Miniprojet de recherche opérationnelle

A rendre pour le 14 janvier 2021

Les projets sont à effectuer par groupe de trois élèves, et à rendre sur `educnet`, avant le 14 janvier, minuit. Merci de rendre

- Un rapport au format `pdf` nommé `rapport_GROUPE.pdf`. Ce rapport devra
  - Contenir le numéro du groupe et les noms et prénoms de chacuns des élèves
  - être d'une longeur d'*au plus 4 pages* dans une police au moins 11 (*-2 points par page excédentaire*)
- Le fichier `europe_GROUPE.txt` contenant la solution de l'instance `europe.csv` de la partie 3.2

Dans les noms des deux fichiers, `GROUPE` est à remplacer par votre numéro de groupe. Merci de respecter la nomenclature et les formats txt et pdf (*-1 point pour ceux qui ne les respectent pas*).

1 Position du problème

1.1 Contexte de l'étude et concepts principaux

Cadre de l'étude : dispatch des emballages propres et vides. Renault met à disposition de ses fournisseurs des emballages pour assurer le transport des pièces depuis les fournisseurs vers ses usines. La logistique des emballages peut être décrite de la manière suivante.

- Les fournisseurs utilisent des emballages pleins pour envoyer des pièces vers les usines.
- Une fois arrivé à l'usine, les emballages sont vidés. Les emballages vides sont renvoyés vers les fournisseurs.

Ce document introduit une modélisation du problème de dispatch des emballages propres et vides chez Renault. Dans la suite du document, le mot emballage fait référence à des emballages propres et vides.

Usines et fournisseurs. On considère le problème suivant. Renault souhaite organiser le dispatch de ses emballages vides depuis ses usines et sites de lavages vers ses *fournisseurs*. Un *site libérateur* est un site qui libère des emballages vides, c'est à dire une usine ou un site de lavage. On notera respectivement U l'*ensemble des sites libérateurs*, F l'*ensemble des fournisseurs*, et l'on indexera par u les sites libérateurs dans U, et par f les fournisseurs dans F.

Les *emballages* sont utilisés pour le transport de pièces de n'importe quel fournisseur vers n'importe quelle usine. On note E l'ensemble des types emballages.

Horizon. Le dispatch des emballages est optimisé sur un horizon. On note J le nombre de jours sur cet horizon. On note $[J]$ l'ensemble $\{1, \dots, J\}$. Les jours de l'horizon sont notés j. De manière générale, étant donné un entier naturel n, on note $[n]$ l'ensemble $\{1, \dots, n\}$.

Diversité et régularité des livraisons chez un fournisseurs. Un fournisseur n'utilise pas forcément tous les types d'emballages. Pour les emballages qu'il utilise, un fournisseur n'est pas forcément livré toutes les semaines : une livraison peut lui permettre de tenir plusieurs semaines.

Nom	Description
j	jour
J	Horizon
u	Site libérateur
U	Ensemble des sites libérateurs
f	Fournisseur
F	Ensemble des fournisseurs
e	Type d'emballage
E	Ensemble des types d'emballage
b^+_{euj}	Nombre de piles d'emballages de type e libérés le jour j en u
b^-_{efj}	Nombre de piles de e consommées le jour j en f
r_{euj}	Stock maximum de piles de e en u le soir du jour j
r_{efj}	Stock maximum de piles de e en f le soir du jour j
V	Ensemble $U \cup F$ des sommets du graphe des lieux
v	Sommets de V
A	V^2 : ensemble des arêtes
a	Arête
d_a	distance kilométrique correspondant à l'arête a
P	Chemin dans le graphe
R	Route suivie par un camion
ℓ_e	métrage linéaire d'une pile de e
L	métrage linéaire d'un camion
$Q = (Q_{ev})$	Chargement du camion détaillé par type d'emballage emballage et fournisseur
$\boldsymbol{q}$	Chargement du camion partant d'une usine (par type d'emballage)
c^{s}_{eu}	Coût unitaire d'un stock excédentaire de e en u par nuit
c^{s}_{ef}	Coût unitaire d'un stock excédentaire de e en f par nuit pour e
c^{exc}_{ef}	Coût d'expédition d'une pile de pièces par f dans un carton au lieu de e
γ	Coût kilométrique d'une route
c^{cam}	Coût d'un camion
c^{stop}	Coût d'un arrêt d'un camion

Table 1: Données

Nom	Description
z^-_{euj}	Nombre de e expédiés de u le jour j
z^+_{efj}	Nombre de e livrés à f le jour j
s_{euj}	Stock de e en u le soir du jour j
s_{efj}	Stock de e en f le soir du jour j
x_R	Nombre de camions parcourant la route R

TABLE 2: Variables

1.2 Demandes, stocks et coûts des usines et fournisseurs

Libération par les sites libérateurs Chaque site libérateur libère chaque jour un certain nombre d'emballages. Notons b^+_{euj} le nombre d'emballages de type e libérés le jour j par le site libérateur u. Ces emballages ne sont pas nécessairement envoyés le même jour. On considère que tous ces emballages sont libérés le matin, et peuvent être envoyés pendant la journée. On note z^-_{euj} la variable qui indique le nombre d'emballages de type e expédiés le jour j, et s_{euj} la variable qui indique le stock de e en u le soir du jour j. Le stock initial est une donnée d'entrée. On a

$$s_{euj} = s_{eu(j-1)} + b^+_{euj} - z^-_{euj}, \quad \forall e, u, j. \tag{1}$$

Un site libérateur ne peut évidemment pas libérer des emballages qu'il ne possède pas. Le stock doit donc satisfaire la contrainte

$$0 \leq s_{euj}, \quad \forall e, u, j. \tag{2}$$

Chaque site libérateur u peut stocker au plus r_{euj} piles d'emballages de type e le soir du jour j. Ne pas satisfaire cette limite a un coût unitaire de c^{s}_{eu}. Ce coût pour le jour j est donc modélisé par l'équation

$$\sum_{e,u,j} c^{\mathrm{s}}_{eu} \max(s_{euj} - r_{euj}, 0). \tag{3}$$

Demande par les fournisseurs. Les fournisseurs ont un planning de consommation d'emballages, qui suit leur planning de production de pièces. On note b^-_{efj} le nombre d'emballages consommés par le fournisseur pour emballer ses pièces le jour j. On note s_{efj} le stock d'emballages chez le fournisseur f le soir du jour j, et z^+_{euj} le nombre d'emballages e livrés à f le jour j. Le stock d'emballages chez le fournisseur suit donc la dynamique

$$s_{efj} = s_{efj-1} - b^-_{efj} + z^+_{efj}, \quad \forall e, f, j \tag{4a}$$

Par ailleurs, le stock des emballages chez un fournisseur ne peut pas dépasser r_{efj} le soir du jour j. On a donc la contrainte

$$0 \leq s_{efj}, \quad \forall e, f, j. \tag{4b}$$

En pratique, il n'est pas toujours possible de satisfaire la contrainte (4b). Lorsque un fournisseur n'est pas livré en temps et en heure, il utilise des cartons ordinaires pour emballer ses pièces. Les emballages non-livrés ne devront donc pas être livrés plus tard. On remplace donc la dynamique de stock (4) par la dynamique de stock

$$s_{efj} = \max(s_{efj-1} - b^-_{efj}, 0) + z^+_{efj}, \quad \forall e, f, j. \tag{5}$$

Cette dynamique modélise le fait que les pièces dont l'emballage est prévu le jour j sont effectivement emballées le jour j, et que s'il n'y a pas d'emballage disponible, celles-ci sont emballées dans des cartons.

Deux coûts sont liés au non-respect de cette contrainte (5). Un coût c^{exc}_{ef} par pièce expédiée dans des cartons, ce qui donne pour l'emballage e, le fournisseur f et le jour j le coût

$$\sum_{e,f,j} c^{\text{exc}}_{ef} (\max(b^-_{efj} - s_{efj-1}, 0)) \tag{6a}$$

Et un coût lié à un stock trop important chez le fournisseur

$$\sum_{e,f,j} c^{\text{s}}_{ef} \max(s_{efj} - r_{efj}, 0). \tag{6b}$$

Unité de mesures L'unité de mesure pour le transport est la pile d'emballages : toutes les quantités d'emballages sont exprimées en piles.

1.3 Transport depuis les usines et coûts afférents

Le transport des emballages entre les sites libérateurs u et les fournisseurs f est réalisé par des camions.

Chargement On note ℓ_e le métrage linéaire d'une pile d'emballages e, et L la taille d'un camion en métrage linéaire. Un chargement $\boldsymbol{q}$ est un vecteur $(q_e)_{e \in E}$ dans $\mathbb{Z}^E_+$ tel que

$$\sum_{e \in E} q_e \ell_e \leq L. \tag{7}$$

Chemin Un camion qui livre des fournisseurs charge dans une seule usine, puis peut aller livrer au plus 4 fournisseurs. Ceci est modélisé avec la notion de chemin admissible, introduite ci-dessous. On note P un *chemin* dans le graphe (V, A). Un chemin est un *admissible* s'il est de la forme $v_0, v_1, \ldots, v_n$ où $u := v_0$ est une usine, $n \leq 4$ et $v_1, \ldots, v_n$ sont des sommets de F. Nous soulignons que les chemins ne retournent pas à l'usine à la fin : ils se terminent au dernier fournisseur.

Route Une *route* R est un triplet $(j_R, P_R, \boldsymbol{q}_R)$ tel que j_R est un jour de l'horizon indiquant le jour de départ du camion suivant la route R ; P_R est un chemin admissible $v_0 = u, v_1, \ldots, v_n$ indiquant l'usine de départ et les fournisseurs livrés par le camion suivant R ; on note E_R l'ensemble des types d'emballages qui peuvent être chargés sur la route R, qui sera défini dans les paragraphes suivants ; Q_R est un vecteur $(Q_{evR})_{e\in E_R, v\in\{v_1,\ldots,v_n\}}$ tel que

$$\sum_{e\in E_R}\sum_{i=1}^{n} \ell_e Q_{evR} \leq L \tag{8}$$

On note $\boldsymbol{q}_R$ le chargement $(q_e)_{e\in E_R}$ tel que

$$q_{eR} = \sum_{i=1}^{n} Q_{ev_iR}$$

et $\boldsymbol{q}_{v_iR}$ le chargement $(Q_{ev_iR})_{v_i\in P}$. La route R visite le sommet v_i le jour j_{p_i} défini comme

$$j_{v_0R} = j_R \quad \text{et} \quad j_{v_i,P} = j_{v_{i-1},P} + t_{(v_{i-1},v_i)}.$$

On note x_R la variable dans $\mathbb{Z}_+$ qui indique le nombre de fois qu'une route est prise. Il n'y a pas de contrainte sur le nombre de routes spot utilisées. On note c_R le coût d'une route R.

Simplification sur la durée des routes. Pour simplifier, on supposera qu'une route est effectuée sur une seule journée : dans la même journée, le camion charge les emballages auprès du site libérateur et les livre auprès des fournisseurs, quelle que soit la distance parcourue. Et le fournisseur pourra utiliser les emballages livrés le jour j dès le lendemain $j + 1$. Ce n'est évidemment pas le cas dans la réalité, mais nous ferons cette hypothèse pour éviter des difficultés techniques impactant peu l'optimisation.

Coût d'une route Le coût d'une route est de la forme :

$$c_R = \gamma \sum_{a\in P} d_a + c^{\text{stop}}|P_R - 1| + c^{\text{cam}} \tag{9}$$

où γ le coût kilométrique et c^{stop} est un coût unitaire par arrêt, et c^{cam} un coût unitaire par route (coût fixe de contractualisation, etc.).

Remarque 1. Il peut être pertinent d'envoyer deux camions sur une même route R qui contient plusieurs fournisseurs. Par exemple, supposons que l'on ait deux piles de e_1 de métrage $3/5L$ l'une à livrer chez un premier fournisseur f_1, et deux piles de e_2 de taille $2/5L$ à envoyer chez un second fournisseur f_2 très proche de e_1, alors toute solution autre que u, f_1, f_2 nécessite au minimum 3 camions. △

1.4 Contraintes liantes entre les stocks et les routes

Routes incidentes Un camion suivant la route R va charger le chargement $\boldsymbol{q}_R$ et quitter l'usine $u = v_0$ le jour j_R, pour livrer le fournisseur v_i le jour j_{v_iR} du chargement $\boldsymbol{q}_{v_iR}$. Étant donnés un sommet v et un jour j, on note $\delta^+(v, j)$ l'*ensemble des routes quittant v le jour j*, et $\delta^-(v, j)$ l'*ensemble des routes qui livrent v le jour j*.

Routes et stock Les équations suivantes modélisent l'évolution des stocks en fonction des routes utilisées :

$$z^-_{euj} = \sum_{R\in\delta^+(u,j)} q_{eR}x_R, \quad \forall e, \forall u, \forall j, \tag{10a}$$

$$z^+_{efj} = \sum_{R\in\delta^-(f,j)} q_{eR}x_R, \quad \forall e, \forall f, \forall j. \tag{10b}$$

1.5 Problème de dispatch

$$\min_{s,x,z} \left| \begin{array}{l} \sum_{r\in R} c_R x_R \\ +\sum_{euj} c^{\mathrm{s}}_{eu} \max(s_{euj} - r_{euj}, 0) \\ +\sum_{efj} c^{\mathrm{s}}_{ef} \max(s_{efj} - r_{efj}, 0) \\ +\sum_{e,f,j} c^{\mathrm{exc}}_{ef}(\max(b^-_{efj} - s_{efj-1}, 0)) \end{array} \right. \tag{11a}$$

$$\text{s.t.} \quad (1), (2), (5) \text{ et } (10) \tag{11b}$$

2 Instance et solution

2.1 Instance

Les instances sont données au format `.csv`. Voici ci-dessous l'exemple de l'instance `petite.csv`. Le symbole ↪ indique que c'est la même ligne du fichier qui est affichée sur plusieurs lignes. Toutes les quantités donnée sont des entiers. Les métrages linéaires sont données en mm.

```
J 3 U 2 F 3 E 2 L 13000 Gamma 1 CCam 100 CStop 10
e 0 l 300
e 1 l 200
u 0 v 0 coor 48.8666672 2.3514623 ce e 0 cr 2 b 4 e 1 cr 4 b 5 lib
  ↪ j 0 e 0 b 5 r 5 e 1 b 0 r 5 j 1 e 0 b 10 r 5 e 1 b 5 r 5 j
  ↪ 2 e 0 b 0 r 5 e 1 b 5 r 5
u 1 v 1 coor 43.6044622 1.4442469 ce e 0 cr 2 b 3 e 1 cr 4 b 6 lib
  ↪ j 0 e 0 b 2 r 5 e 1 b 3 r 5 j 1 e 0 b 2 r 5 e 1 b 3 r 5 j 2
  ↪ e 0 b 2 r 5 e 1 b 3 r 5
f 0 v 2 coor 48.8666672 2.3514623 ce e 0 cr 2 cexc 55 b 2 e 1 cr 4
  ↪ cexc 30 b 6 dem j 0 e 0 b 2 r 5 e 1 b 1 r 5 j 1 e 0 b 2 r 5
  ↪ e 1 b 1 r 5 j 2 e 0 b 2 r 5 e 1 b 1 r 5
f 1 v 3 coor 45.7578137 4.8320114 ce e 0 cr 2 cexc 45 b 4 e 1 cr 4
  ↪ cexc 40 b 5 dem j 0 e 0 b 0 r 5 e 1 b 2 r 4 j 1 e 0 b 0 r 6
  ↪ e 1 b 2 r 4 j 2 e 0 b 0 r 3 e 1 b 2 r 4
```

```
f 2 v 4 coor 45.7578137 4.8320114 ce e 0 cr 2 cexc 35 b 7 e 1 cr 4
    ↪ cexc 50 b 4 dem j 0 e 0 b 3 r 5 e 1 b 0 r 5 j 1 e 0 b 3 r 5
    ↪ e 1 b 0 r 5 j 2 e 0 b 3 r 5 e 1 b 0 r 5
a 0 0 d 0
a 0 1 d 10
a 0 2 d 0
a 0 3 d 8
a 0 4 d 8
a 1 0 d 10
a 1 1 d 0
a 1 2 d 8
a 1 3 d 5
a 1 4 d 5
a 2 0 d 0
a 2 1 d 8
a 2 2 d 0
a 2 3 d 8
a 2 4 d 8
a 3 0 d 8
a 3 1 d 5
a 3 2 d 8
a 3 3 d 0
a 3 4 d 0
a 4 0 d 8
a 4 1 d 5
a 4 2 d 8
a 4 3 d 0
a 4 4 d 0
```

La première ligne contient
- `J`, suivi du nombre de jours dans l'horizon,
- `U`, suivi du nombre d'usines (sites libérateurs)
- `F`, suivi du nombre de fournisseurs
- `E`, suivi du nombre de types d'emballages
- `L`, suivi du métrage linéaire L d'un camion
- `Gamma`, suivi du coût kilométrique γ
- `CCam`, suivi du coût fixe par route c^{cam}
- `CStop`, suivi du coût fixe par arrêt camion c^{stop}

Les `E` lignes suivantes commencent par `e` contiennent les propriétés des emballages
- `e` suivi de l'id de l'emballage (les emballage sont numérotés de 0 à `E-1`.)
- `l` suivi du métrage linéaire ℓ_e de l'emballage

Les `U` lignes suivantes commencent par `u` et contiennent les propriétés des sites libérateurs (usines).

— `u` suivi de l'id de l'usine (les usines sont numérotées de 0 à `U-1`)
— `v` suivi de l'id du sommet où est situé l'usine (identique à l'id de l'usine)
— `coor` suivi des coordonnées GPS de l'usine (non utilisées dans la définition du problème, mais utile pour des visualisations ou heuristiques)
— `ce` suivi des constantes de l'usine pour les emballages : pour chaque emballage
  — `e` suivi de l'id e de l'emballage
  — `cr` suivi du coût de stock excédentaire c^{s}_{eu} de e en u
  — `b` suivi du stock initial d'emballage e en u
— `lib` suivi de, pour chaque jour j, `j` suivi de l'index du jour j, puis pour chaque emballage
  — `e` suvi de l'id e du type d'emballage
  — `b` suivi de b^{+}_{euj}, la quantité d'emballage e libérée par u le jour j
  — `r` suivi de r_{euj}, le stock maximal d'emballage de type e en u le soir du jour j.

Les `F` lignes suivantes commencent par f et contiennent
— `f` suivi de l'id de du fournisseur (les usines sont numérotées de 0 à `F-1`)
— `v` suivi de l'id du sommet où est situé le fournisseur (égal à `f` + `U`)
— `coor` suivi des coordonnées GPS du fournisseur (non utilisées dans la définition du problème, mais utile pour des visualisations ou heuristiques)
— `ce` suivi des constantes de l'usine pour les emballages : pour chaque emballage
  — `e` suivi de l'id e de l'emballage
  — `cr` suivi du coût de stock excédentaire c^{s}_{ef} de e en f
  — `cexc` suivi du coût d'expédition en carton c^{exc}_{ef} de e en f
  — `b` suivi du stock initial d'emballages e en f
— `dem` suivi de, pour chaque jour j, `j` suivi de l'index du jour j, puis pour chaque emballage
  — `e` suvi de l'id e du type d'emballage
  — `b` suivi de b^{-}_{efj}, la quantité d'emballages e consommés par f le jour j
  — `r` suivi de r_{efj}, le stock maximal d'emballages de type e en f le soir du jour j.

2.2 Solutions

Les solutions doivent être retournées au format `.txt`. Voici ci-dessous l'exemple d'une solution `petite.txt` de l'instance `petite.csv` définie ci-dessus.

```
R 3
r 0 j 0 x 1 u 0 F 1 f 0 e 0 q 0 e 1 q 2
r 1 j 1 x 1 u 0 F 3 f 0 e 0 q 1 e 1 q 1 f 1 e 0 q 1 e 1 q 1 f 2 e
  ↪ 0 q 1 e 1 q 1
r 2 j 1 x 2 u 1 F 2 f 1 e 0 q 3 e 1 q 1 f 2 e 0 q 3 e 1 q 1
```

La première ligne commence par `R` et contient le nombre de routes dans la solution. Le reste du fichier contient une ligne par route. Chaque ligne est composée de la manière suivante.
— `r` suivi de l'id de la route (utilisé dans les messages d'erreur du code de vérification des solutions)

- `j` suivi du jour où la route est effectuée
- `x` suivi d'un entier donnant le nombre de fois que la route est opérée
- `u` suivi de l'id de l'usine u d'où part la route
- `F` suivi d'un entier indiquant le nombre de fournisseurs visité par la route. Ensuite, pour chaque fournisseur pris dans l'ordre où ils sont visités par la route
  - `f` suivi de l'id du fournisseur f
  - Puis pour chaque type d'emballage e (par index croissant de 0 à $\texttt{E} - 1$)
    - `e` suivi de l'index de l'emballage e
    - `q` suivi de Q_{efr} la quantité de e livrée à f par r

Lorsqu'une même route est prise plusieurs fois, il est possible de l'écrire sur une seule ligne (grâce à la variable `x`) ou sur plusieurs.

2.3 Code de vérification des solutions

Il vous est fourni un code `C++` permettant de vérifier les solutions. Le document `Readme.md` qu'il contient indique comment le compiler. Vous pouvez en réutiliser tout ou partie à votre convenance si vous réalisez votre projet en `C++`. Lancer l'exécutable sans arguments permet d'obtenir la liste des arguments attendus.

3 Ce qui est demandé

3.1 Questions (5 points)

1. Montrer que si il y a un seul emballage e tel quel $\ell_e > L/2$, le problème peut être modélisé comme un problème de flot (*2.5 points*)
2. Pourquoi le nombre de variables de la formulation PLNE (11) est il polynomial en la taille de l'instance ? Est-il vraisemblable de résoudre l'instance fournies avec ce PLNE (*0.5 points*)
3. Donner une formulation PLNE du problème (dans le cas général) avec $O\big(|E|(|F| + |U|)^2\big)$ variables. (*2 points*)

3.2 Algorithme (15 points)

Il vous est fourni un instance `europe.csv`. Par une/des stratégie(s) de votre choix, proposer une solution pour cette instance.

- Vous rendrez un fichier au format voulu donnant votre solution pour l'instance `usine.csv` fournie.
- La qualité des stratégies de résolution utilisées et de leur présentation dans le rapport sera notée sur *9 points*.
  - Qualité de l'approche fournie (5 points)
    - Prouver tout résultat intéressant sur ces approches (exactitude, complexité, etc.).

- La rigueur et la qualité de la rédaction seront particulièrement prises en compte. (4 points)
  - Les algorithmes doivent être fournis de manière lisible (`https://en.wikipedia.org/wiki/Pseudocode`)
  - Pour les résultats numériques, fournir les coûts des solutions, leur optimalité / gap.
  - Les résultats numériques doivent être présentés de manière lisible (tableau, figure légendée).
- La qualité des solutions fournies sera notée sur *6 points*.
  - Le score d'une équipe est la somme des coûts des solutions proposées pour chaque instance. Les équipes seront classées par score (l'équipe avec le score le plus faible aura la meilleure note). Sur les 6 points, 4 seront liés au classement. (4 points + 2 points bonus pour le premier groupe, 4 points + 1 points bonus pour le second, 4 points le troisième groupe, 3 points pour ceux qui sont dans le premier quart, 2 pour ceux qui sont dans le deuxième quart, 1 point pour ceux qui sont dans le troisième quart, et 0 pour les autres).
  - Vos solutions seront vérifiées avec le code de vérification qui vous est fourni. Merci de m'indiquer par mail à `axel.parmentier@enpc.fr` si vous identifiez une erreur dans le sujet ou dans le code de vérification.

Le problème est difficile à résoudre.
- Ne commencez pas le projet à la dernière minute. Posez des questions aux enseignants de vos groupes.
- N'hésitez pas à le simplifier / décomposer pour obtenir des solutions admissibles.
- Si vous le souhaitez, vous pouvez utiliser des solveurs pour résoudre le problème. Néanmoins, l'instance étant de grande taille, il est peu probable qu'un solveur puisse trouver une bonne solution s'il est appliqué à la totalité de l'instance. Cela ne vous empêche pas d'utiliser un solveur pour un sous-problème.