Actividad 3

Chávez Bartolo Julieta Janeth

10/1/2022

PROBLEMA 1

b)

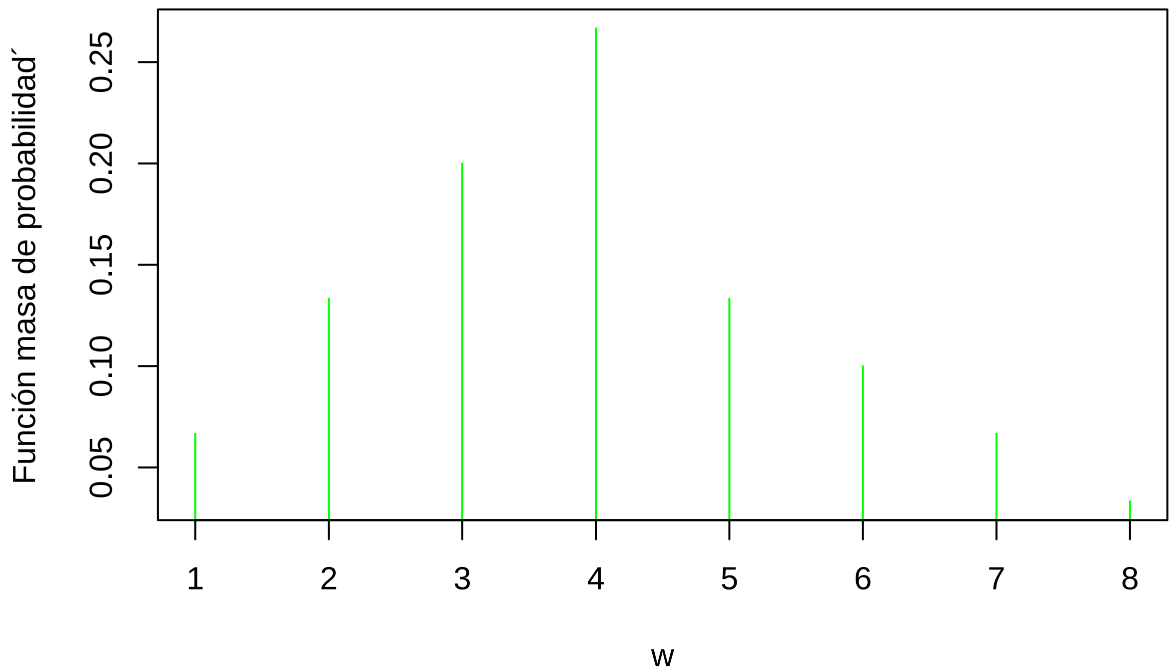
```
fmp1<-function(w){
  c=30
  if (w>0 & w<=4){ #Primer condición
    f=2*w/c
  } else if (w>=5 & w<=8){ #Segunda condición
    f=(9-w)/c
  } else {
    f=0 #Cuando w está fuera del soporte
  }
  f  #Devuelve el valor

}
```

Evaluemos la funcion

```
w<-c(1,2,3,4,5,6,7,8)
pw<-c(fmp1(1),fmp1(2),fmp1(3),fmp1(4),fmp1(5),fmp1(6),fmp1(7),fmp1(8))
tab_p<-cbind(w,pw)
tab_p
```

```
##      w         pw
## [1,] 1 0.06666667
## [2,] 2 0.13333333
## [3,] 3 0.20000000
## [4,] 4 0.26666667
## [5,] 5 0.13333333
## [6,] 6 0.10000000
## [7,] 7 0.06666667
## [8,] 8 0.03333333
```

```
plot(w,pw,type="h",ylab = "Función masa de probabilidad´",col="green")
```



Confirmemos que la suma sea 1

```
sum(pw)
```

```
## [1] 1
```

Calculemos el promedio

```
EX=sum(pw)/8
EX
```

```
## [1] 0.125
```

Hagamos una funcion para calcular la varianza

```
Var<-function(x,fx){
  EX2=sum(x^2*fx)
Var=EX2-EX^2
Var
}
```

De modo que la varianza es:

```
Var(w,pw)
```

```
## [1] 18.98438
```

Y la desviacion estandar:

```
sw<-sqrt(Var(w,pw));sw
```

```
## [1] 4.357106
```

Para calcular la moda:

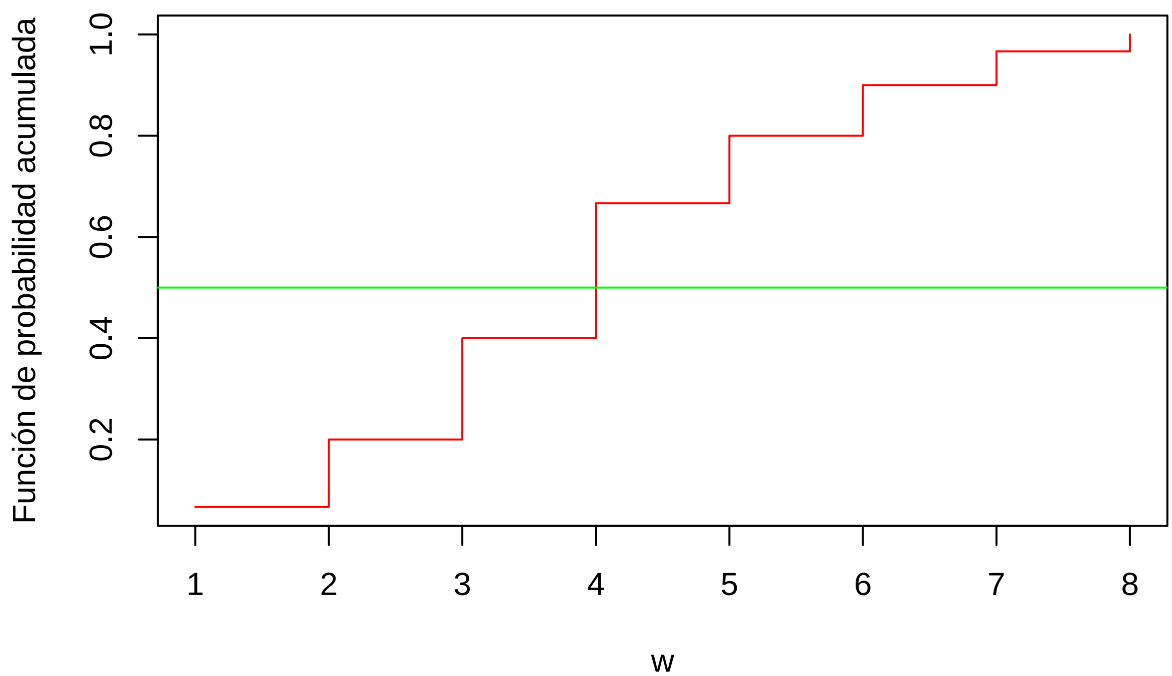
```
Moda=tab_p[which.max(tab_p[,2])];Moda
```

```
## [1] 4
```

c) (8 puntos)

Calcula la distribucion de probabilidad acumulada de W. Graficala. Para el calculo de la mediana es necesaria la grafica de la distribucion acumulada

```
Fw=cumsum(pw)
plot(w,Fw,type = "s",ylab = "Función de probabilidad acumulada",col="red")
abline(h=0.5,col="green")
```



Donde vemos que el valor más cercano a la linea con valor 0.5 es el correspondiente a w=3.

```
Mediana=3;Mediana
```

```
## [1] 3
```

d) (10 puntos)

Usando la comparacion de la media, moda y mediana, indica si la distribucion es simetrica o asimetrica. En el caso de asimetrıa, ¿es hacia la derecha o hacia la izquierda?

Hagamos un arreglo con la moda, mediana, media. EX=Media

```r
sim=cbind(EX,Mediana,Moda);sim
```

```
##         EX Mediana Moda
## [1,] 0.125       3    4
```

De modo que en este caso: Media<Mediana<Moda

De modo que es asimetrica a la izquierda

e) (5 puntos)

Calcula P(2 menor W <= 7)

Usamos la propiedad de calculo de probabilidades. Donde se usan los valores de la funcion acumulada. Que dice que: P(2 < w <= 7)=P(w<=7)-P(w<=2).

De la Acumulada obtenemos P(w <=7):

```r
Fw[7]
```

```
## [1] 0.9666667
```

Y tambien P(w <= 2)

```r
Fw[2]
```

```
## [1] 0.2
```

De modo que de hacer la cuenta nos da la probabilidad de P(2 <w<= 7)

```r
Fw[7]-Fw[2]
```

```
## [1] 0.7666667
```

PROBLEMA 2

b)

Si tomamos una muestra de 10 personas que han sido expuestas a 420 unidades de radiacion, ¿cual es la probabilidad de que de los 10 sobrevivan la mitad o mas, y el resto muera?

P(Y>=5)=1-P(Y>=4)

```r
1-pbinom(q=4,size=10,prob=0.1293,lower.tail = T)  #Toma desde el 0 hasta el 4
```

```
## [1] 0.005172219
```

O bien:

```r
Vida=pbinom(q=4,size=10,prob=0.1293,lower.tail = F);Vida #Toma desde el 5 hasta la cola, 10
```

```
## [1] 0.005172219
```

De modo de que la probabilidad de que el resto muera es el complemento.

```r
Muerte=1-Vida;Muerte
```

```
## [1] 0.9948278
```

Actividad 3

10-enero-2022

Problema 1

$$f(\omega) = \begin{cases} \frac{2\omega}{c} & \omega = 1, 2, 3, 4 \\ \frac{9-\omega}{c} & \omega = 5, 6, 7, 8 \end{cases}$$

a) Para que sea una función de probabilidad válida se debe cumplir que:

i) $f(\omega) > 0$

De modo que para $\frac{2\omega}{c}$; $c > 0$

y para $\frac{9-\omega}{c}$; $\begin{cases} c > 0 & \text{si } \omega \geq 9 \\ c < 0 & \text{si } \omega < 9 \end{cases}$

ii) $\sum_{\omega \in S_\omega} f(\omega) = 1$

Evaluemos en todo el soporte S_ω

$$\sum_{\omega \in S_\omega} f(\omega) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) + f(6) + f(7) + f(8)$$

$$= \frac{2}{c} + \frac{4}{c} + \frac{6}{c} + \frac{8}{c} + \frac{4}{c} + \frac{3}{c} + \frac{2}{c} + \frac{1}{c}$$

$$= \frac{1}{c}(30) = 1$$

$$\therefore \boxed{c = 30}$$

1.e) Calcula $\mathbb{P}(2 < W \leq 7)$

Como es un caso discreto:

$$\mathbb{P}(2 < W \leq 7) = \mathbb{P}(3) + \mathbb{P}(4) + \mathbb{P}(5) + \mathbb{P}(6) + \mathbb{P}(7)$$

$$= \frac{1}{30}(6 + 8 + 4 + 3 + 2)$$

$$= \frac{1}{30}(23) = \frac{23}{30} \approx 0.766\ldots$$

Otra forma de hacerlo es usando el cálculo de probabilidades:

$$\mathbb{P}(a < x \leq b) = \mathbb{P}(x \leq b) - \mathbb{P}(x \leq a)$$

$$\rightarrow \mathbb{P}(2 < W \leq 7) = \mathbb{P}(W \leq 7) - \mathbb{P}(W \leq 2)$$

Tomando estos valores de la gráfica Acumulada:

$$\mathbb{P}(2 < W \leq 7) = 0.966 - 0.2 = 0.766$$

Donde ambos valores coinciden.

PROBLEMA 2:

X = Radiación antes de morir para 1 persona ; $X \sim N(\mu_x = 400, \sigma_x = 60)$

Para poder usar tablas debo de estándarizar.

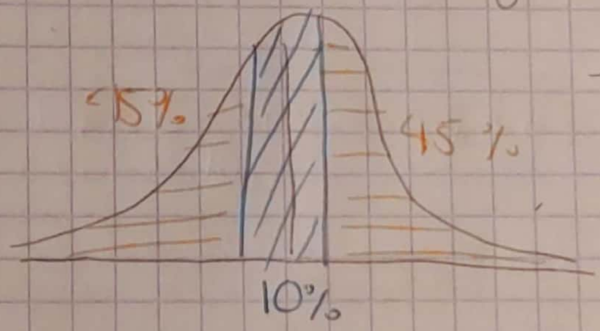
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

$\to \mathbb{P}$

a) ¿Por encima de qué nivel de radiación no sobrevivirán más del 10% de las personas expuestas?

Necesitamos $\mathbb{P}(Z) = 0.10$

De modo que $\mathbb{P}\left(\frac{X - \mu}{\sigma}\right)$



$\to$

Y

$$\mathbb{P}(-a \leq x \leq a) = 0.1$$

Al ser simétrica

$$\mathbb{P}(x \leq a) = 0.05$$

$\to a = 0.13$, pues $\mathbb{P}(0.13) = 0.0517$

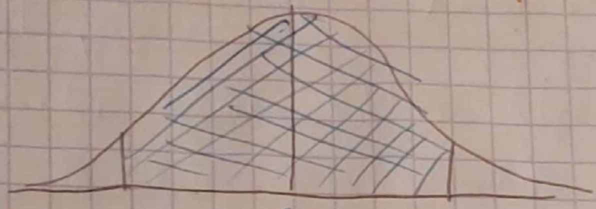
De modo que

$\mathbb{P}(-a \leq x \leq a) = 0.1$ para $a = 0.13 = \frac{X - \mu}{\sigma}$

$$\therefore X = (0.13)\sigma + \mu = (0.13)60 + 400$$

$$\therefore \boxed{X = 407.8}$$

¿Por debajo de qué nivel de radiación sobrevivirán al menos el 95% de las personas expuestas?



95%

Ahora se pide $\mathbb{P}(-a < x < a) = 95\%$

Habíamos visto que esto se cumple en aproximadamente

$a = 2$.

De modo que $\frac{x-\mu}{\sigma} = 2$

$\therefore \quad x = 2(60) + 400 = 520$

$\therefore \quad \boxed{x < 520}$

b) ¿Cuál es la probabilidad que tiene un individuo de sobrevivir a una exposición a un nivel de radiación de 420 unidades.

Se pide $\mathbb{P}(x = 420) = \mathbb{P}\left(z = \frac{x-\mu}{\sigma}\right)$

$= \mathbb{P}(0.333\ldots)$

$= 0.1293$

$\approx 12.93\%$

Si tomamos una muestra de 10 personas que han sido expuestas a 120 unidades de radiación ¿Cuál es la probabilidad que de los 10 sobrevivan la mitad o más y el resto muera.

Aquí hay independencia entre las personas, hay probabilidad de éxito al sobrevivir y es de 0.1293. De modo que cada persona tendrá una distribución de probabilidad Bernulli asociada

Para ser exactos una Binomial.

X_i = iesima persona que sobrevive. $i = 1, 2, \ldots, 10$

$$X_i = Ber(p = 0.1293)$$

Y = # total de personas vivas/Sobreviven

$$Y = Bin(n=10, p=0.1293) \quad y = 0, 1, \ldots, 10$$

Escaneado con CamScanner

$$\rightarrow \quad F_Y(y) = \binom{10}{y}(0.1293)^y(0.8707)^{10-y}\, \mathbb{1}_{(0,1,2,\dots,10)}(y)$$

$$y = 0,1,2,\dots,10$$

Función indicadora.

Nos preguntan:

$$\mathbb{P}(Y \geq 5) = \sum_{y=5,6,7,8,9,10} F_Y(y) = \sum_{y} \binom{10}{y} 0.1293^{y}\, 0.8707^{10-y}$$

No quiero hacer las cuentas así que la calcularé en R, de esta forma, usando la distribución de probabilidad acumulada de la Binomial en el caso discreto.

$$\mathbb{P}(Y \geq 5) = 1 - \mathbb{P}(Y < 5) = 1 - \mathbb{P}(Y \leq 4)$$

$$= 0.00517$$

$$\approx 0.517\ \%$$

Es la probabilidad que sobreviva al menos la mitad,
De modo que la probabilidad de que el resto muera es el complemento.

$$= 0.9948278$$

$$\approx 99.48\ \%$$