

Les machines de Turing

Feuille de travaux dirigés n°1

16 septembre 2019

1. Décrire en détail une machine de Turing déterministe à un seul ruban qui reconnaît le langage des mots de la forme $n_2 = n_0 + n_1$ avec n_i des nombres en base 2, si l'addition est correcte.
2. Décrire en détail une machine de Turing déterministe à un seul ruban qui reconnaît le langage des mots composés d'un nombre en binaire répété deux fois.
3. Décrire en détail une machine de Turing déterministe à deux rubans qui reconnaît le langage des mots composés d'un nombre en binaire répété deux fois.
4. Décrire en détail une machine de Turing déterministe à deux rubans qui reconnaît le langage des mots dont la longueur est un carré parfait sur un alphabet à une lettre a . Les mots, $a, aaaa, aaaaaaaaaa, aaaaaaaaaaaaaaaaaa$ forment les premiers éléments de ce langage.
5. On considère le problème du calcul de la longueur en binaire d'un mot sur l'alphabet $\{0, 1\}$ donné en entrée.
 - a) Décrire une machine de Turing déterministe à deux rubans qui effectue le calcul et en évaluer la complexité.
 - b) Décrire une machine de Turing déterministe à un seul ruban qui effectue le calcul et en évaluer la complexité.
 - c) Améliorer la complexité de la machine pour que sa complexité soit en $O(n \log n)$
 - d) Utiliser l'amélioration utilisée en c) pour obtenir une machine en temps linéaire pour la question a).
6. Nous nous intéressons au problème de la reconnaissance du langage $L = \{0^k 1^k : k \geq 0\}$.
 - a) Décrire une machine de Turing déterministe à deux rubans pour reconnaître L . Quelle est sa complexité ?
 - b) Décrire une machine de Turing déterministe à un ruban pour reconnaître L . Quelle est sa complexité ?
 - c) Appliquer l'amélioration de l'exercice précédent pour améliorer la complexité des machines obtenues.
7. Décrire une machine de Turing à un ruban qui reconnaît les mots $w \in \{0, 1\}^*$ tels que $|w|_0 = |w|_1$.