# Tarea 04

Matemáticas para las Ciencias Aplicadas II
Facultad de Ciencias, UNAM

Flores Morán Julieta Melina
Zarco Romero José Antonio

6 de mayo de 2024

## 1.

Verifique que la función $z = \ln\left[e^x + e^y\right]$ es una solución de las ecuaciónes diferenciales:

- $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1$
- $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right)^2$

## 2.

La *energía cinética* de un cuerpo de masa $m$ y velocidad $v$ es $K = \frac{1}{2}mv^2$. Demuestre que $K = \frac{\partial K}{\partial m}\frac{\partial^2 K}{\partial v^2}$

## 3.

Determine una ecuación del plano tangente a la función $z = xe^{xy}$ en el punto $(x_0, y_0) = (5, 0)$.

## 4.

Compruebe que la **aproximación lineal** en (0, 0).

$$\frac{2x+3}{4y+1} \approx 2x - 12y + 3$$

## 5.

Utilice la **regla de la cadena** para calcular $\frac{\partial z}{\partial s}$ y$\frac{\partial z}{\partial t}$. Dado que

$$z = \sin\theta\cos\phi,\ \theta = t^2,\ \phi = s^2 t$$

## 6.

Sea $z = x^4 + x^2 y$, con $x = s + 2tu$, $y = stu^2$, utilice la **regla de la cadena** para calcular: $\frac{\partial z}{\partial s}$ $\frac{\partial z}{\partial t}$ $\frac{\partial z}{\partial u}$, donde $s = 4$ $t = 2$, $u = 1$.

## 7.

Sea $f(x, y, z) = x^2yz - xyz^3$, $P(2, -1, 1)$, $\hat{u} = \left(0, \frac{4}{5}, \frac{-3}{5}\right)$:

- Determine el **gradiente** de la función escalar $f(x, y, z)$.
- Evalúe el **gradiente** en el punto $P$.
- Encuentre la *razón de cambio* de $f(x, y, z)$ en el punto $P$ en la dirección del vector $\hat{u}$.

## 8.

Determine la máxima **razón de cambio** de $f(x, y) = 4y\sqrt{x}$ en el punto $P(4, 1)$ y la dirección en la cuál se presenta.

## 9.

Sea $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + y$. Calcule los valores **máximo** y **mínimo** *locales*, y *punto(s)* silla de la función.

## 10.

Sea $f(x,y) = x^2 + y^2 2x$, donde $D$ es la región triángular cerrada con vértices $A(2,O)$, $B(O,2)$, $C(0,-2)$.

Determine los **valores máximos absolutos**, **valores mínimos absolutos** de $f(x,y)$ sobre el conjunto $D$.

## 11.

Encuentre tres números positivos cuya suma es 100 y cuyo producto es un máximo.

## 12.

Utilizando **multiplicadores de Lagrange**, encuentre los valores **máximo** y **mínimo** de la función sujeta a la **restricción(es)** dadas.

- $f(x,y) = x^2 + y^2$, sujeto a la restricción $xy = 1$.
- $f(x,y) = xyz$, sujeto a la restricción $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$.