

Matemáticas para las Ciencias Aplicadas I

Flores Morán Julieta Melina

Zarco Romero José Antonio

9 de septiembre de 2023

1. Problema 22

Flores Morán Julieta Melina

Un pequeño fabricante de electrodomésticos descubre que cuesta 9000 dólares producir 1000 tostadoras a la semana y 12000 dólares producir 1500 tostadoras a la semana.

1. Exprese el costo en función del número de tostadoras producidas, suponiendo que es lineal. Después, trace la gráfica.

Ya que suponemos que el costo C es una función lineal del número de tostadoras t de la forma $y = mx + b$, podemos escribir:

$$C = mt + b$$

Utilizando los datos del problema, consideremos que conocemos los puntos (1000, 9000) y (1500, 12000). Por lo que la pendiente de la recta es

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{12000 - 9000}{1500 - 1000} = \frac{3000}{500} = 6$$

de modo que

$$C = 6t + b$$

y su ecuación de la forma punto-pendiente $y - y_1 = m(x - x_1)$, en el punto $(1000, 9000)$ es

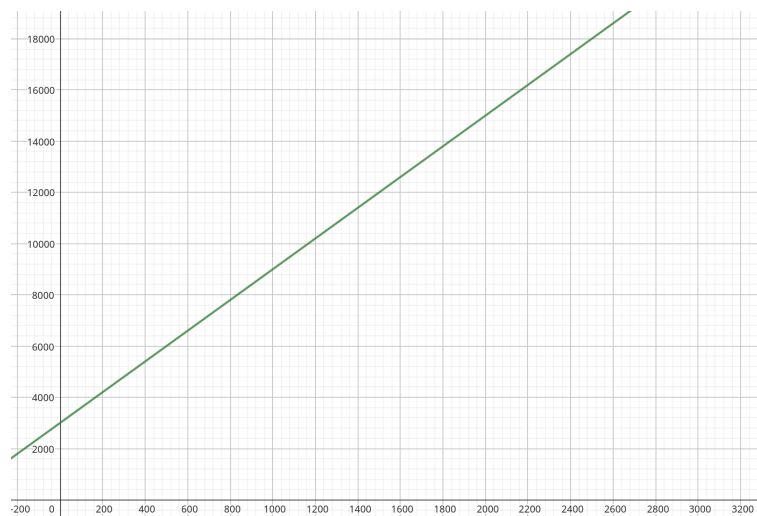
$$C - 9000 = 6(t - 1000)$$

o bien

$$C = 6t + 3000$$

$$\therefore f(t) = 6t + 3000$$

Dicha ecuación da un posible modelo lineal, representado gráficamente como



2. ¿Cuál es la pendiente de la gráfica y qué representa?

La pendiente de la recta es $m = 6$ y representa la razón de cambio, en este caso el aumento, del costo de producción en dólares respecto al número de tostadoras producidas. Esto significa que, agregar una tostadora implica subir el costo en 6 dólares.

3. ¿Cuál es la intersección de la gráfica con el eje y y qué representa?

$$f(0) = (6 \cdot 0) + 3000 = 3000$$

La intersección con el eje y es 3000 y representa el costo inicial de producción. No depende del número de tostadoras, es una constante sumada al costo independiente del número de tostadoras.

2. Problema 27

Zarco Romero José Antonio

La población de ciertas especies en un ambiente limitado con una población inicial de 100 y capacidad para 1 000 es

$$P(t) = \frac{100000}{100 + 900e^{-t}}$$

donde t se mide en años.

1. Grafique esta función y estime cuánto tiempo le toma a la población llegar a 900.

Aprox 4.4 años. $P(4.4) = 900.4984$

2. Encuentre la inversa de esta función y explique su significado.

$$P = \frac{100000}{100 + 900e^{-t}}$$

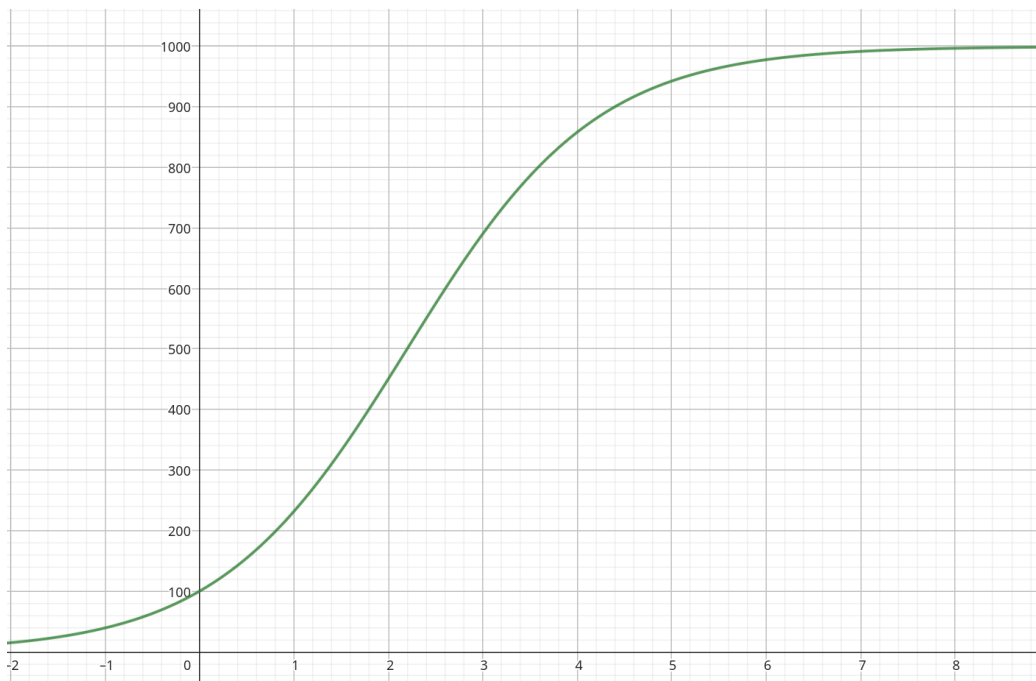
Para encontrar la función inversa, debemos despejar t en términos de P

$$100 + 900e^{-t} = \frac{100000}{P}$$

$$e^{-t} = \frac{100000 - 100P}{900P}$$

$$t = -\ln\left(\frac{100000 - 100P}{900P}\right)$$

$$\therefore t = -\ln\left(\frac{1000 - P}{9P}\right)$$



Entonces, la función inversa es

$$P^{-1}(t) = -\ln\left(\frac{1000 - t}{9t}\right)$$

y representa el tiempo requerido para que la población de ciertas especies alcance un número t .

3. Utilice la función inversa para encontrar el tiempo necesario para que la población llegue a 900. Compare con el resultado del inciso 1

Usando la función inversa para encontrar el tiempo necesario para que la población alcance 900, obtenemos

$$P(900) = -\ln\left(\frac{1000 - 900}{9(900)}\right) = -\ln\left(\frac{100}{8100}\right) = -\ln\left(\frac{1}{81}\right) = -(\ln 1 - \ln 81)$$

$$= \ln 81 - \ln 1 = \ln 81 - 0 = \ln(81) = 4.3944491546724$$

≈ 4.4 años.