

La marche aléatoire et ses applications

Julien Parfait Bidias Assala

2024-08-24

Qu'est-ce qu'une marche aléatoire ?

La marche aléatoire est un modèle mathématique qui décrit une trajectoire composée d'une succession d'étapes ou de mouvements, chacun étant déterminé par un processus aléatoire. Il s'agit d'une série de mouvements où chaque étape dépend du hasard, ce qui fait que la position finale peut varier de manière imprévisible. Une marche aléatoire est souvent utilisée pour modéliser des processus où les changements successifs sont indépendants les uns des autres.

Importance des marches aléatoires

Les marches aléatoires sont d'une importance fondamentale en mathématiques, en finance, en physique et en science des données. Elles servent de base à des concepts plus complexes comme le mouvement brownien ou les modèles de diffusion en finance.

Exemples pratiques d'utilisation des marches aléatoires

- 1 **Finance** : En finance, la marche aléatoire est souvent utilisée pour modéliser l'évolution des prix des actions. Selon l'hypothèse du marché aléatoire, les variations des prix des actifs suivent une marche aléatoire.
- 2 **Écologie** : Les marches aléatoires peuvent modéliser le mouvement des animaux ou des particules dans un environnement, ce qui aide à comprendre les modèles de dispersion.
- 3 **Physique** : En physique, le mouvement brownien, qui décrit le mouvement aléatoire des particules dans un fluide, est un exemple classique de marche aléatoire.
- 4 **Statistique** : Dans la modélisation des séries temporelles, les marches aléatoires sont utilisées pour capturer la dynamique des processus stochastiques.

Comment modéliser une marche aléatoire ?

Une marche aléatoire simple en une dimension peut être modélisée de la manière suivante :

- À chaque étape, l'élément se déplace soit d'une unité vers la droite (avec une probabilité de 0.5), soit d'une unité vers la gauche (avec une probabilité de 0.5).

La position X_t après t étapes est donnée par :

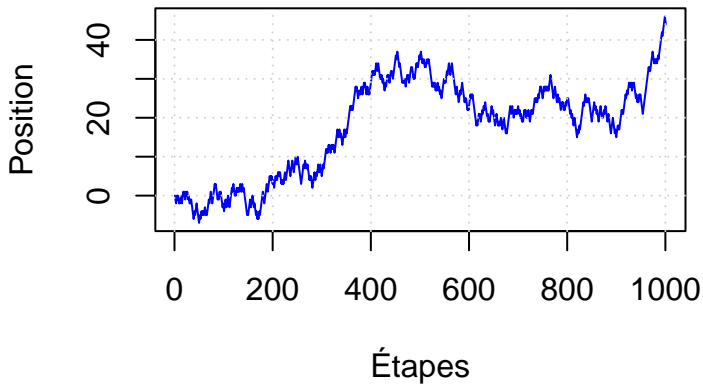
$$X_t = X_{t-1} + \epsilon_t,$$

où ϵ_t est une variable aléatoire prenant la valeur $+1$ ou -1 avec une probabilité égale.

Application de la marche aléatoire sur R

```
# Nombre de pas dans la marche aléatoire  
n=1000  
# Génération des déplacements aléatoires : +1 ou -1  
deplacements = sample(c(-1, 1), n, replace = TRUE)  
# Calcul des positions successives  
positions    = cumsum(deplacements)  
# Ajout de la position initiale à 0  
positions    = c(0, positions)
```

Marche Aléatoire



Conclusion

Les marches aléatoires sont des modèles simples mais puissants pour comprendre les processus aléatoires dans divers domaines. Elles fournissent une base solide pour des concepts plus complexes et sont souvent utilisées pour modéliser l'incertitude et le hasard dans les systèmes réels.