apparentes et les

teneurs en eau du modèle hydrologique. La première fonction objectif,  $FO_1$ , est définie de la façon suivante :

$$FO_1 = \sqrt{\frac{1}{M\sigma_{\rho_{app}^*}^2} \sum_{z,t} \left( \frac{\rho_{app} - \rho_{app}^*}{\varepsilon_{\rho_{app}^*}} \right)^2} \quad (44)$$

Avec

- $M$  le nombre total de couples de résistivités électriques mesurées (ou de références) et calculées
- $\sigma_{\rho_{app}^*}$  est l'écart-type du jeu de données de résistivités apparentes mesurées ou de références
- $\rho_{app}$  est la résistivité apparente simulée
- $\rho_{app}^*$  est la résistivité apparente mesurée ou de référence
- $\varepsilon_{\theta^*}$  est l'erreur commise sur la mesure ou du bruit ajoutée à la valeur de référence

La seconde fonction objectif est définie comme :

$$FO_2 = \sqrt{\frac{1}{M\sigma_{\rho_{app}^*}^2} \sum_{z,t} \left( \frac{\rho_{app} - \rho_{app}^*}{\varepsilon_{\rho_{app}^*}} \right)^2 + \frac{1}{N\sigma_{\theta^*}^2} \sum_{z,t} \left( \frac{\theta - \theta^*}{\varepsilon_{\theta^*}} \right)^2} \quad (45)$$

Avec

- $N$  le nombre total de couples de teneurs en eau mesurées (ou de références) et calculées
- $\sigma_{\theta^*}$  est l'écart-type du jeu de données de teneurs en eau volumiques mesurées ou de références
- $\theta$  est la teneur en eau volumique simulée
- $\theta^*$  est la teneur en eau volumique mesurée ou de référence
- $\varepsilon_{\theta^*}$  est l'erreur commise sur la mesure ou du bruit ajoutée à la valeur de référence, fixé à  $0.02 m^3/m^3$

Dans le cadre de l'inversion et de l'analyse de sensibilité, les datasets de références pour la teneur en eau et la résistivité apparente sont issus d'une simulation directe du modèle couplé avec comme paramètres hydrodynamiques et géophysiques les valeurs moyennes des paramètres pour la texture en question. Ces valeurs moyennes sont données dans le tableau 3.

Dans le cadre de l'analyse de sensibilité, les temps de mesures des teneurs en eau et de sondages électrique coïncident avec la croissance du maïs, le premier temps de mesure est le 1er mai à 12h00, pour ensuite une mesure tous les 10 jours, jusqu'au 28 octobre à 12h00, pour un total de 19 temps de mesures. Le nombre total de données  $M$  de résistivités électriques est  $M = 15 \times 19 = 285$ .

Pour chaque temps de mesures, on obtenait 15 mesures de résistivités apparentes car le protocole de mesure Wenner-Shlumberger à 32 électrodes produisait 15 quadripôles (ABMN) de longueurs différentes.

Pour les teneurs en eau volumiques et dans l'étude des sols homogènes monocouches on a choisi de prendre les valeurs aux profondeurs  $\{10\text{cm}, 20\text{cm}, 50\text{cm}, 80\text{cm}, 120\text{cm}, 180\text{cm}\}$ . Le nombre total de mesures de teneurs en eau  $N$  est alors  $N = 19 \times 6$ .

Dans l'étude sur les sols bicouches, les temps de mesures sont les mêmes que définis précédemment, cependant les profondeurs diffèrent. Pour les valeurs de résistivités apparentes, pour les sols bicouches à l'interface situé à 30cm les mesures prises par le plus petit quadripôle ne sont pas considérées car la profondeur d'investigation est inférieure à 30cm ( $1.5m/6 < 0.30m$ ). Les teneurs en eau sont prises aux profondeurs  $\{30\text{cm}, 50\text{cm}, 80\text{cm}, 120\text{cm}, 160\text{cm}\}$ .

Pour les sols bicouches à l'interface situé à 60cm, ce sont les deux plus petits quadripôles qui sont ignorés, car le deuxième est de taille  $5 \times 0.5 = 2.5m$  et  $2.5m/6 < 0.60m$ . Les teneurs en eau sont prises aux profondeurs  $\{60\text{cm}, 80\text{cm}, 120\text{cm}, 160\text{cm}\}$ .

Le bruit sur la valeur de référence pour les résistivités apparentes  $\varepsilon_{\rho_{\text{app}}^*}$  a été ajouté après la résolution du modèle géophysique. Il est défini de la manière suivante :

$$\text{erreur}_i = \frac{\text{device resolution noise}}{\rho_{\text{app},i}^*} K_i + \text{ambiant electrical noise} \quad (46)$$

Avec

- device resolution noise = 1e-4
- ambiant electrical noise = 1e-2

On tire ensuite une valeur  $x_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$  qui indique quel pourcentage de l'erreur définit précédemment est ajouté ou enlevé à la valeur de la résistivité apparente  $i$ , l'erreur sur la valeur de référence est donc :

$$\varepsilon_{\rho_{\text{app}}^*}^i = x_i \times \text{erreur}_i \quad (47)$$

En moyenne, l'erreur  $\varepsilon$  définit précédemment est égale à 0.85% de la valeur de référence.

En ce qui concerne l'erreur sur la teneur en eau  $\varepsilon_{\theta^*}$ , il n'a pas été ajouté de bruit sur la teneur en eau en sortie du modèle hydrologique, due à un oubli. On suppose tout de même une erreur de 0.02  $m^3/m^3$  sur la teneur en eau.

## 10.4 Algorithme SCE-UA

L'implémentation de l'algorithme SCE-UA utilisée vient du package *rtop* (SKOEN et al. 2014) pour *R*. Néanmoins la fonction *scea* issue du package comportait quelques erreurs d'implémentations, qui ont été remontées à l'auteur original ainsi que quelques suggestions, notamment afin de définir par défaut les multiples paramètres à leurs valeurs optimales. En attendant une correction officielle, une version temporaire comportant les corrections nécessaires a été utilisée.

Afin de tester le bon fonctionnement de l'algorithme, on a lancé plusieurs fois l'optimisation sur une fonction test. La fonction test choisie est la fonction Hartmann-6 car elle présente 6 minima locaux et est utilisée comme benchmark d'algorithmes d'optimisation sans contraintes. Cette une fonction de  $\mathbb{R}^6$  dans  $\mathbb{R}$ , la dimension de  $\mathbb{R}^6$  correspond à peu près au nombre de paramètres sur lesquels l'inversion du modèle couplé va être effectuée. Elle est définie comme :

$$f(X) = - \sum_{i=1}^4 \alpha_i \exp \left( - \sum_{j=1}^6 A_{ij} (x_j - P_{ij})^2 \right) \quad (48)$$

Avec

$$\begin{aligned} \alpha &= (1, 1.2, 3, 3.2)^T \\ A &= \begin{pmatrix} 10 & 3 & 17 & 3.5 & 1.7 & 8 \\ 0.05 & 10 & 17 & 0.1 & 8 & 14 \\ 3 & 3.5 & 1.7 & 10 & 17 & 8 \\ 17 & 8 & 0.05 & 10 & 0.1 & 14 \end{pmatrix} \\ P &= 10^{-4} \begin{pmatrix} 1312 & 1696 & 5569 & 124 & 8283 & 5886 \\ 2329 & 4135 & 8307 & 3736 & 1004 & 9991 \\ 2348 & 1451 & 3522 & 2883 & 3047 & 6650 \\ 4047 & 8828 & 8732 & 5743 & 1091 & 381 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$X^* = (0.201690, 0.150011, 0.476874, 0.275332, 0.311652, 0.657301)$$

Cette fonction présente 4 modes, avec le mode  $i$  de profondeur  $\alpha_i$ , de position  $P_i$  et de forme et profondeur  $A_i$  (HARTMAN 1973).

En lançant  $N = 500$  optimisations sur cette fonction, en essayant à chaque fois de déterminer le minimum global, on obtient en moyenne sur chaque composante  $j$  une déviation par rapport à  $X^*$  de l'ordre de  $10^{-6}\%$ .

## 10.5 Inversion

L'inversion consiste à retrouver le jeu de paramètres hydro-géophysiques qui génère les mêmes sorties qu'un dataset de référence ou d'une série de mesure. Dans notre cas on cherche à retrouver avec l'algorithme SCE-UA les paramètres qui génèrent les mêmes sorties que le modèle de référence. Pour ce faire, il utilise les mêmes fonctions objectifs définies précédemment (eq 44 et eq 45), en minimisant ces fonctions objectifs les jeux de paramètres évalués convergent vers celui issu du modèle de référence, c'est l'estimation de paramètres.

Plusieurs critères d'arrêt existent pour l'algorithme, un critère sur la convergence et un critère sur le nombre maximal d'évaluations du modèle. On a fixé à 1000 le nombre maximal d'évaluations du modèle car en fonction des jeux de paramètres évalués le temps de calcul peut varier de  $\approx 1$  minute à plusieurs dizaines de minutes. Néanmoins l'algorithme ne s'arrête pas dès les 1000 évaluations atteintes, mais après avoir fini la boucle d'optimisation en cours, donc le nombre d'évaluations peut dépasser le nombre maximal d'évaluations de quelques dizaines.

En fixant à 1000 le nombre d'évaluations, on n'atteindra jamais le critère sur la convergence de la fonction objectif sur un modèle aussi complexe, mais cela peut nous donner une idée de la vitesse de convergence et de la qualité de celle-ci.

Le seul autre paramètre fixé est le nombre de complexes de l'algorithme SCE-UA, qui est fixé à la même valeur que le nombre de paramètres estimés. Les autres paramètres de l'algorithme sont définis automatiquement à leurs valeurs optimales.

De la même façon que l'analyse de sensibilité, l'algorithme SCE-UA a besoin qu'on lui renseigne un espace de paramètres dans lequel chercher. On lui renseigne donc les bornes supérieures et inférieures des paramètres considérés pour la texture en question. En procédant de cette manière, cela suppose qu'on connaît *a priori* la texture des données de référence, ce qui est vrai, mais ce n'est pas toujours le cas. Si au lieu de fournir un dataset issu d'un modèle de référence, on renseigne à l'algorithme des mesures faites sur le terrain, on ne sera pas toujours en capacité de connaître avec exactitude la texture du sol sur lequel les mesures sont faites. On devra alors spécifier des bornes plus large pour les paramètres que l'on veut estimer, car on ne peut contraindre l'espace des paramètres sans connaissance de la texture.

### Scénarios d'inversions

Afin de tester la robustesse de l'algorithme d'estimation de paramètres sur le modèle couplé, plusieurs scénarios d'inversions ont été mis en place. Le premier jeu de scénarios évalue la qualité de l'estimation en fonction de la densité de données fournies. Dans le premier scénario DD1 on renseigne un dataset contenant 1 mesure tous les 10 jours à partir du 01/05/2021 à 12h (19 mesures), ce sont les mêmes temps que pour l'analyse de sensibilité. Le deuxième scénario DD2 se concentre sur le mois de pousse du maïs, du 19 juin au 16 juillet avec une mesure tous les 3 jours (10 mesures). Enfin le dernier scénario de fréquence DD3 consiste en 1 seule mesure tous les mois (6 mesures) à partir du 30 mai. Les dates de mesures pour les scénarios DD2 et DD3 ont été prises de sorte à capturer des périodes avec et sans pluies. Dans ces 3 scénarios, DD1, DD2, DD3, les paramètres les plus sensibles seront estimés, tandis que les moins sensibles seront fixés à leurs valeurs de références.

Le deuxième jeu de scénarios teste la robustesse de l'algorithme à la méconnaissance de certains paramètres. Dans ces scénarios la fréquence des mesures est la même que DD1. Dans le premier scénario SC1, les paramètres plus sensibles seront estimés tandis que les moins sensibles seront fixés à  $\pm 0.5\sigma$  de leurs valeurs de références. Le scénario SC2 est similaire, sauf qu'on fixe les paramètres les moins sensibles à  $\pm 1.5\sigma$  de leurs valeurs de références. Enfin, le dernier scénario SC3 consiste à estimer tous les paramètres en même temps.

Les textures considérées pour l'inversion sont Clay Loam, Silt, Sandy Loam, afin de parcourir différentes gammes de textures, fines à grossières, et d'avoir un bon compromis en temps de calcul.

Enfin, un seul sol bicouche, *Loam/Sandy Loam* avec l'interface à 60cm, est considéré pour tester

la convergence de l'estimation de paramètre dans le cadre d'un scénario SC3, c'est-à-dire un scénario dans lequel tous les paramètres sont estimés, ils sont ici au nombre de 14. Due au nombre plus élevé de paramètres à estimer, on fixe dans un premier temps à 1000 le nombre d'évaluations du modèle, pour ensuite le fixer à 10000.

## Modèle hydrologique

Equation de Darcy-Richards

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(h) \left( \frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right] - S(h)$$

Fonction de la conductivité hydraulique

$$K(h) = K_s [S_e(h)]^l \left( 1 - \left[ 1 - (S_e(h))^{1/m} \right]^m \right)^2$$

Fonction de la rétention d'eau

$$\theta(h) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \frac{1}{(1 + |\alpha h|^n)^m}$$

Avec :

$$S_e(h) = \frac{\theta(h) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$$

$$m = 1 - \frac{1}{n}$$

Paramètres hydrodynamiques

$$K_s \quad \alpha \quad \theta_r \quad \theta_s \quad n$$

Sortie hydrologique simulée

$$\theta_{z,t}$$

Relation pétrophysique

$$\rho_{\text{vraie}} = \frac{1}{\frac{S_w^n}{\theta_s^m} \left( \frac{1}{\rho_w} + \frac{\sigma_s}{S_w} \right)} \quad \text{Avec } S_w = \frac{\theta_{z,t}}{\theta_s}$$

Paramètres géophysiques

$$n$$

$$\sigma_s$$

Modèle géophysique

$$\nabla(\sigma_{\text{vraie}} \nabla V) = -I \delta(x - x_s) \delta(y - y_s) \delta(z - z_s)$$

Propriété géophysique simulée

$$\sigma_{\text{vraie}} = \frac{1}{\rho_{\text{vraie}}}$$

Sortie géophysique simulée

$$\rho_{\text{app}}$$

Variable hydrologique et géophysique observée

$$\theta_{z,t}^*$$

$$\rho_{\text{app}}^*$$

Mise à jour des paramètres avec l'algorithme SCE-UA afin de minimiser les écarts

Calcul des écarts entre variables simulées et observées

$$FO_1 = \sqrt{\frac{1}{N \sigma_{\rho_{\text{app}}^*}^2} \sum_{z,t} \left( \frac{\rho_{\text{app}} - \rho_{\text{app}}^*}{\varepsilon_{\rho_{\text{app}}^*}} \right)^2}$$

$$FO_2 = \sqrt{\frac{1}{N \sigma_{\rho_{\text{app}}^*}^2} \sum_{z,t} \left( \frac{\rho_{\text{app}} - \rho_{\text{app}}^*}{\varepsilon_{\rho_{\text{app}}^*}} \right)^2 + \frac{1}{M \sigma_{\theta^*}^2} \sum_{z,t} \left( \frac{\theta_{z,t} - \theta_{z,t}^*}{\varepsilon_{\theta^*}} \right)^2}$$

FIGURE 15 – Modèle couplé pour l'inversion. Un modèle hydrologique calcule les transferts d'eau et on obtient le profil de teneur en eau  $\theta_{z,t}$ . Ces teneurs en eau sont ensuite traduites en propriétés géophysiques à l'aide de la relation pétrophysique. Ces propriétés géophysiques sont fournies à un modèle géophysique qui simule des mesures issues d'une ERT, les résistivités apparentes. Ces résistivités apparentes sont fournies à une fonction objectif, avec ou sans les teneurs en eau simulées, afin de calculer les écarts des variables simulées par rapport à nos variables observées ou de références. L'algorithme d'optimisation globale SCE-UA met à jour les paramètres des modèles hydrodynamique et géophysique afin de réduire les écarts entre simulations et observations.

# 11 Résultats

## 11.1 Résultats de l'analyse de sensibilité sur les 10 textures

### Sur la première fonction objectif

En effectuant l'analyse de sensibilité de Morris sur la première fonction objectif (éq 44), qui ne prend en compte que l'erreur effectuée sur les résistivités apparentes, on obtient les résultats suivants (avec  $n = n_{petro}$ ,  $xks = K_s$ ,  $xn = n_{vg}$ ) :

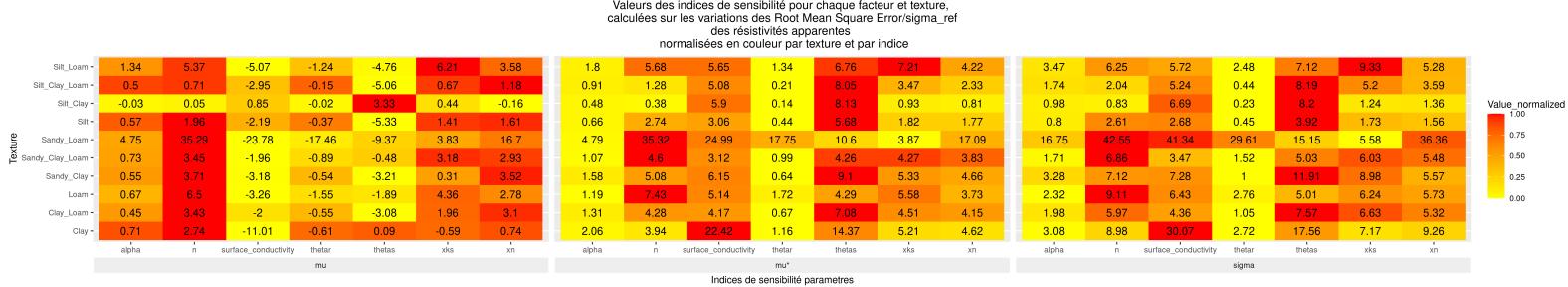


FIGURE 16 – Indices de sensibilité de Morris  $\mu, \mu^*, \sigma$  de chaque paramètre, pour chaque texture, issues de l'analyse de sensibilité sur la première fonction objectif.

En traçant les graphes  $(\mu, \sigma)$  et  $(\mu^*, \sigma)$  on obtient

Sigma en fonction mu, calculé sur les variations des RMSE des résistivités appara

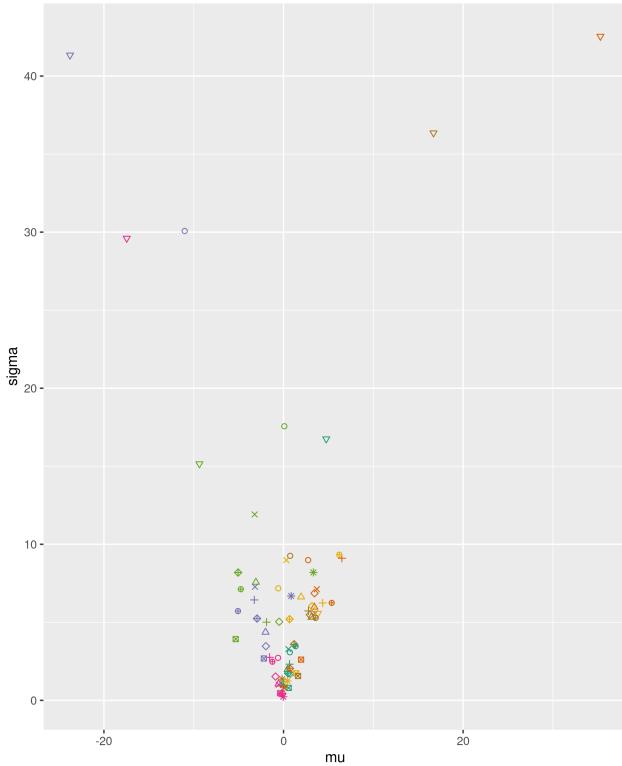


FIGURE 17 – Nuage de points  $(\mu, \sigma)$ .

Sigma en fonction mu\*, calculé sur les variations des RMSE des résistivités appara

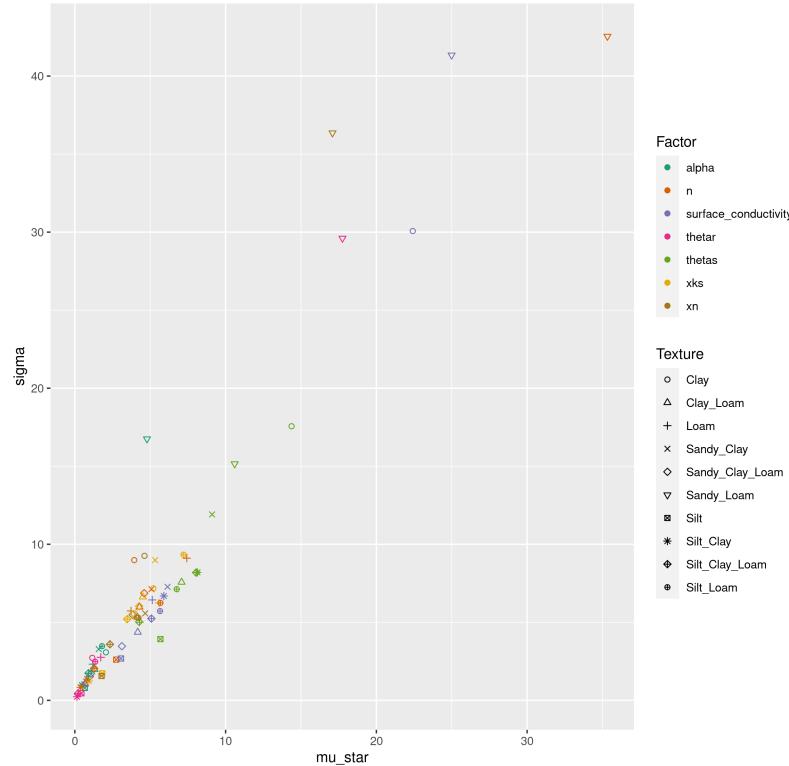


FIGURE 18 – Nuage de points  $(\mu^*, \sigma)$ .

Sur la figure 16, on peut voir au premier coup d'oeil (sur la partie du milieu, représentant l'indice  $\mu^*$ ) que le facteur globalement le plus influent sur la première fonction objectif est la teneur en eau à saturation  $\theta_s$ , suivit ensuite des deux paramètres géophysiques de la relation pétrophysique  $n_{\text{petro}}$  et  $\sigma_s$ . On peut constater aussi sur la figure 18 qu'il n'existe pas de facteur avec un effet linéaire, cela se traduirait par de fortes valeurs de  $\mu^*$  pour de très faibles valeurs de  $\sigma$ , ce qui n'est pas le cas ici. Dès qu'un effet est influent, celui l'est soit avec des interactions avec les autres paramètres, ou soit avec des effets de non-linéarité du modèle, ou les deux.

On peut aussi constater que toutes les textures ne répondent pas de la même manière, dans les textures Sandy Loam et Clay la conductivité de surface  $\sigma_s$  est en moyenne 5 fois plus influente que dans les autres textures. Dans la texture Sandy Loam le paramètre  $n_{\text{petro}}$  est en moyenne 4 fois plus influent.

On peut aussi avoir une estimation de l'effet total  $ST_i$  du facteur  $X_i$  pour un temps et une profondeur donnée. Par exemple, on considère la texture Silty Clay et le facteur  $\theta_s$ . On se donne trois dates et trois profondeurs. Pour chacune des ces dates et profondeurs, on trace la distribution des résistivités apparentes issus du plan d'expérience de Morris pour une valeur de  $\theta_s$  donnée (au nombre de 10 dans l'analyse de sensibilité, de 0.3 à 0.55). On peut quantifier l'effet total  $ST_{\theta_s}$  à l'instant  $t$  et profondeur  $z$  en calculant la variance de la moyenne des 10 distributions obtenues. Sur la figure ci-après on a tracé pour la texture Silty Clay les 10 distributions à 3 profondeurs et 3 temps donnés :

Distribution des valeurs de résistivité apparente pour  $\theta_s$  pour chaque valeur de paramètre en fonction du temps et de l'espace

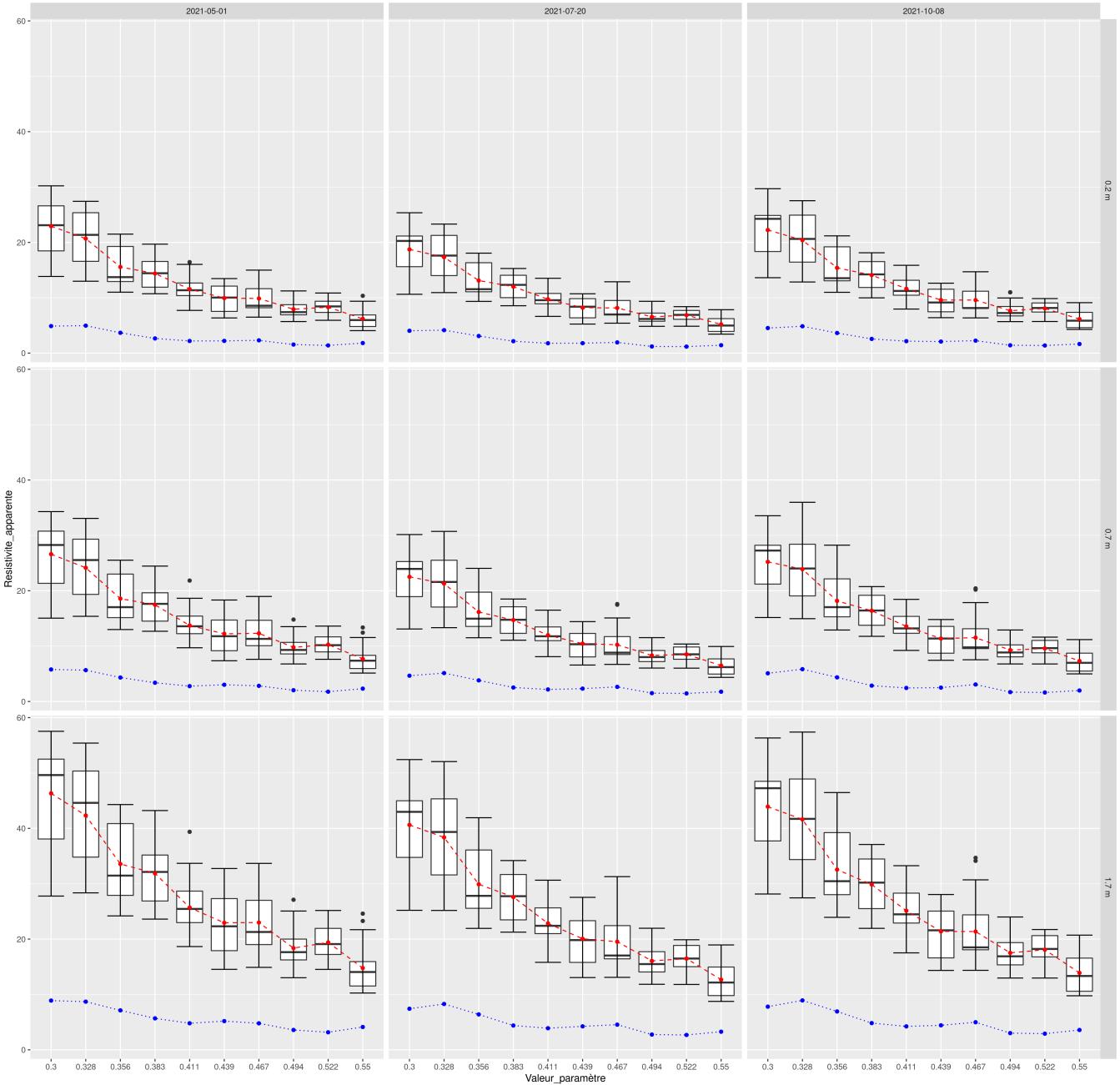


FIGURE 19 – Pour la texture Silty Clay. Distributions des valeurs de résistivités apparentes en fonction de l'espace, du temps, et des valeurs prises par  $\theta_s$ . De gauche à droite on lit l'évolution temporelle, de bas en haut l'évolution spatiale. En rouge sont affichés les moyennes de chaque distribution, en bleu est l'écart-type.

Sur la figure 19, on peut avoir une estimation de l'effet du premier ordre  $S_{\theta_s}$  à différents instants et différentes profondeurs. En effet on rappelle que  $S_i = \frac{V(\mathbb{E}(Y|X_i))}{V(Y)} = 1 - \frac{\mathbb{E}(V(Y|X_i))}{V(Y)}$ . On a affiché en rouge la moyenne de chaque distribution et en bleu son écart-type. La variance de la courbe rouge ( $V(\mathbb{E}(Y|X_i))$ ) ou l'espérance de la courbe bleue  $\mathbb{E}(V(Y|X_i))$  nous donne une idée de l'effet du premier ordre du facteur  $\theta_s$  à cet instant et profondeur précise. Ici  $\theta_s$  est plus influent en profondeur qu'en surface, mais son influence est constante temporellement.

On peut aussi ajouter que les résultats de la figure 19 sont d'un point de vue physique, logique. En effet d'après la relation pétrophysique (eq 25) la résistivité apparente est inversement proportion-

nelle à la teneur en eau, ce que l'on observe bien sur chaque sous-graphe de la figure 19, d'une manière plus ou moins prononcée. Quand la valeur du paramètres  $\theta_s$  augmente les moyennes des résistivités apparentes diminuent.

On peut aussi visualiser les résultats de la figure 19 d'une autre manière. On peut tout à fait calculer l'indice de sensibilité  $\mu^*$ , qui on le rappelle encapsule à la fois l'effet propre du facteur et ses interactions (équivalent à  $ST_i$ ) à chaque instant et chaque profondeur. Or d'après FAIVRE et al. 2013 ce sont les indices de premier ordre  $S_i$  qui explique le plus l'indice total  $ST_i$ . Ainsi on retrouve sur la carte suivante les résultats précédents :

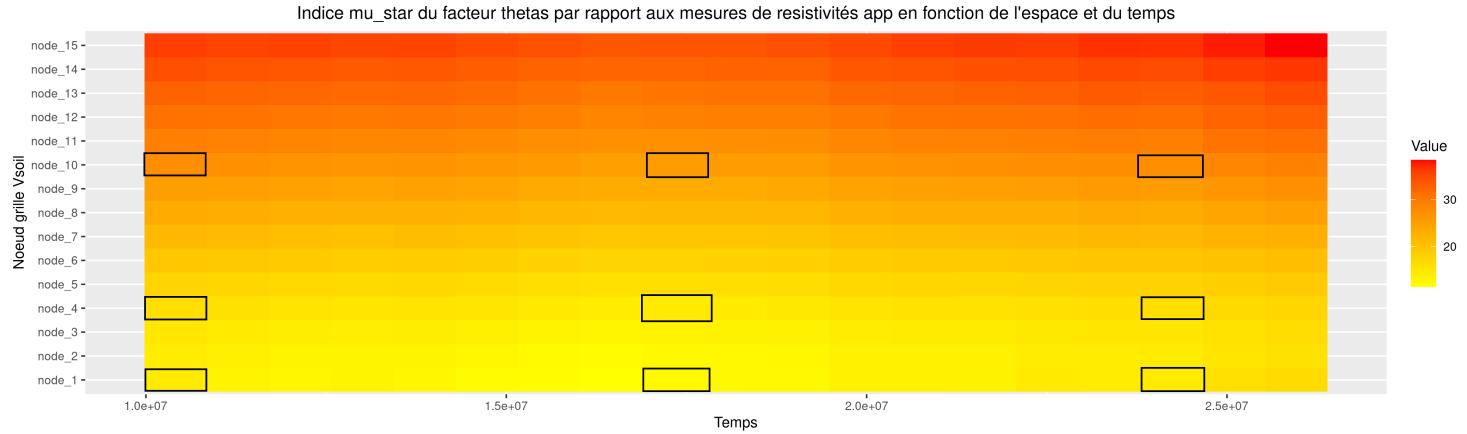


FIGURE 20 – Pour la texture Silty Clay, temps orienté horizontalement et espace orienté verticalement. Indice  $\mu^*$  du facteur  $\theta_s$  sur les résistivités apparentes en sortie du modèle couplé, en fonction de l'espace et du temps. Entourés en noir sont les mêmes instants et profondeurs que la figure 19

On constate le même effet sur  $\mu^*$  en fonction de la profondeur et du temps que dans la figure 19, c'est-à-dire une augmentation de la sensibilité en fonction de la profondeur mais une sensibilité constante en fonction du temps.

## Sur la seconde fonction objectif

En effectuant cette fois-ci l'analyse de sensibilité sur la deuxième fonction objectif (éq 45), qui prend donc en compte l'erreur sur les résistivités apparentes et l'erreur sur la teneur en eau, on obtient les résultats suivants :

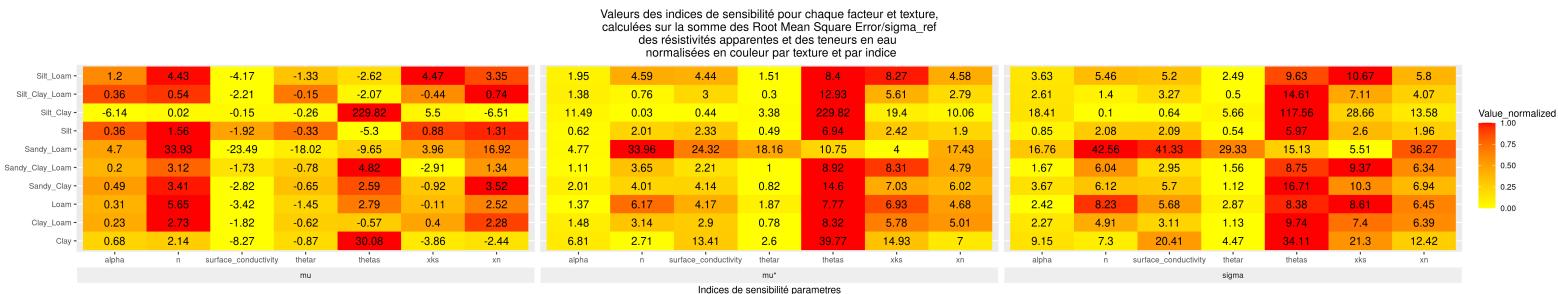


FIGURE 21 – Indices de sensibilité de Morris  $\mu$ ,  $\mu^*$ ,  $\sigma$  de chaque paramètre, pour chaque texture, issues de l'analyse de sensibilité sur la seconde fonction objectif.

On trace aussi les nuages de points  $(\mu, \sigma)$  et  $(\mu^*, \sigma)$  tout en omettant le point correspondant à  $\theta_s$  de la texture Silt Clay car comme on peut le voir sur la figure 21, la seconde fonction objectif réagit très fortement aux variations de  $\theta_s$  dans cette texture en particulier.

Sigma en fonction mu, calculé sur les variations des RMSE des résistivités ajoutées et des teneurs en eau, sans Silt\_Clay

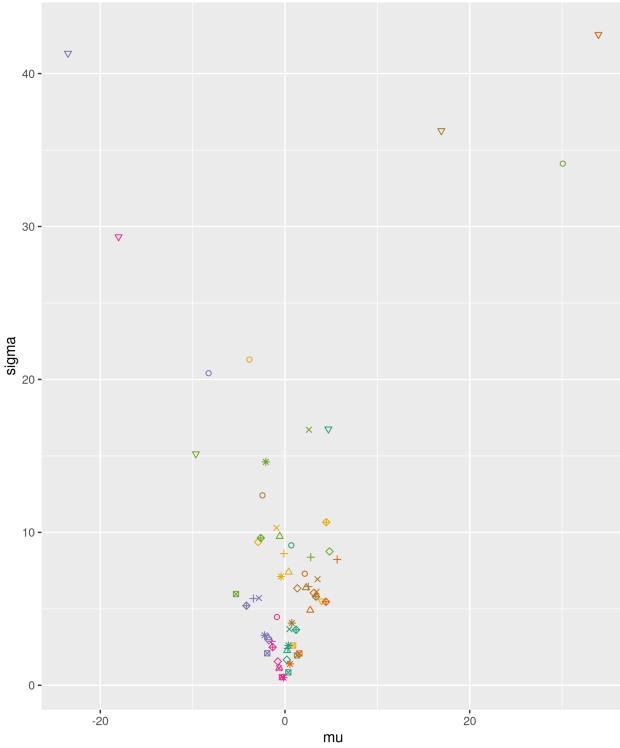


FIGURE 22 – Nuage de points ( $\mu, \sigma$ ).

Sigma en fonction  $\mu^*$ , calculé sur les variations des RMSE des résistivités apparentes et des teneurs en eau, sans Silt\_Clay

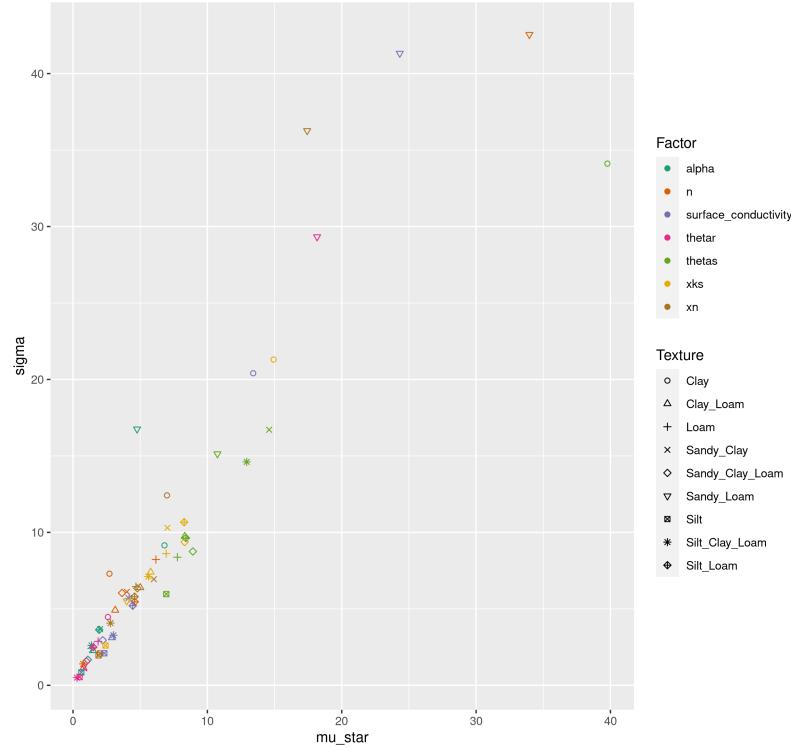


FIGURE 23 – Nuage de points ( $\mu^*, \sigma$ ).

À première vu on constate sur la figure 21 que les résultats sont similaires. Toutefois, on remarque que l'ajout du terme de l'erreur sur la teneur en eau renforce la sensibilité des paramètres hydrodynamiques, et diminue celle des paramètres géophysiques, ce dernier point est logique car les paramètres géophysiques interviennent après le modèle hydrologique donc il n'ont aucune influence sur celui-ci.

Néanmoins, malgré ce rééquilibrage de la sensibilité sur les paramètres, cela ne change pas fondamentalement l'ordre d'importance des paramètres pour les trois textures considérées pour l'inversion, qui sont Clay Loam, Silt, et Sandy Loam.

Au vu des résultats précédents, les facteurs les plus influents sont au nombre de cinq dans chaque texture. Dans les scénarios d'inversions les facteurs considérés seront les suivants :

Texture	Paramètres estimés dans DD1, DD2, DD3, SC1, SC2, SC3	Paramètres fixés aux valeurs de références dans DD1, DD2, DD3 et paramètres fixés à $\pm 0.5\sigma$ dans SC1, $\pm 1.5\sigma$ dans SC2 et estimés dans SC3
Clay_Loam	$n_{petro}$ $\sigma_s$ $\theta_s$ $K_s$ $n_{vg}$	$\alpha$ $\theta_r$
Sandy_Loam	$n_{petro}$ $\sigma_s$ $\theta_r$ $\theta_s$ $n_{vg}$	$K_s$ $\alpha$
Silt	$n_{petro}$ $\sigma_s$ $\theta_s$ $K_s$ $n_{vg}$	$\alpha$ $\theta_r$

TABLE 4 – Paramètres estimés et fixés dans chaque scénario pour chaque texture.

## 11.2 Résultats de l'analyse de sensibilité sur les sols bicouches

### Sur la première fonction objectif

On obtient les résultats suivants en sortie de l'analyse de sensibilité sur les sols bicouches définis sur la figure 14, sur la première fonction objectif, ne prenant en compte que l'erreur sur les résistivités apparentes.

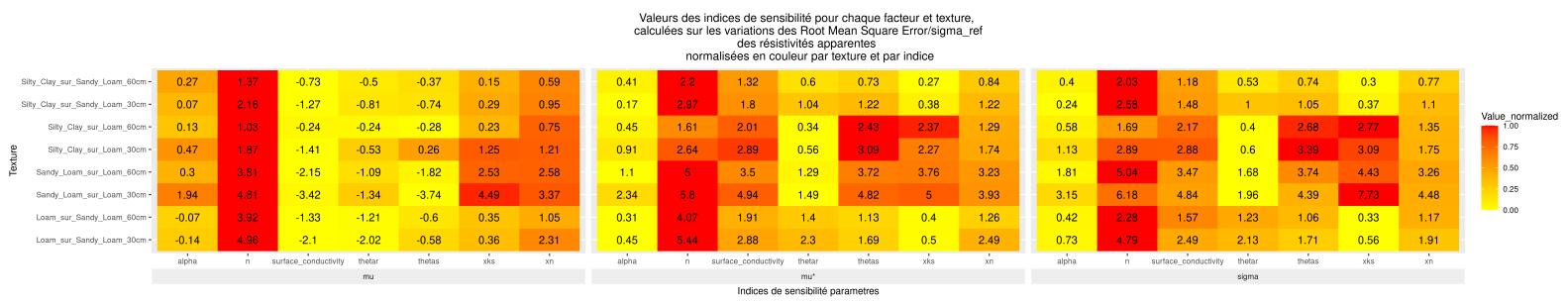


FIGURE 24 – Indices de sensibilité de Morris  $\mu, \mu^*, \sigma$  de chaque paramètre, pour les sols bicouches, issues de l'analyse de sensibilité sur la première fonction objectif.

Une première remarque que l'on peut faire, sur la figure 24, c'est que la profondeur de l'interface de la première couche a peu d'effet sur la sensibilité des facteurs dans seconde couche. Ensuite, sur les sols *Loam/Sandy Loam* et *Silty Clay/Sandy Loam*, on constate une légère augmentation de la sensibilité des paramètres dans la seconde couche *Sandy Loam* lorsque la première couche est *Loam*, comparé à une texture plus fine en surface comme *Silty Clay*. De la même manière, si on regarde les sols *Sandy Loam/Loam* et *Silty Clay/Loam*, on peut faire le même constat, lorsque la texture de la première couche est plus grossière, comme *Sandy Loam*, alors les paramètres sont légèrement plus sensibles dans la seconde couche.

## Sur la seconde fonction objectif

On obtient les résultats suivants en sortie de l'analyse de sensibilité sur la seconde fonction objectif, qui prend en compte à la fois l'erreur sur les résistivités apparentes et les teneurs en eau.

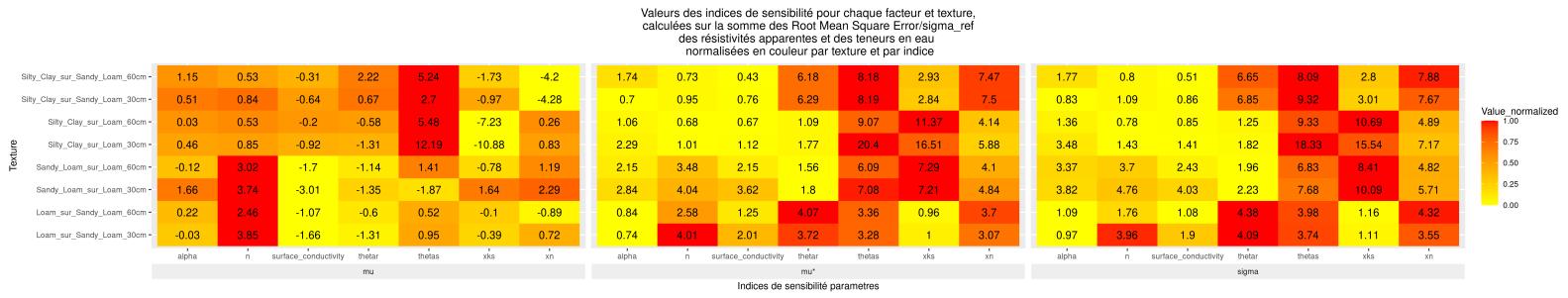


FIGURE 25 – Indices de sensibilité de Morris  $\mu, \mu^*, \sigma$  de chaque paramètre, pour les sols bicouches, issues de l'analyse de sensibilité sur la seconde fonction objectif.

Dans ce cas, la profondeur de l'interface n'a un effet notable que sur le sol *Silty Clay/Loam* où une augmentation de la profondeur de l'interface de 30cm à 60cm résulte en une diminution sensible des paramètres  $\alpha$ ,  $\theta_s$  et  $K_s$ . Si l'on considère les sols *Loam/Sandy Loam* et *Silty Clay/Sandy Loam*, la sensibilité des paramètres hydrodynamiques dans la seconde couche *Sandy Loam* est plus importante lorsque la texture de la couche située au-dessus est plus fine, ce qui est l'inverse du comportement remarqué lors de l'étude sur la première fonction objectif. Le même constat est fait sur les sols *Sandy Loam/Loam* et *Silty Clay/Loam*.

Néanmoins, ce comportement inverse est logique, car la résistivité apparente est inversement proportionnelle à la teneur en eau, donc si la réponse du modèle hydrologique est importante, alors celui du modèle géophysique sera moindre.

On peut supposer que les paramètres hydro-géophysiques sont plus sensibles dans la seconde couche sur les sorties du modèle géophysique lorsque la couche en surface est plus grossière, et inversement,

lorsque la couche en surface est plus fine les paramètres hydrodynamiques sont plus sensibles aux sorties du modèle hydrologique dans la seconde couche.

### 11.3 Résultats des inversions

En plus des différents scénarios sur la densité et le bruit sur les paramètres, on a aussi lancer chaque scénario deux fois, une fois en considérant la première fonction objectif et une seconde fois en considérant la deuxième. On notera par exemple  $DD1_\rho$  le scénario DD1 lancé sur la première fonction objectif, car elle ne prend en compte que l'erreur sur les résistivités apparentes, et  $DD1_{\rho,\theta}$  le scénario lancé sur la seconde fonction objectif, car elle prend en compte à la fois l'erreur sur la résistivité apparente et les teneurs en eau.

#### Sur la texture Clay Loam

Sur les scénarios DD1, DD2, DD3 les paramètres estimés sont  $n_{petro}$ ,  $\sigma_s$ ,  $\theta_s$ ,  $K_s$  et  $n_{vg}$ . On rappelle que l'objectif de ces trois scénarios est de constater l'influence de différents temps de mesures dans le cadre de l'inversion.

Pour chaque jeu de paramètres estimé pour chaque scénario, on configure le modèle couplé avec ces paramètres pour un calcul direct et on trace les résidus de la teneur en eau volumique par rapport au modèle de référence à la profondeur de 20cm ( $\theta_{estimation}^{20cm} - \theta_{reference}^{20cm}$ ) :

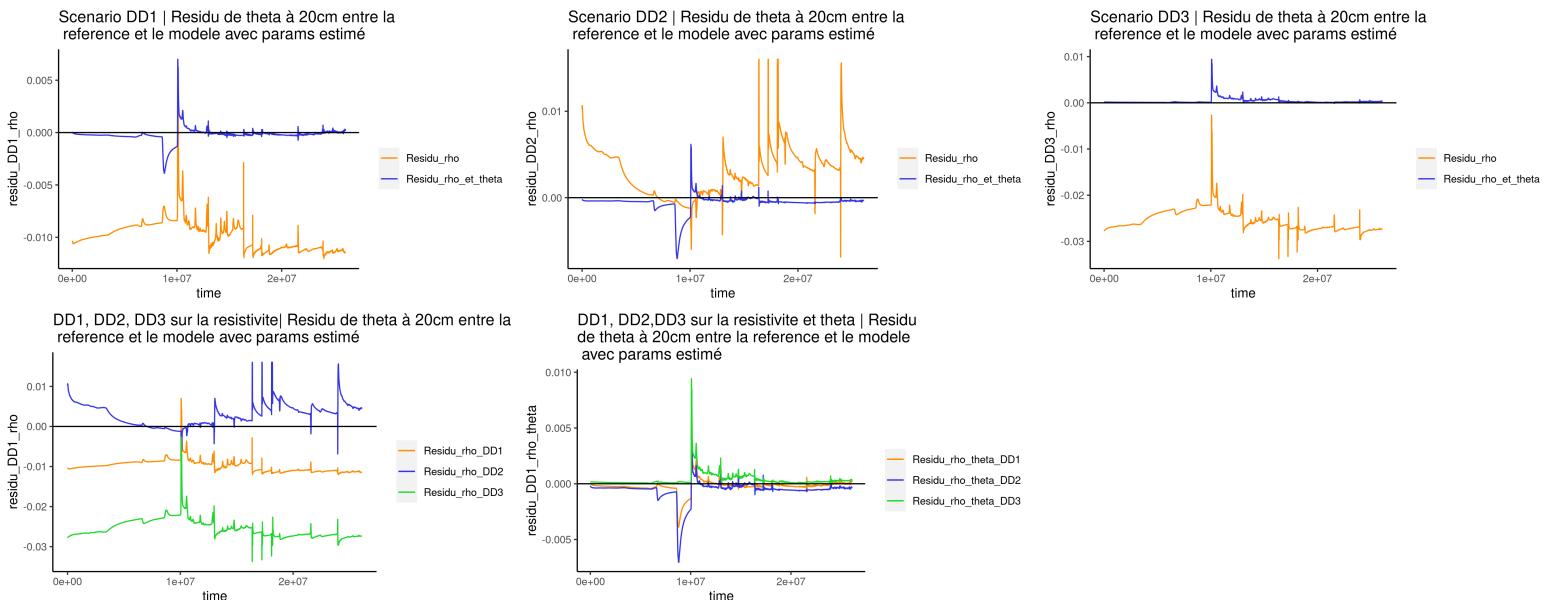


FIGURE 26 – Résidu à 20cm de la teneur en eau pour chaque scénario. En légende des graphes *Residu\_rho* désigne le résidu entre le modèle de référence et le modèle avec les paramètres estimés avec  $OF_1$ , et *Residu\_rho\_theta* désigne le même résidu mais avec le modèle avec les paramètres estimés avec  $OF_2$ . De haut en bas et de gauche à droite : Comparaison du résidu entre les 2 fonctions objectifs pour DD1, même graphiques pour DD2 et DD3. Comparaison du résidu seulement sur  $OF_1$  pour DD1, DD2, DD3. Comparaison du résidu sur  $OF_2$  pour DD1, DD2, DD3.

La première chose que l'on remarque sur la figure 26 c'est que l'ajout de la teneur en eau dans la fonction objectif diminue le résidu par rapport aux teneurs en eau de référence. On le constate dans le tableau 5, la prise en compte de la teneur en eau précise l'estimation des paramètres hydrologiques, sauf pour le  $\log(K_s)$  du scénario DD1.

Si on ne peut effectuer que des mesures de résistivités apparentes, quel serait le choix optimal pour les temps de mesure ? Le choix optimal serait dans la période de pousse du maïs, donc en répartissant

les mesures sur 1 mois, c'est le scénario DD2. Il est moins contraignant à mettre en place que le scénario DD1 (presque moitié moins de mesure). En moyenne le biais du résidu du scénario DD2 est inférieur à celui de DD1 mais moins constant, cela est probablement due au fait qu'on ne capture pas tous les régimes de pluies et/ou de climat dans ce laps de temps.

Si on peut à la fois effectuer des mesures de résistivités apparentes et de teneurs en eau, le scénario optimal est DD3, celui où on effectue une mesure tous les mois. Avec seulement 6 mesures l'algorithme arrive à tout aussi bien estimer les paramètres hydrologiques que les autres scénarios, tout en étant le moins contraignant.

On étudie ensuite les scénarios SC1, SC2, et SC3 dont le but est de tester la robustesse de l'algorithme d'optimisation lorsque certains paramètres sont bruités ou lorsque tous les paramètres sont estimés en même temps. On obtient les résultats suivants en tracant les résidus à 20cm entre le modèle couplé lancé avec les paramètres estimés et le modèle de référence :

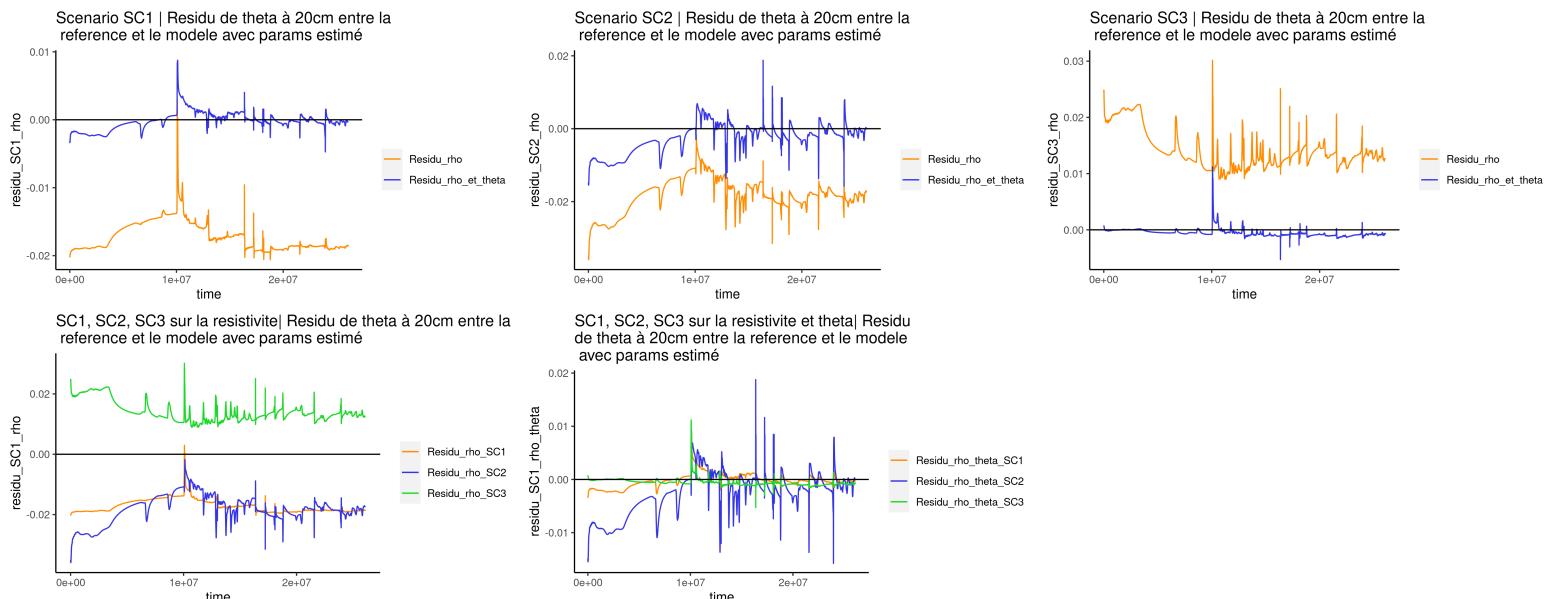


FIGURE 27 – Résidu à 20cm de la teneur en eau pour chaque scénario. En légende des graphes *Residu\_rho* désigne le résidu entre le modèle de référence et le modèle avec les paramètres estimés avec  $OF_1$ , et *Residu\_rho\_theta* désigne le même résidu mais avec le modèle avec les paramètres estimés avec  $OF_2$ . De haut en bas et de gauche à droite : Comparaison du résidu entre les 2 fonctions objectifs pour SC1, même graphiques pour SC2 et SC3. Comparaison du résidu seulement sur  $OF_1$  pour SC1, SC2, SC3. Comparaison du résidu sur  $OF_2$  pour SC1, SC2, SC3.

Le même constat peut être fait sur l'ajout de la teneur en eau dans la fonction objectif, ce nouveau terme permet globalement d'améliorer la précision des paramètres hydrologiques, et donc de réduire le biais du modèle correspondant, et ce sur les 3 scénarios, comme on peut le voir sur la figure 27. Toutefois, l'algorithme SCE-UA arrive tout de même à converger raisonnablement vers les paramètres de référence même dans le cas du scénario SC2 où les paramètres  $\alpha$  et  $\theta_r$  étaient fortement bruités. Dans ce scénario le paramètre le plus éloigné de sa valeur de référence est  $\sigma_s$ , à 12% de la référence lors de l'utilisation de la première fonction objectif.

Néanmoins le résidu moyen de  $SC3_\rho$  et  $SC3_{\rho,\theta}$  est inférieur à celui des autres scénarios. On conclut qu'il est plus judicieux d'estimer tous les paramètres en même temps que d'en fixer certain avec une erreur.

En ce qui concerne la bonne estimation des paramètres géophysiques  $n_{petro}$  et  $\sigma_s$ , le meilleur scénario temporel concernant la première fonction objectif est DD2. Si on ajoute des mesures de teneurs en eau, alors le meilleur scénario est DD3. En ce qui concerne les scénarios avec les paramètres bruités

ou estimés (SC1, SC2 et SC3) le meilleur est SC3, tant sur la première fonction objectif que sur la seconde (voir les tableau 5 et 6).

## Sur la texture Silt

On obtient les résidus suivant pour l'estimation de paramètres dans le cadre des scénarios sur la temporalité des mesures :

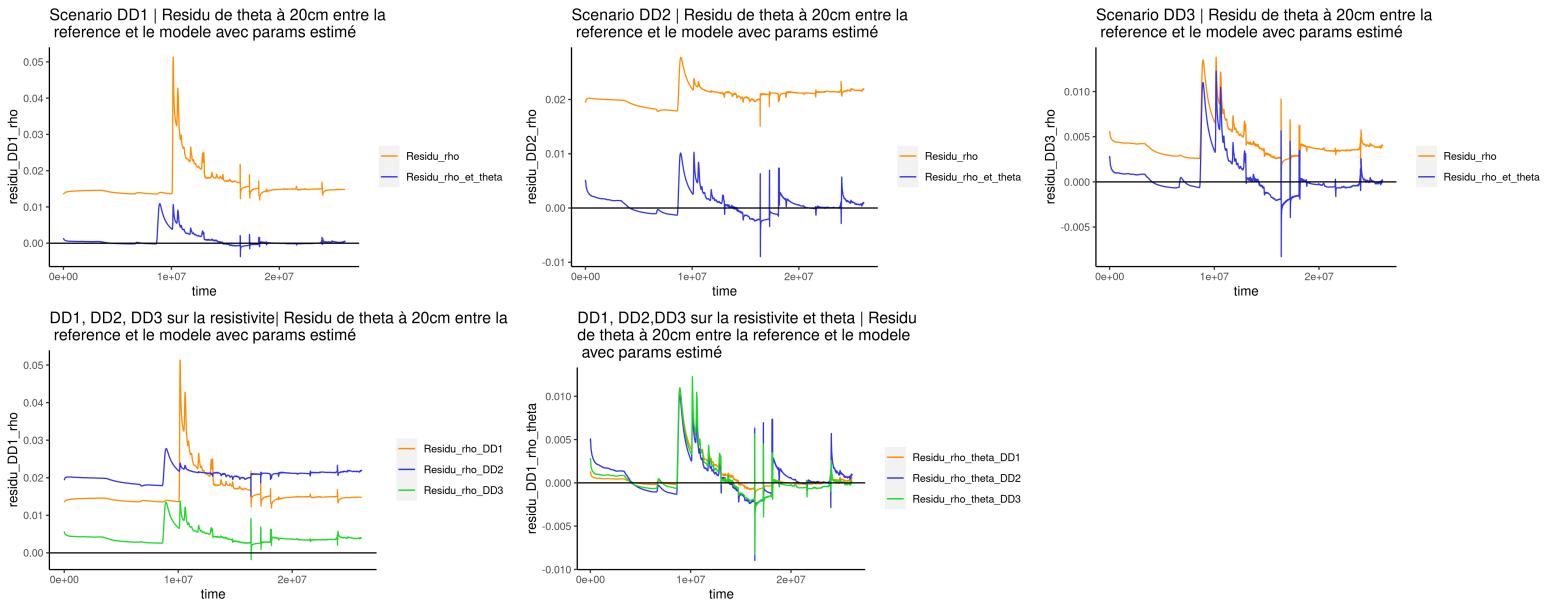


FIGURE 28 – Résidu à 20cm de la teneur en eau pour chaque scénario. En légende des graphes *Residu\_rho* désigne le résidu entre le modèle de référence et le modèle avec les paramètres estimés avec  $OF_1$ , et *Residu\_rho\_theta* désigne le même résidu mais avec le modèle avec les paramètres estimés avec  $OF_2$ . De haut en bas et de gauche à droite : Comparaison du résidu entre les 2 fonctions objectifs pour DD1, même graphiques pour DD2 et DD3. Comparaison du résidu seulement sur  $OF_1$  pour DD1, DD2, DD3. Comparaison du résidu sur  $OF_2$  pour DD1, DD2, DD3.

Encore une fois, la prise en compte de l'erreur sur la teneur en eau dans la fonction objectif permet une réduction du résidu sur la teneur en eau. Dans le cas de la texture *Silt*, le choix optimal des temps de mesures correspond au scénario DD3 c'est celui qui présente le meilleur compromis entre le nombre de données requis (6 dates de mesures) et la précision des paramètres obtenus.

Étudions maintenant les scénarios SC1, SC2, et SC3, ainsi qu'un scénario supplémentaire qui est similaire au scénario SC3 sauf qu'il contient 2 points de mesures supplémentaires avant le 01/05/2021 (date de la première mesure). Ceci afin de prendre en compte une période où le sol présentait une très faible teneur en eau. On note  $\widehat{SC}3$  ce nouveau scénario. On peut observer la période sèche du sol avant la première mesure sur la figure suivante :

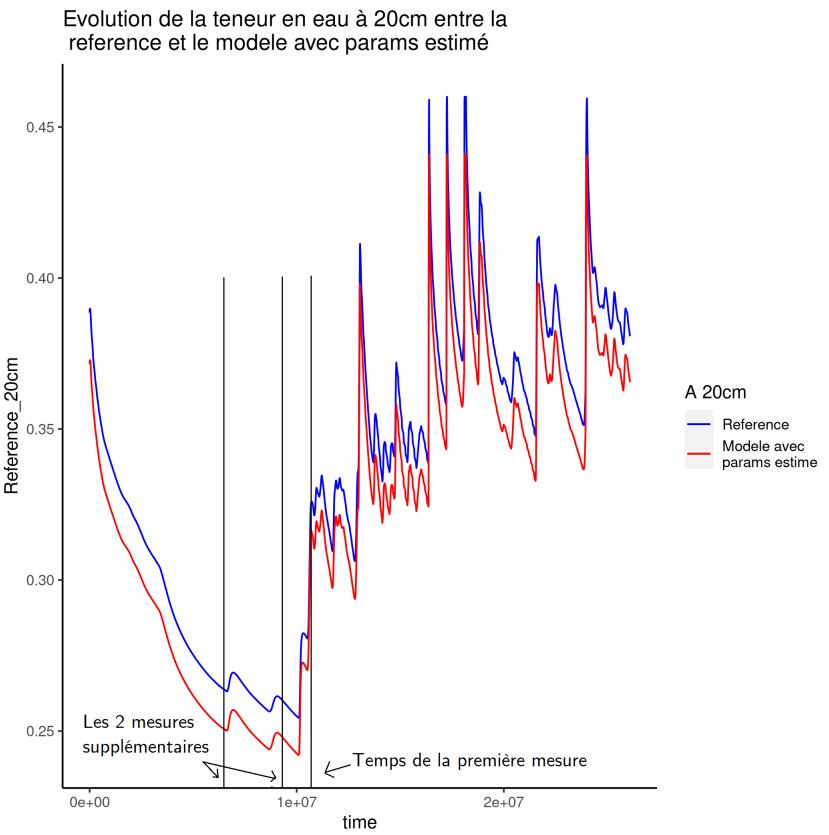


FIGURE 29 – Évolution de la teneur en eau issue du modèle de référence (bleu) et celle issue des paramètres estimés depuis  $SC3_p$ .

On obtient les résidus suivant en calculant le modèle direct associé à chaque jeu de paramètres :

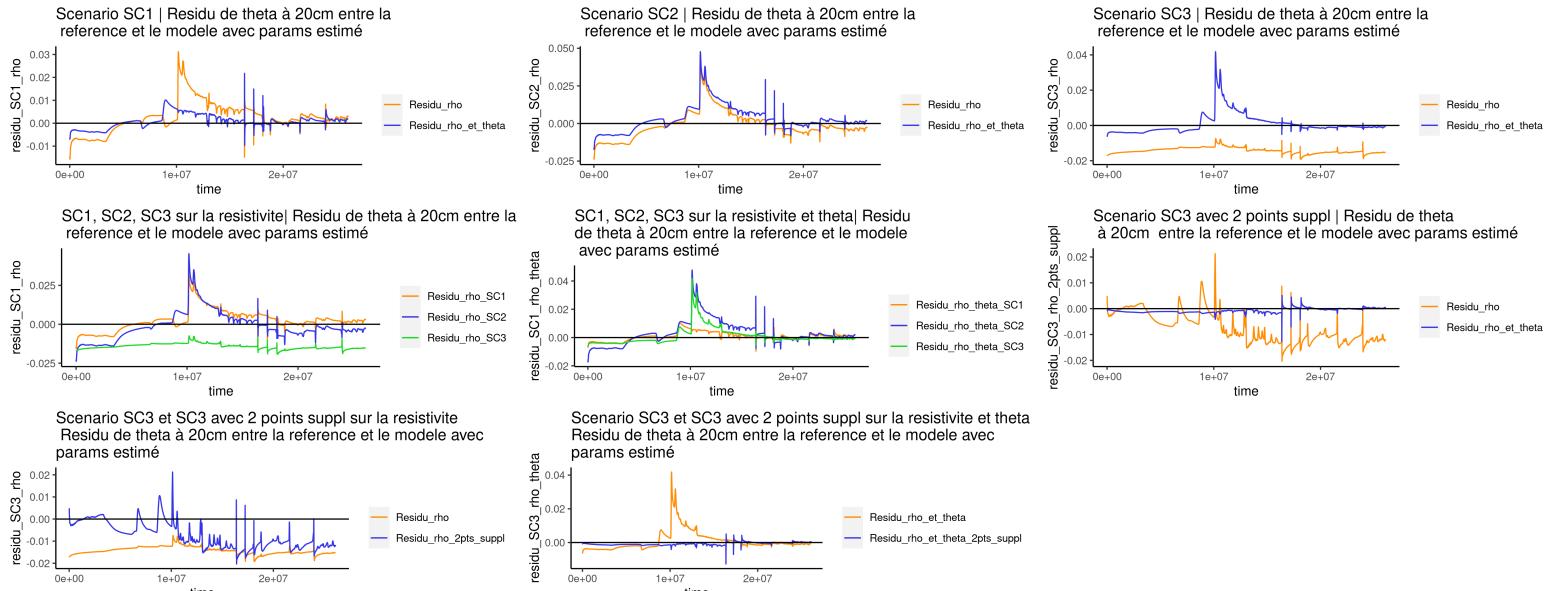


FIGURE 30 – Résidu à 20cm de la teneur en eau pour chaque scénario. En légende des graphes *Residu\_rho* désigne le résidu entre le modèle de référence et le modèle avec les paramètres estimés avec  $OF_1$ , et *Residu\_rho\_theta* désigne le même résidu mais avec le modèle avec les paramètres estimés avec  $OF_2$ . De haut en bas et de gauche à droite : Comparaison du résidu entre les 2 fonctions objectifs pour SC1, même graphiques pour SC2 et SC3. Comparaison du résidu seulement sur  $OF_1$  pour SC1, SC2, SC3. Comparaison du résidu sur  $OF_2$  pour SC1, SC2, SC3. Comparaison du résidu entre les 2 fonctions objectifs pour  $\widehat{SC3}$ . Comparaison du résidu sur  $OF_1$  pour SC3 et  $\widehat{SC3}$ . Comparaison du résidu sur  $OF_2$  pour SC3 et  $\widehat{SC3}$ .

Ici le scénario optimal est le scénario prenant en compte les deux points supplémentaires. Le fait de considérer la partie sèche du sol permet d'obtenir le plus faible résidu si l'inversion est effectuée sur la deuxième fonction objectif (dernier graphe de la figure 30). On peut le voir plus clairement sur les graphes ci-dessous :

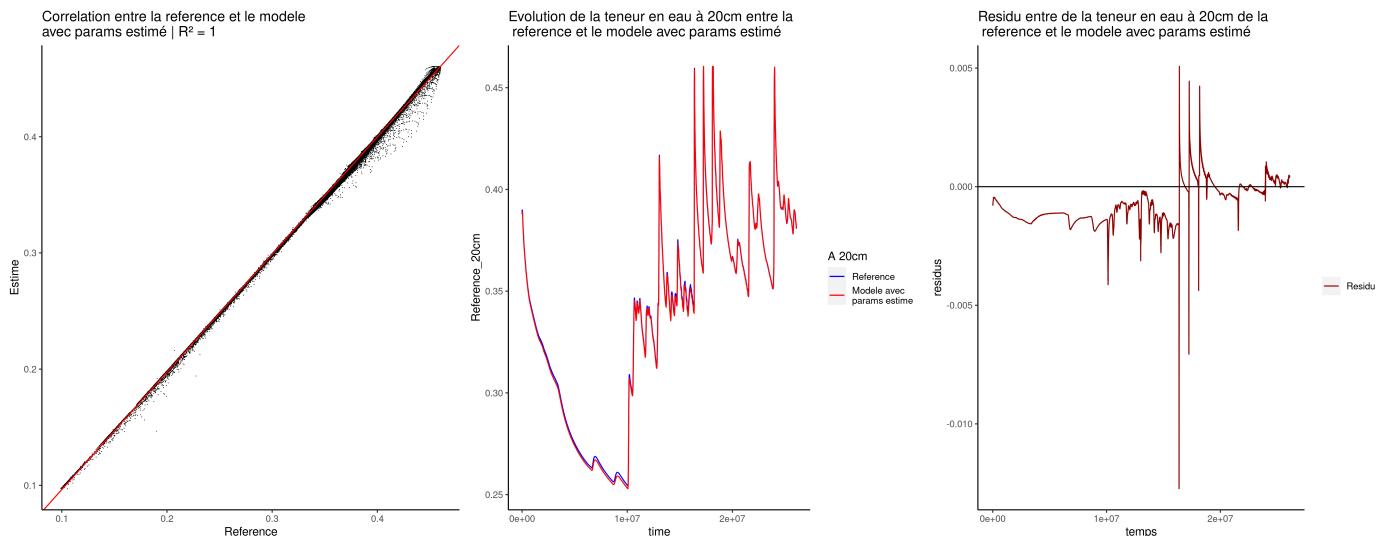


FIGURE 31 – De gauche à droite : Corrélation entre les sorties du modèles de références, et les sorties du scénario optimal  $\widehat{SC3}_{\rho,\theta}$ . Évolution de la teneur en eau à 20cm pour le modèle de référence (bleu) et le scénario  $\widehat{SC3}_{\rho,\theta}$  (rouge), enfin le dernier graphe montre l'évolution de l'erreur entre les deux courbes du 2<sup>e</sup> graphe.

Toutefois sans mesures de teneurs de eau, les meilleurs scénarios sont  $SC3_\rho$  car le biais est constant, ou  $\widehat{SC3}_\rho$  car le résidu moyen est inférieur celui de  $SC3_\rho$  tout en possédant un résidu plus faible que  $SC1$  ou  $SC2$  vers le mois de mai (après le temps de  $1e+07$  secondes). On conclut encore une fois qu'il est préférable d'estimer tous les paramètres, que d'en fixer avec des erreurs.

En ce qui concerne la bonne estimation des paramètres géophysiques  $n_{petro}$  et  $\sigma_s$ , le meilleur scénario temporel concernant la première fonction objectif est DD3. Si on ajoute des mesures de teneurs en eau, alors le meilleur scénario est DD1. En ce qui concerne les scénarios avec les paramètres bruités ou estimés ( $SC1$ ,  $SC2$ ,  $SC3$  et  $\widehat{SC3}$ ) le meilleur est  $SC2$ , tant sur la première fonction objectif que sur la seconde (voir les tableau 7 et 8).

## Sur la texture Sandy Loam

On obtient les résidus suivant pour l'estimation de paramètres dans le cadre des scénarios sur la temporalité des mesures :

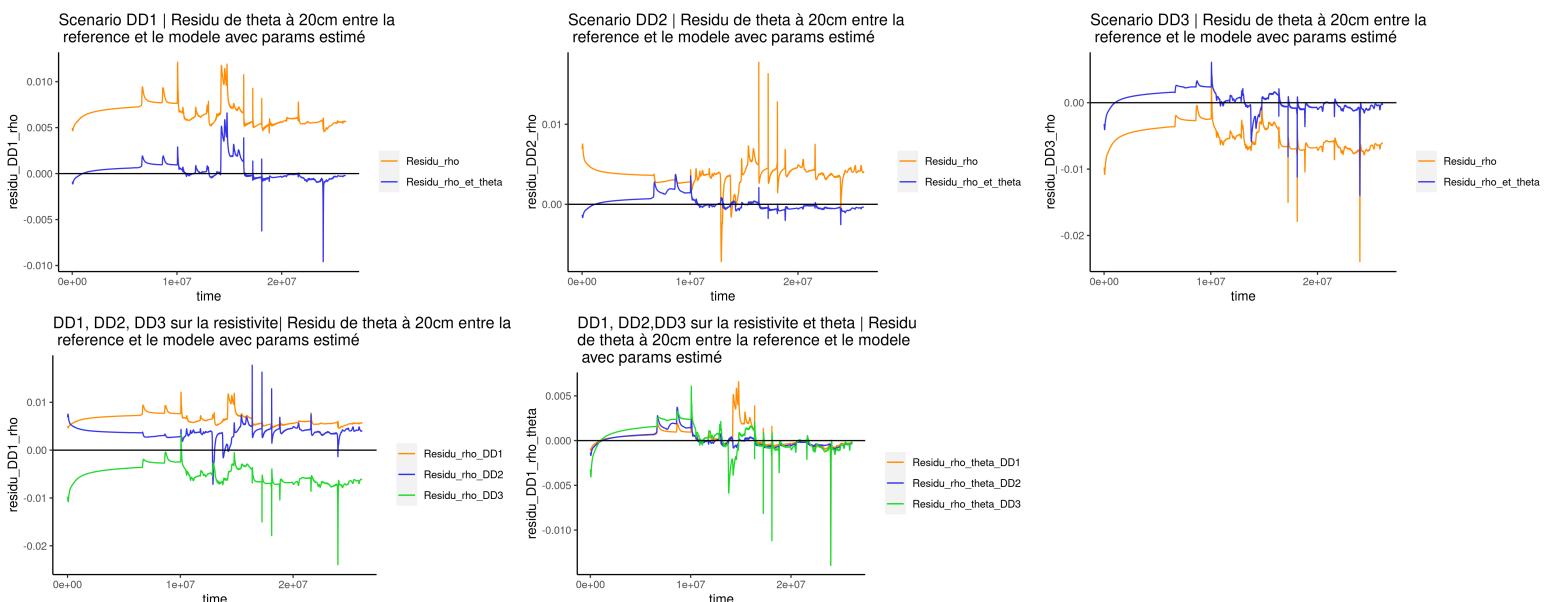


FIGURE 32 – Résidu à 20cm de la teneur en eau pour chaque scénario. En légende des graphes *Residu\_rho* désigne le résidu entre le modèle de référence et le modèle avec les paramètres estimés avec  $OF_1$ , et *Residu\_rho\_theta* désigne le même résidu mais avec le modèle avec les paramètres estimés avec  $OF_2$ . De haut en bas et de gauche à droite : Comparaison du résidu entre les 2 fonctions objectifs pour DD1, mêmes graphiques pour DD2 et DD3. Comparaison du résidu seulement sur  $OF_1$  pour DD1, DD2, DD3. Comparaison du résidu sur  $OF_2$  pour DD1, DD2, DD3.

L'ajout de la teneur en haut dans la fonction objectif permet de réduire le résidu sur la teneur en haut du modèle de référence, ce que l'on avait aussi constaté dans les deux textures précédentes. Le scénario optimal est DD3 (une mesure tous les 6 mois) car il présente encore une fois le meilleur compris entre l'estimation des paramètres (tableau 9) et le nombre de mesures requis qui est minimal.

Dans cette texture les scénarios SC1 et SC2 (scénarios avec des paramètres bruités), n'ont pas abouti due aux temps de calculs des inversions qui étaient trop élevés. On peut donc seulement comparer l'effet des deux points de mesures supplémentaires ajouté au scénario SC3 :

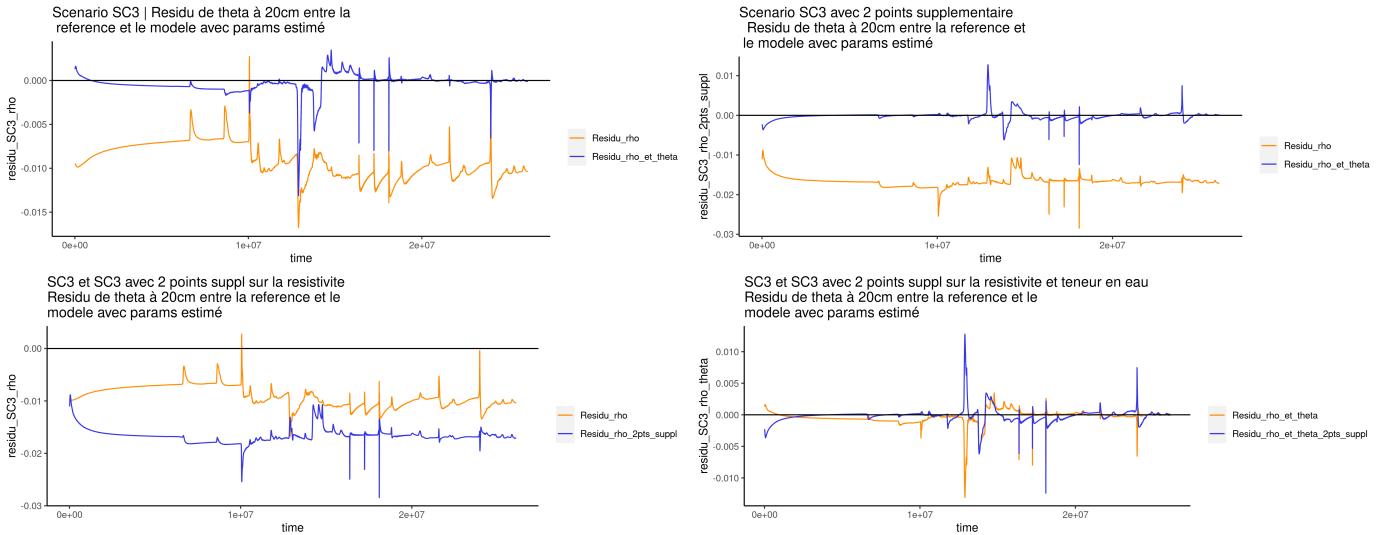


FIGURE 33 – Résidu à 20cm de la teneur en eau pour les scénarios SC3 et  $\widehat{SC3}$ . De haut en bas et de gauche à droite : Comparaison du résidu entre les 2 fonctions objectifs pour SC3. Comparaison du résidu entre les 2 fonctions objectifs pour  $\widehat{SC3}$ . Comparaison du résidu sur la 1<sup>re</sup> fonction pour SC3 et  $\widehat{SC3}$ . Comparaison du résidu sur la 2<sup>e</sup>fonction objectif pour SC3 et  $\widehat{SC3}$ .

On peut observer sur le dernier graphe de la figure 33 que l'ajout de 2 points de mesures dans la zone sèche du sol n'améliore pas le résidu du scénario  $SC3_{\rho,\theta}$ . On aurait pu le prévoir en observant directement l'évolution de la teneur en eau issue de  $SC3_{\rho,\theta}$  :

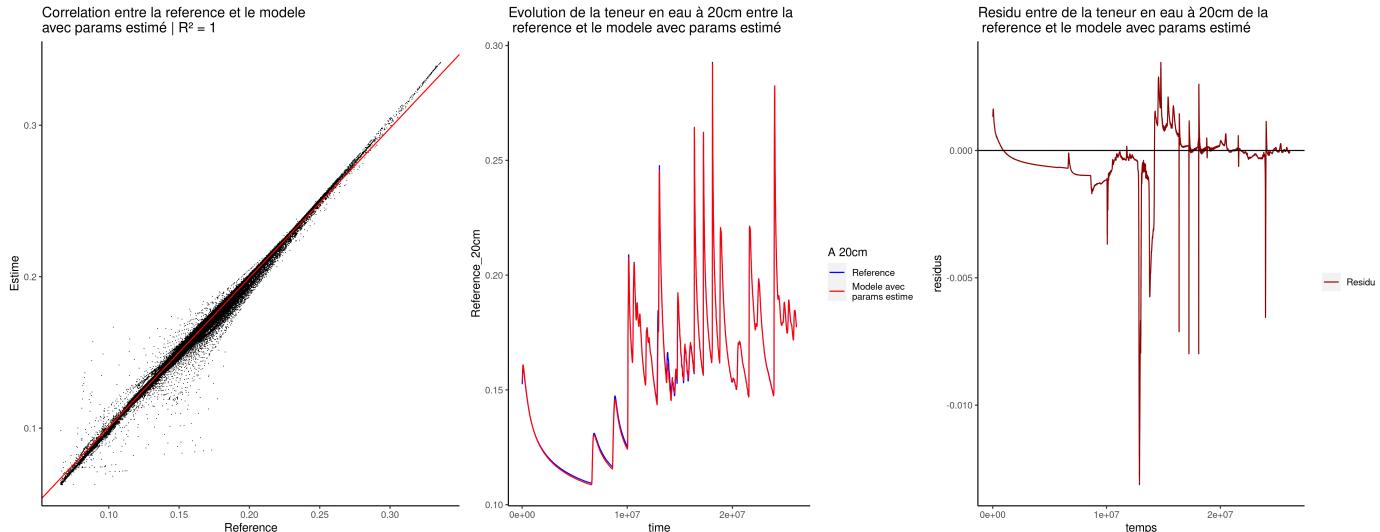


FIGURE 34 – De gauche à droite : Corrélation entre les teneurs en eau issue du modèle de référence, et celles issues du modèle avec les paramètres estimés de  $SC3_{\rho,\theta}$ . Évolution temporelle de la teneur en eau à 20cm du modèle de référence (bleu) et celles à 20cm issues du modèle avec les paramètres estimés de  $SC3_{\rho,\theta}$  (rouge). Résidu entre les deux courbes précédentes.

On constate que même en ne prenant pas en compte les moments où le sol était sec (avant le temps de  $1e+7$ , les teneurs en eau issues du scénario  $SC3_{\rho,\theta}$  sont presque identiques en début de simulation à celles du modèle de référence. Néanmoins cela n'est pas très coûteux (2 mesures) de quand même s'assurer que tous les régimes du sol soient pris en compte afin de réduire au maximum le résidu.

On peut aussi noter que même si le paramètre  $\alpha$  est très mal estimé dans cette texture avec ces scénarios (tableau 10), avec au minimum une estimation de  $\alpha$  à 30% de la référence et au maximum à 65%, les jeux de paramètres hydrologiques estimés permettent tout de même d'obtenir sensiblement les mêmes résultats que le modèle de référence. Cela est probablement due à la non-unicité de l'optimum global lors de l'inversion.

En ce qui concerne la bonne estimation des paramètres géophysiques  $n_{petro}$  et  $\sigma_s$ , le meilleur scénario temporel concernant la première fonction objectif est DD2. Si on ajoute des mesures de teneurs en eau, alors le meilleur scénario est toujours DD2. En ce qui concerne les scénarios avec les paramètres bruités ou estimés (SC1, SC2, SC3 et  $\widehat{SC3}$ ) le meilleur est SC3, tant sur la première fonction objectif que sur la seconde (voir les tableau 9 et 10).

### **Sur le sol bicouche *Loam/Sandy Loam* avec interface à 60cm**

Sur ce type de sol, on s'intéresse seulement à la capacité de l'algorithme à estimer un plus grand nombre de paramètres, qui est de 14. Seulement le scénario SC3 est testé, sur les deux fonctions objectifs, et en fixant la limite d'évaluations du modèle à 1000 (on note  $SC3_{1000}$  ce scénario) dans un premier temps et ensuite à 10000 (on note  $SC3_{10000}$ ). On obtient les résultats suivants :

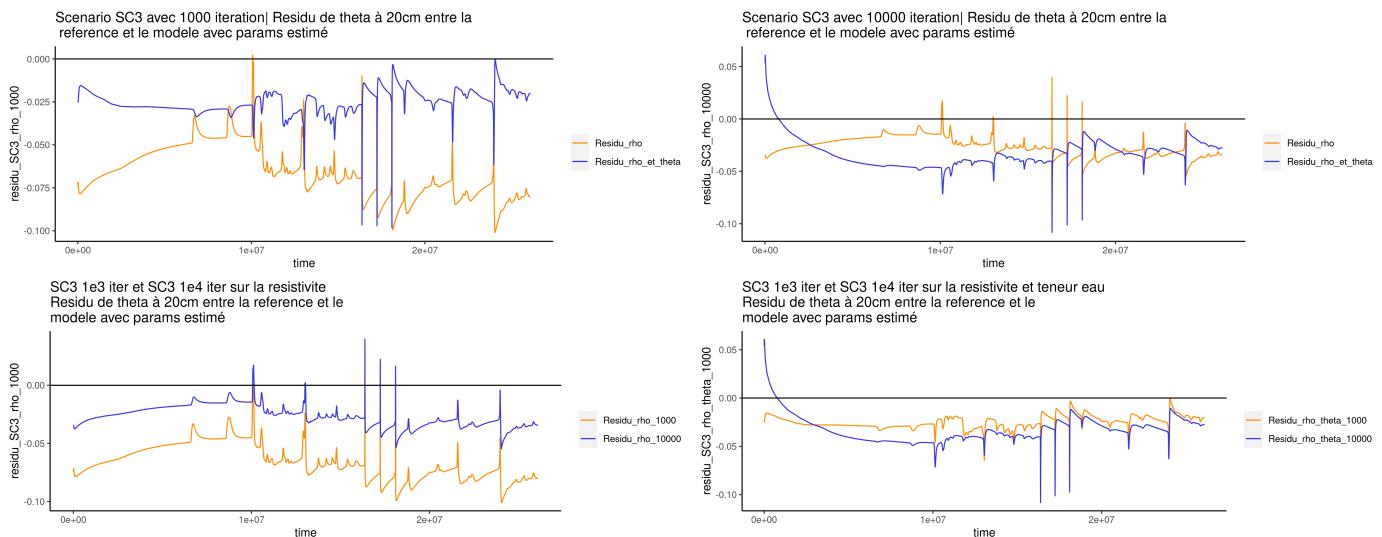


FIGURE 35 – Résidu à 20cm de la teneur en eau pour les scénarios  $SC3_{1000}$  et  $SC3_{10000}$ . En légende des graphes *Residu\_rho* désigne le résidu entre le modèle de référence et le modèle avec les paramètres estimés avec  $OF_1$ , et *Residu\_rho\_theta* désigne le même résidu mais avec le modèle avec les paramètres estimés avec  $OF_2$ . De haut en bas et de gauche à droite : Comparaison du résidu entre les 2 fonctions objectifs pour  $SC3_{1000}$ . Comparaison du résidu entre les 2 fonctions objectifs pour  $SC3_{10000}$ . Comparaison du résidu sur  $OF_1$  pour  $SC3_{1000}$  et  $SC3_{10000}$ . Comparaison du résidu sur  $OF_2$  pour  $SC3_{1000}$  et  $SC3_{10000}$ .

On constate qu'à faible nombre d'évaluations, la prise en compte de l'erreur sur la teneur en eau permet de réduire le résidu, mais ce n'est plus le cas lorsqu'on fixe le nombre d'évaluations à 10000. En prenant en compte seulement la première fonction objectif, l'augmentation du nombre d'évaluations permet de réduire sensiblement le résidu. Cependant lorsque la deuxième fonction objectif est considérée, une augmentation du nombre d'évaluations maximal ne permet pas de réduire le résidu, mais au contraire l'augmente.

La cause la plus probable des résultats , qui sont à l'opposé des résultats précédents concernant la seconde fonction objectif, est une erreur sur la génération des teneurs en eau de références. On peut le voir sur la figure 39, l'algorithme SCE-UA concentre sa recherche sur les paramètres hydrologiques  $n_{vg}$ ,  $\theta_s$  ou encore  $\alpha$  assez loin des paramètres de références, ce qui est une indication que le dataset des

teneurs en eau de références fourni dans la seconde fonction objectif n'a pas été générée avec les mêmes paramètres que le modèle de référence.

#### 11.4 Conclusion sur l'inversion

On peut conclure à la suite de ces résultats la mise en oeuvre suivante dans le cadre de l'estimation de paramètre : un faible nombre de mesures (temporelles) suffit à bien estimer les paramètres hydrologiques et donc les teneurs en eau, il en est de même pour les paramètres géophysiques. L'estimation des teneurs en eau est améliorée lorsque l'on capture à la fois les moments où le sol est très sec et ceux où il est très humide. Néanmoins, si l'on veut obtenir la meilleure estimation possible des teneurs en eau de référence, le choix optimal de scénario est celui avec plus de temps de mesures sur le long terme (DD1), contenant à la fois des mesures de résistivités apparentes et de teneurs en eau.

Il est aussi préférable de laisser l'algorithme d'inversion estimer un paramètre plutôt que de le fixer avec incertitude. De plus, les résultats obtenus ne sont pas les meilleurs résultats que l'on puisse obtenir car on a fixé un critère d'arrêt à 1000 évaluations du modèle lors de l'estimation de paramètres. Il est certain qu'en ne fixant aucun critère d'arrêt de cette sorte les résultats de tous les scénarios sont améliorés.

### 12 Conclusion

Dans ce travail on a pu améliorer le modèle couplé existant, et considérer de multiples cas dans le cadre de l'analyse de sensibilité et de l'inversion. En analyse de sensibilité on montre globalement que les facteurs les plus influent sont, par ordre décroissant :  $\theta_s$ ,  $\sigma_s$ ,  $n_{petro}$ ,  $K_s$  et  $n_{vg}$ , et qu'il n'existe pas d'effet de linéarité ou d'indépendance des paramètres dans le modèle couplé, ils sont tous en interaction. Dans le cas d'un sol bicouche on a trouvé que la finesse de texture de la couche proche de la surface influe sur la sensibilité des paramètres hydro-dynamiques de la couche sous-jacente.

On a pu tester et éprouver sur de multiple cas la robustesse de l'algorithme d'optimisation SCE-UA. On a montré qu'un grand nombre de mesures n'étaient pas essentiel afin d'avoir une estimation correcte des paramètres hydro-géophysiques, mais qu'il est important de capturer différents niveaux de teneurs en eau du sol. De plus l'utilisation d'une fonction objectif contenant à la fois l'erreur sur les résistivités apparentes et l'erreur sur la teneur en eau permet de préciser les résultats. D'autre part, l'algorithme est robuste face au nombre de paramètres à estimer car il est préférable de tous les estimer plutôt que d'en fixer certain avec incertitude.

On peut cependant améliorer certains points du travail présenté ci-dessus. On s'est concentré dans cette étude à l'analyse de sensibilité des paramètres hydrologiques et géophysiques, mais le modèle couplé est complexe et dépend de dizaines de paramètres et de fichiers d'entrées. On pourrait par exemple étudier la sensibilité du modèle au climat, à une culture autre que le maïs et estimer la sensibilité des paramètres d'exactions d'eau au niveau des racines ou bien d'autres paramètres de la relation pétrophysique.

Dans le cadre des différents scénarios d'inversions considérés ici, on a un *apriori* sur la texture du sol, c'est-à-dire que l'on connaît la texture et donc que l'on restreint le domaine de recherche dans l'estimation de paramètres avec les bornes correspondantes. Il serait intéressant d'analyser un scénario dans lequel on ne restreint pas le domaine de recherche, ce qui signifierait que l'on ne connaît pas la texture en question, et ainsi d'éprouver d'une autre manière l'algorithme SCE-UA. Il serait aussi intéressant de considérer plusieurs configurations de sols bicouches dans l'inversion, afin d'améliorer le travail qui a été fait ici.

On pourrait aussi vérifier les résultats observés dans ce travail avec des vraies mesures de résistivités apparentes et/ou de teneurs en eau, afin de savoir si l'approche est valide, car les données utilisées ici étaient issues de modèles synthétiques.

L'algorithme SCE-UA utilisé dans cette étude montre cependant quelques limites. Une limite est le temps de calcul élevé, même en fixant à 1000 le nombre maximal d'évaluations. On peut s'affranchir de cette limite en parallélisant l'algorithme. Cela a été fait (KAN et al. 2016) et on pourrait diviser, dans

notre cas, le temps de calcul par 5. Une autre limite de l'algorithme SCE-UA est qu'il nous permet simplement d'obtenir une estimation de l'optimum sans calculer l'incertitude sur celui-ci. Une version améliorée nommée SCEM-UA (VRUGT et al. 2003) permet de calculer l'incertitude sur les estimations grâce à une méthode de Monte-Carlo par chaînes de Markov.

## 13 Déroulement du stage

Les objectifs principaux du stage étaient nombreux. Les deux principaux étaient la mise en place de l'analyse de sensibilité et l'inversion sur le modèle couplé. Néanmoins cela requérait tout d'abord un état de l'art sur ce qui a été fait afin de comprendre dans quel cadre mon stage s'inscrivait, et aussi de comprendre toutes les notions abordés, notamment en hydrologie, géophysique et statistique pour l'analyse de sensibilité. Ensuite il était important de maîtriser le logiciel Sol Virtuel, qui est au coeur de ce travail. Pour cela j'ai été aidé par toute l'équipe de développement qui ont pris le temps de répondre à toutes mes interrogations et qui ont su rapidement corriger les bogues que je faisais remonter. Cette communication avec l'équipe de développement a été facilité avec l'utilisation d'un serveur Discord, serveur dans lequel les utilisateurs de Sol Virtuel sont encouragés à poser la moindre question. Néanmoins étant localisé dans la même unité que l'équipe de développement il était plus simple d'aller les voir directement quand cela était possible. En tant que stagiaire j'ai été très encouragé à poser toutes les questions que j'avais, ce que je n'ai pas hésité à faire, que ce soit aux chercheurs, ingénieurs ou même aux doctorants.

Je dirais que j'ai assez rapidement compris les objectifs à atteindre et cela m'a permis d'être assez autonome dans mon travail, ce que j'ai apprécié. Néanmoins il était parfois nécessaire de discuter avec mon tuteur C. Doussan afin préciser quelques points. Une part importante du travail fait en autonomie a été d'écrire les multiples scripts, R ou python, afin de faire l'analyse de sensibilité, l'inversion et les graphes associés.

## 14 Bilan personnel

Effectuer ce stage au sein d'une unité mixte de recherche m'a fait découvrir le monde de la recherche public, aussi je réfléchi à trouver un poste d'ingénieur d'études car j'ai apprécié la liberté et l'autonomie dont on disposait pour travailler. Cela m'a permis notamment de discuter avec plusieurs doctorants afin d'en savoir plus sur leurs expériences, ainsi la poursuite en thèse est aussi en réflexion.

## 15 Annexes

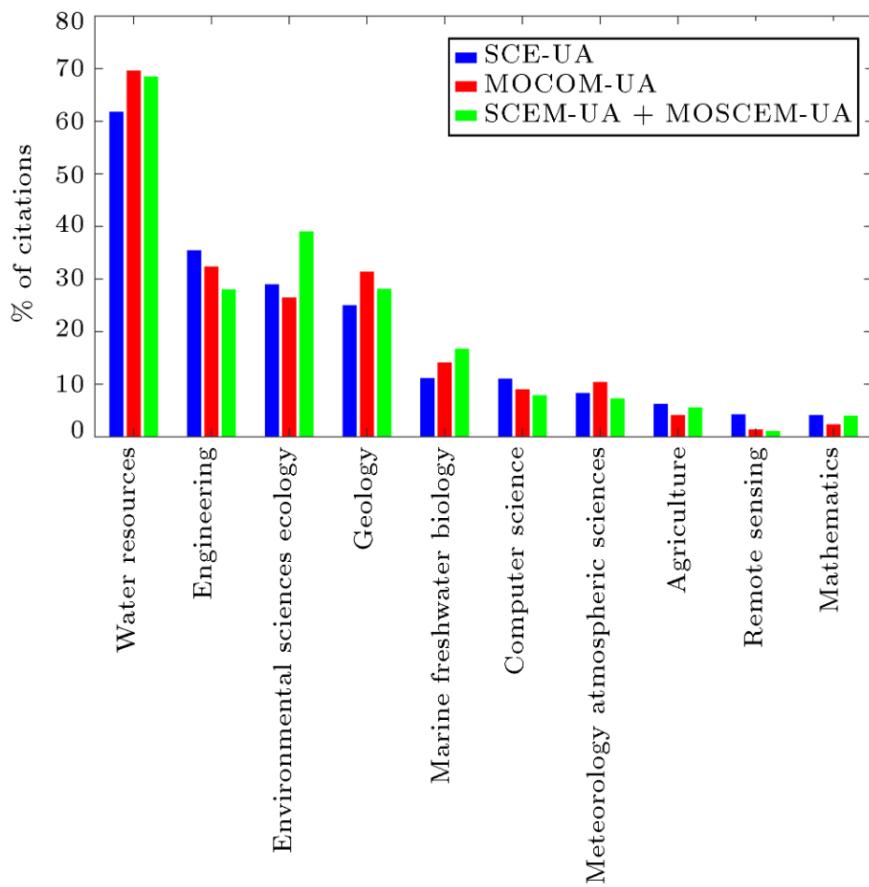


FIGURE 36 – Les 10 principaux domaines de recherche actuels ayant la plus grande contribution au nombre total de citations indépendantes de SCE-UA citations indépendantes, ainsi que la part des citations de MOCOM-UA et les citations combinées pour SCEM-UA et MOSCEM-UA pour ces catégories selon le web of science (NAEINI et al. 2019).

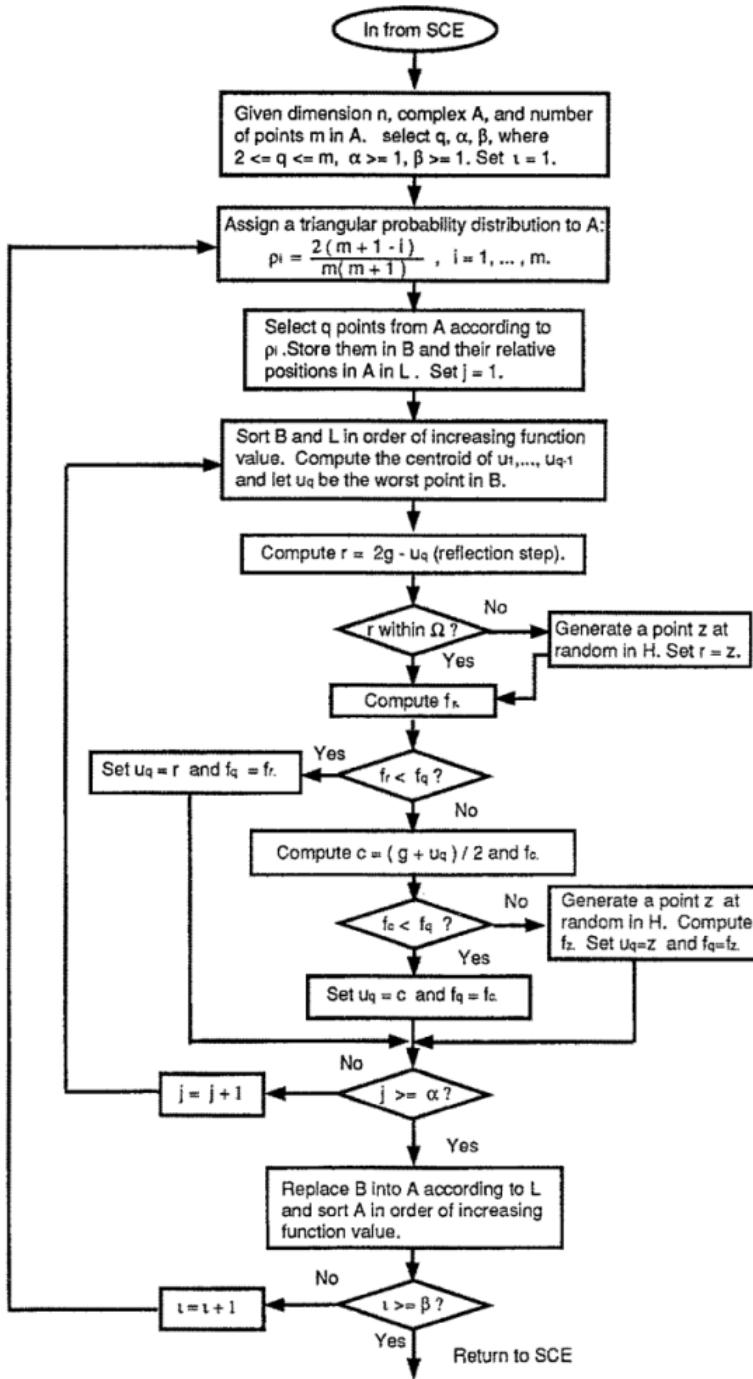


FIGURE 37 – Déroulement de l’algorithme de compétition évolutif, appliqué à chaque complexe (QY DUAN, Vijai K GUPTA et SOROOSHIAN 1993).

	$n_{petro}$	$\sigma_s$	$\theta_s$	$\log(K_s)$	$n_{vg}$
Paramètre de référence :	2	0.334	0.41	-6.1415	1.31
$DD1_\rho$	1.95 (-2.3%)	0.356 (+6.5%)	0.398 (-2.9%)	-6.1431 (+0.027%)	1.316 (+0.44%)
$DD1_{\rho,\theta}$	1.92 (-4.2%)	0.328 (-1.9%)	0.4103 (+0.07%)	-6.139 (-0.04%)	1.312 (+0.14%)
$DD2_\rho$	2.09 (+4.7%)	0.331 (-0.93%)	0.426 (+3.9%)	-6.05 (-1.5%)	1.332 (+1.7%)
$DD2_{\rho,\theta}$	2.12 (+5.8%)	0.345 (+3.2%)	0.4098 (-0.043%)	-6.137 (-0.072%)	1.311 (+0.057%)
$DD3_\rho$	1.93 (-3.4%)	0.399 (+19%)	0.38 (-7.2%)	-6.206 (+1.04%)	1.338 (+2.2%)
$DD3_{\rho,\theta}$	1.945 (-2.7%)	0.330 (-1.3%)	0.4103 (+0.065%)	-6.142 (+0.016%)	1.3105 (+0.38%)

TABLE 5 – Texture Clay Loam. Estimation de chaque paramètre en fonction de chaque scénario. L’indice  $\rho$  dénote de l’utilisation de la première fonction objective, et l’indice  $\rho, \theta$  de la seconde. Entre parenthèse est la déviation par rapport au paramètre de référence (calculée comme (estimation – ref)/ref)).

	$n_{petro}$	$\sigma_s$	$\theta_s$	$\log(K_s)$	$n_{vg}$	$\alpha$	$\theta_r$
Paramètre de référence :	2	0.334	0.41	-6.1415	1.31	1.9	0.095
$SC1_\rho$	1.96 (-2%)	0.373 (+12%)	0.393 (-4.6%)	-6.117 (-0.4%)	1.327 (+1.3%)	2.11(+0.5 $\sigma$ )	0.1(+0.5 $\sigma$ )
$SC1_{\rho,\theta}$	1.95 (-2.7%)	0.328 (-1.7%)	0.412 (+0.38%)	-6.123 (-0.3%)	1.315 (+0.42%)	2.11	0.1
$SC2_\rho$	1.97 (-1.6%)	0.375 (+12%)	0.392 (+4.3%)	-6.11 (-0.52%)	1.323 (+1%)	3.02(+1.5 $\sigma$ )	0.105(+1.5 $\sigma$ )
$SC2_{\rho,\theta}$	1.87 (-6.5%)	0.33 (-1.1%)	0.418 (+2.1%)	-6 (-2.3%)	1.319 (+0.17%)	3.02	0.105
$SC3_\rho$	2.004 (+0.21%)	0.306 (-8.4%)	0.422 (+3%)	-6.156 (+0.23%)	1.308 (-0.15%)	1.38 (-28%)	0.102 (+6.8%)
$SC3_{\rho,\theta}$	2.04 (+2%)	0.338 (+1.3%)	0.409 (-0.35%)	-6.163 (+0.36%)	1.318 (+0.58%)	1.8 (-5%)	0.098 (+3.1%)

TABLE 6 – Texture Clay Loam. Estimation de chaque paramètre en fonction de chaque scénario. L’indice  $\rho$  dénote de l’utilisation de la première fonction objective et l’indice  $\rho, \theta$  de la seconde. Entre parenthèse est la déviation par rapport au paramètre de référence. En gris sont les paramètres fixé avec du bruit dans SC1 et SC2.

	$n_{petro}$	$\sigma_s$	$\theta_s$	$\log(K_s)$	$n_{vg}$
Paramètre de référence :	2	0.087	0.46	-6.1586	1.37
$DD1_\rho$	2.01 (+0.54%)	0.075 (-14%)	0.473 (+2.9%)	-6.1425 (-0.026%)	1.35 (-1.5%)
$DD1_{\rho,\theta}$	2.013 (+0.66%)	0.0869 (-0.12%)	0.462 (+0.34%)	-6.142 (-0.27%)	1.3705 (+0.05%)
$DD2_\rho$	2.02 (+1%)	0.069 (-20%)	0.48 (+4.4%)	-6.1517 (-0.11%)	1.35 (+1.4%)
$DD2_{\rho,\theta}$	2.25 (+12%)	0.099 (+14%)	0.467 (+1.6%)	-6.1122 (-0.75%)	1.38 (+0.69%)
$DD3_\rho$	1.98 (-1.2%)	0.082 (-6%)	0.466 (1.4%)	-6.1294 (-0.47%)	1.368 (-0.16%)
$DD3_{\rho,\theta}$	2.023 (+1.2%)	0.0872 (+0.19%)	0.463 (+0.75%)	-6.1186 (-0.66%)	1.3716 (+0.11%)

TABLE 7 – Texture Silt. Estimation de chaque paramètre en fonction de chaque scénario. L’indice  $\rho$  dénote de l’utilisation de la première fonction objective, et l’indice  $\rho, \theta$  de la seconde.

	$n_{petro}$	$\sigma_s$	$\theta_s$	$\log(K_s)$	$n_{vg}$	$\alpha$	$\theta_r$
Paramètre de référence :	2	0.087	0.46	-6.1586	1.37	1.6	0.034
$SC1_\rho$	1.94 (-2.8%)	0.083 (-4.3%)	0.458 (-0.48%)	-6.1921 (+0.54%)	1.366 (-0.32%)	$2(+0.5\sigma)$	0.039(+0.5 $\sigma$ )
$SC1_{\rho,\theta}$	1.93 (-3.6%)	0.082 (-6%)	0.467 (+1.6%)	-6.054 (-1.7%)	1.36 (-0.7%)	2	0.039
$SC2_\rho$	1.98 (-1%)	0.088 (+1.2%)	0.457 (-0.68%)	-6.091 (-1%)	1.358 (-0.9%)	$2.3(+1.5\sigma)$	0.044(+1.5 $\sigma$ )
$SC2_{\rho,\theta}$	2.02 (+1.2%)	0.088 (+0.89%)	0.462 (+0.47%)	-6.051 (-1.8%)	1.35 (-1.8%)	2.3	0.044
$SC3_\rho$	1.96 (-2%)	0.099 (+14%)	0.44 (-4%)	-6.153 (-0.09%)	1.359 (-0.83%)	1.62 (+1%)	0.022 (-34%)
$SC3_{\rho,\theta}$	2.03 (+1.4%)	0.088 (+1.2%)	0.457 (-0.56%)	-6.18 (+0.35%)	1.37 (+0.02%)	1.69 (+5.4%)	0.0317 (-6.9%)
$\widehat{SC3}_\rho$	2.04 (+1.9%)	0.098 (+13%)	0.445 (-3.3%)	-6.17 (+0.25%)	1.377 (+0.51%)	1.18 (-26%)	0.0367 (+7.8%)
$\widehat{SC3}_{\rho,\theta}$	1.94 (-3%)	0.084 (-3.7%)	0.46 (+0.1%)	-6.192 (+0.53%)	1.386 (1.1%)	1.59 (-0.37%)	0.0373 (+10%)

TABLE 8 – Texture Silt. Estimation de chaque paramètre en fonction de chaque scénario. L’indice  $\rho$  dénote de l’utilisation de la première fonction objective et l’indice  $\rho, \theta$  de la seconde. Entre parenthèse est la déviation par rapport au paramètre de référence. En gris sont les paramètres fixé avec du bruit dans SC1 et SC2.

	$n_{petro}$	$\sigma_s$	$\theta_r$	$\theta_s$	$n_{vg}$
Paramètre de référence :	2	0.1	0.065	0.41	1.89
$DD1_\rho$	2.05 (+2.3%)	0.097 (-2.8%)	0.075 (+15%)	0.416 (+1.5%)	1.92 (+1.7%)
$DD1_{\rho,\theta}$	2.11 (+5.5%)	0.113 (+13%)	0.067 (+3.5%)	0.411 (+0.28%)	1.91 (+1.2%)
$DD2_\rho$	2.02 (+1.2%)	0.0999 (-0.12%)	0.0654 (+0.67%)	0.403 (-1.8%)	1.83 (-3.4%)
$DD2_{\rho,\theta}$	20.3 (+1.5%)	0.0104 (+4%)	0.068 (+4.4%)	0.412 (+0.46%)	1.92 (+1.7%)
$DD3_\rho$	1.93 (-3.4%)	0.096 (-4%)	0.67 (+3.3%)	0.414 (+0.9%)	2 (+5.4%)
$DD3_{\rho,\theta}$	2.07 (+3.5%)	0.107 (+7%)	0.71 (+9.4%)	0.419 (+2%)	1.97 (+4.3%)

TABLE 9 – Texture Sandy Loam. Estimation de chaque paramètre en fonction de chaque scénario. L’indice  $\rho$  dénote de l’utilisation de la première fonction objective, et l’indice  $\rho, \theta$  de la seconde.

	$n_{petro}$	$\sigma_s$	$\theta_s$	$\log(K_s)$	$n_{vg}$	$\alpha$	$\theta_r$
Paramètre de référence :	2	0.1	0.41	-4.1135	1.89	7.5	0.065
$SC3_\rho$	2.1 (4.5%)	0.106 (+6%)	0.48 (+17%)	-4.332 (+5.3%)	1.86 (-1.5%)	10.7 (+43%)	0.06 (-6.6%)
$SC3_{\rho,\theta}$	2.107 (+5.3%)	0.096 (-3.8%)	0.5 (+22%)	-4.313 (+4.8%)	1.82 (-4%)	11 (+46%)	0.061 (-5.9%)
$\widehat{SC3}_\rho$	1.92 (-4.2%)	0.087 (-13%)	0.49 (+19%)	-4.35 (+5.8%)	1.857 (-1.7%)	9.7 (+30%)	0.046 (-29%)
$\widehat{SC3}_{\rho,\theta}$	2.03 (+1.3%)	0.087 (-13%)	0.5 (+22%)	-4.25 (+3.3%)	1.79 (-5.3%)	12.4 (+65%)	0.063 (-3.2%)

TABLE 10 – Texture Sandy Loam. Estimation de chaque paramètre en fonction de chaque scénario. L’indice  $\rho$  dénote de l’utilisation de la première fonction objective et l’indice  $\rho, \theta$  de la seconde. Entre parenthèse est la déviation par rapport au paramètre de référence. Scénario Sc1 et SC2 n’ont pas abouti.

Paramètre de	$n_{petro}^0$	$n_{petro}^1$	$\sigma_s^0$	$\sigma_s^1$	$\theta_s^0$	$\theta_s^1$	$\log(K_s^0)$	$\log(K_s^1)$	$n_{eq}^0$	$n_{eq}^1$	$\alpha^0$	$\alpha^1$	$\theta_r^0$	$\theta_r^1$
référence :	2	2	0.178	0.1	0.43	0.41	-5.539	-4.1135	1.56	1.89	3.6	7.5	0.078	0.065
$SC3_\rho^{1000}$	1.91 (-4.4%)	2.4 (+20%)	0.19 (+6.4%)	0.11 (+10%)	0.36 (-16%)	0.44 (+6.3%)	-4.83 (-13%)	-4.3 (+4.4%)	1.566 (+0.4%)	1.84 (-2.5%)	5.6 (+56%)	7.7 (+2.5%)	0.075 (-4.4%)	0.077 (+18%)
$SC3_{\rho,\theta}^{1000}$	2.37 (+19%)	2.6 (+29%)	0.27 (+50%)	0.27 (+25%)	0.53 (+22%)	0.31 (-31%)	-5.17 (-6.6%)	-4.16 (+1.2%)	1.78 (+14%)	1.62 (+14%)	4.8 (+35%)	3 (-60%)	0.079 (+1.1%)	0.081 (+24%)
$SC3_\rho^{10000}$	2.2 (+10%)	2.1 (+1.2%)	0.169 (-5%)	0.105 (+5%)	0.36 (-17%)	0.38 (-8%)	-5.4 (+2.2%)	-4.18 (+1.6%)	1.45 (-7.3%)	1.96 (+4%)	4.1 (+13%)	6.3 (-16%)	0.074 (-5.2%)	0.07 (+7.5%)
$SC3_{\rho,\theta}^{10000}$	2.1 (+5%)	2.04 (+2%)	0.135 (-24%)	0.112 (+12%)	0.53 (+22%)	0.32 (-22%)	-5.32 (-3.9%)	-4.18 (+1.6%)	1.78 (+14%)	2.6 (-28%)	1.74 (-8%)	2 (-74%)	0.052 (-33%)	0.072 (-33%)

TABLE 11 – Pour le sol bicouche Loam/Sandy Loam à l’interface situé à 60cm. Estimation de chaque paramètre pour le scénario SC3 en fonction du nombre d’évaluations maximale (1000 ou 10000) et de la fonction objectif utilisée (l’indice  $\rho$  désigne la première,  $\rho, \theta$  la seconde). L’indice 0 et 1 dans chaque paramètre indique la couche correspondante :0 pour la première, Loam et 1 pour la seconde, Sandy Loam.

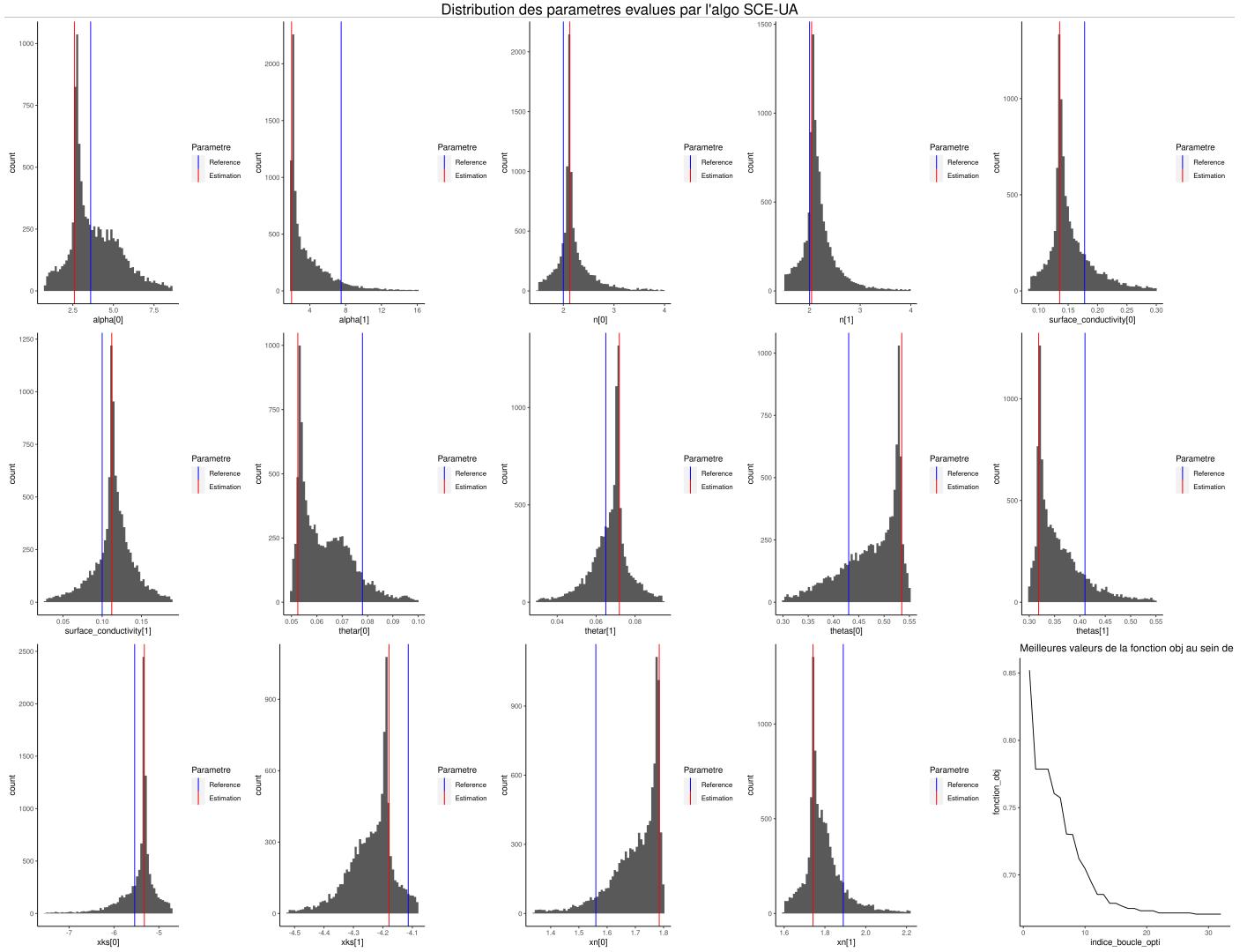


FIGURE 39 – Scénario  $SC3_{\rho,\theta}^{10000}$ . Histogramme de chaque distribution de paramètres évalués par l'algorithme SCE-UA. De haut en bas et de gauche à droite :  $\alpha^0$ ,  $\alpha^1$ ,  $n_{petro}^0$ ,  $n_{petro}^1$ ,  $\sigma_s^0$ ,  $\sigma_s^1$ ,  $\theta_r^0$ ,  $\theta_r^1$ ,  $\theta_s^0$ ,  $\theta_s^1$ ,  $\log(K_s^0)$ ,  $\log(K_s^1)$ ,  $n_{vg}^0$ ,  $n_{vg}^1$ , avec l'indice 0 correspondant à la première couche (Loam), et l'indice 1 à la seconde (Sandy Loam). En bleu sont les valeurs des paramètres de référence, en rouge sont les valeurs des paramètres estimés. Le dernier graphe correspond à l'évolution de la fonction objectif au cours des boucles d'optimisation

## Références

- ABBASPOUR, K, R KASTEEL et R SCHULIN (2000). "Inverse parameter estimation in a layered unsaturated field soil". In : *Soil Science* 165.2, p. 109-123.
- AMIN, MHG et al. (1993). "Spatial and temporal mapping of water in soil by magnetic resonance imaging". In : *Hydrological processes* 7.3, p. 279-286.
- ARCHIE, Gustave E (1942). "The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics". In : *Transactions of the AIME* 146.01, p. 54-62.
- BROOKS, RH et AT COREY (1964). "Hydraulic properties of porous media. Hydrology Paper No. 3". In : *Civil Engineering Department, Colorado State University, Fort Collins, CO*.
- CAMPOLONGO, Francesca, Jessica CARIBONI et Andrea SALTELLI (2007). "An effective screening design for sensitivity analysis of large models". In : *Environmental modelling & software* 22.10, p. 1509-1518.
- CARSEL, Robert F et Rudolph S PARRISH (1988). "Developing joint probability distributions of soil water retention characteristics". In : *Water resources research* 24.5, p. 755-769.
- DAY-LEWIS, FD, K SINGHA et AM BINLEY (2005). *Applying petrophysical models to radar travel time and electrical resistivity tomograms: Resolution-dependent limitations: Journal of Geophysical Research JGRA2 0148-0227, 110, B08206*.
- DOUSSAN, Claude et Stéphane RUY (2009). "Prediction of unsaturated soil hydraulic conductivity with electrical conductivity". In : *Water Resources Research* 45.10.
- DUAN, Qingyun, Soroosh SOROOSHIAN et Vijai K GUPTA (1994). "Optimal use of the SCE-UA global optimization method for calibrating watershed models". In : *Journal of hydrology* 158.3-4, p. 265-284.
- DUAN, QY, Vijai K GUPTA et Soroosh SOROOSHIAN (1993). "Shuffled complex evolution approach for effective and efficient global minimization". In : *Journal of optimization theory and applications* 76.3, p. 501-521.
- EARLE, S (2019). *Physical Geology–2nd Edition*. Victoria, BC: BCcampus.
- FAIVRE, Robert et al. (2013). "Analyse de sensibilité et exploration de modèles: application aux sciences de la nature et de l'environnement". In : *Analyse de sensibilité et exploration de modèles*, p. 1-352.
- FAYBISHENKO, Boris (2000). "Tensiometer for shallow and deep measurements of water pressure in vadose zone and groundwater". In : *Soil science* 165.6, p. 473-482.
- FEDDES, Reinder A et al. (1976). "Simulation of field water uptake by plants using a soil water dependent root extraction function". In : *Journal of Hydrology* 31.1-2, p. 13-26.
- HARTMAN, James K (1973). "Some experiments in global optimization". In : *Naval Research Logistics Quarterly* 20.3, p. 569-576.
- HAYLEY, Kevin et al. (2007). "Low temperature dependence of electrical resistivity: Implications for near surface geophysical monitoring". In : *Geophysical research letters* 34.18.
- HILLEL, D et al. (1998). "Environmental soil physics. Academic Press, San Diego." In : *Environmental soil physics. Academic Press, San Diego*.
- HINNELL, AC et al. (2010). "Improved extraction of hydrologic information from geophysical data through coupled hydrogeophysical inversion". In : *Water resources research* 46.4.
- HOGUE, Terri S et al. (2000). "A multistep automatic calibration scheme for river forecasting models". In : *Journal of Hydrometeorology* 1.6, p. 524-542.
- HUISMAN, Johan Alexander et al. (2003). "Measuring soil water content with ground penetrating radar: A review". In : *Vadose zone journal* 2.4, p. 476-491.
- JARVIS, N.J. et al. (juin 2002). "Indirect estimation of near-saturated hydraulic conductivity from readily available soil information". In : *Geoderma* 108, p. 1-17.
- JOHNSON, Norman L (1949). "Systems of frequency curves generated by methods of translation". In : *Biometrika* 36.1/2, p. 149-176.
- KAN, Guangyuan et al. (2016). "Accelerating the SCE-UA global optimization method based on multi-core CPU and many-core GPU". In : *Advances in Meteorology* 2016.
- KUHL, Alexandria S et al. (2018). "Quantifying soil water and root dynamics using a coupled hydrogeophysical inversion". In : *Vadose Zone Journal* 17.1, p. 1-13.
- KUNETZ, Geza (1966). "Principles of direct current-Resistivity prospecting". In .

- LAN, Tian et al. (2020). "Assessing the temporally dynamic parameters in hydrological models: dynamic operations and evolutionary processes". In : *Hydrology and Earth System Sciences Discussions* 2020, p. 1-26.
- LUXMOORE, RJ (1981). "Micro-, meso-, and macroporosity of soil". In : *Soil Sci. Soc. Am. J.;(United States)* 45.3.
- NAEINI, M Rahnamay et al. (2019). "Three decades of the Shuffled Complex Evolution (SCE-UA) optimization algorithm: Review and applications". In : *Scientia Iranica* 26.4, p. 2015-2031.
- PARKIN, Gary W et al. (1995). "Unsaturated hydraulic conductivity measured by time domain reflectometry under a rainfall simulator". In : *Water Resources Research* 31.3, p. 447-454.
- RICHARDS, LA (1931). "Soil-water conduction of liquids in porous mediums". In : *Physics* 1.931, p. 318-333.
- ROSS, Peter J (1993). "A method of deriving soil hydraulic properties from field water contents for application in water balance studies". In : *Journal of hydrology* 144.1-4, p. 143-153.
- RÜCKER, C., T. GÜNTHER et F. M. WAGNER (2017). "pyGIMLi: An open-source library for modelling and inversion in geophysics". In : *Computers and Geosciences* 109, p. 106-123. DOI : 10.1016/j.cageo.2017.07.011. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0098300417300584>.
- SINGHA, Kamini et Steven M GORELICK (2006). "Effects of spatially variable resolution on field-scale estimates of tracer concentration from electrical inversions using Archie's law". In : *Geophysics* 71.3, G83-G91.
- SKOJEN, J. O. et al. (2014). "Rtop: An R package for interpolation of data with a variable spatial support, with an example from river networks". In : *Computers & Geosciences*.
- SOBOL, Ilya M (1993). "Sensitivity analysis for non-linear mathematical models". In : *Mathematical modelling and computational experiment* 1, p. 407-414.
- SOROOOSHIAN, Soroosh, Qingyun DUAN et Vijai Kumar GUPTA (1993). "Calibration of rainfall-runoff models: Application of global optimization to the Sacramento Soil Moisture Accounting Model". In : *Water resources research* 29.4, p. 1185-1194.
- VAN GENUCHTEN, M Th (1980). "A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils". In : *Soil science society of America journal* 44.5, p. 892-898.
- VEREECKEN, H et al. (2008). "On the value of soil moisture measurements in vadose zone hydrology: A review". In : *Water resources research* 44.4.
- VRUGT, JA et al. (2003). "A Shuffled Complex Evolution Metropolis algorithm for optimization and uncertainty assessment of hydrologic model parameters (DOI 10.1029/2002WR001642)". In : *Water Resources Research* 39.8, SWC-1.
- WAXMAN, Monroe H et LJM SMITS (1968). "Electrical conductivities in oil-bearing shaly sands". In : *Society of Petroleum Engineers Journal* 8.02, p. 107-122.

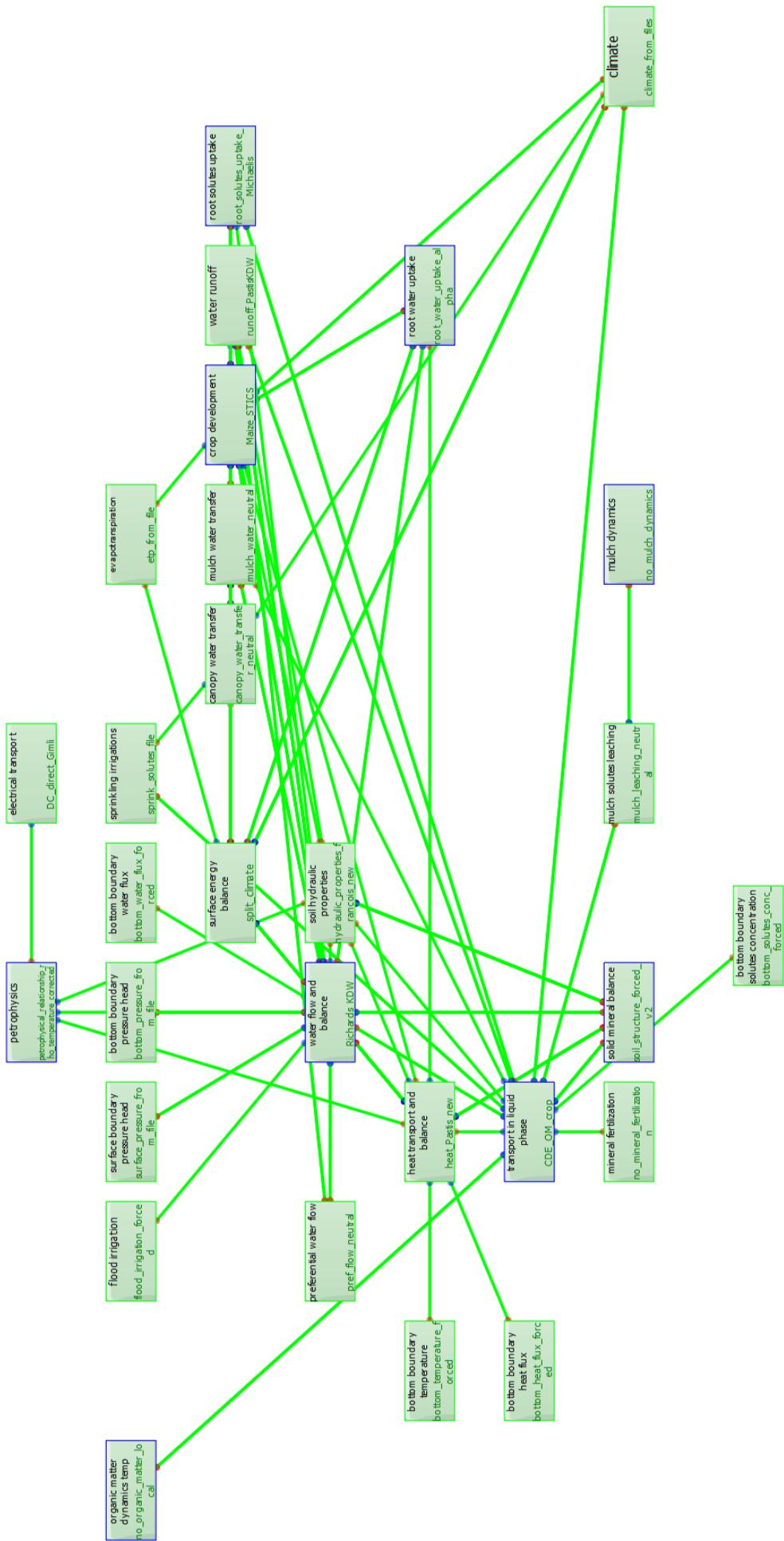


FIGURE 38 – Modèle couplé dans Sol Virtuel