

Tercera Lista de Problemas

Segunda Parte

Matemáticas para las Ciencias Aplicadas I
Facultad de Ciencias, UNAM

Flores Morán Julieta Melina
Zarco Romero José Antonio

9 de noviembre de 2023

1. Sección 4.1

Análisis De Funciones I: Aumento, Disminución Y Concavidad

1.1. Ejercicio 31

name

Encuentre: (a) los intervalos en los que f aumenta, (b) los intervalos en los que f disminuye, (c) los intervalos abiertos en los que f es cóncava hacia arriba, (d) los intervalos abiertos en los que f es cóncava hacia abajo, y (e) las coordenadas x de todos los puntos de inflexión.

$$f(x) = \tan^{-1}(x^2 - 1)$$

1.2. Ejercicio 57

name

- (a) Demuestre que un polinomio cúbico general

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$$

tiene exactamente un punto de inflexión.

- (b) Demuestre que si un polinomio cúbico tiene tres intersecciones en el eje x , entonces el punto de inflexión ocurre en el valor promedio de las intersecciones.
- (c) Utilice el resultado del inciso (b) para encontrar el punto de inflexión del polinomio cúbico $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$, y verifique su resultado usando f'' para determinar dónde f es cóncava hacia arriba y cóncava hacia abajo.

1.3. Ejercicio 71

name

Suponiendo que A, k y L son constantes positivas, verifique que la gráfica de $y = L/(1 + Ae^{-kt})$ tiene un punto de inflexión en $(\frac{1}{k} \ln A, \frac{1}{2}L)$.

2. Sección 4.2

Análisis De Funciones II: Extremos Relativos; Graficar Polinomios

2.1. Ejercicio 31

name

Utilice la derivada dada para encontrar todos los puntos críticos de f y en cada punto crítico determine si ocurre un máximo relativo, un mínimo relativo o ninguno de los dos. Supongamos en cada caso que f es continua en todas partes.

$$f'(x) = \ln \left(\frac{2}{1 + x^2} \right)$$

2.2. Ejercicio 55

name

Haz una gráfica del polinomio y etiqueta las coordenadas de las intersecciones, los puntos estacionarios y los puntos de inflexión. Comprueba tu trabajo con una utilidad gráfica.

$$p(x) = (x + 1)^2(2x - x^2)$$

2.3. Ejercicio 77

name

En cada parte, encuentre k de modo que f tenga un extremo relativo en el punto donde $x = 3$.

(a) $f(x) = x^2 + \frac{k}{x}$

(b) $f(x) = \frac{x}{x^2+k}$

3. Sección 4.3

Análisis De Funciones III: Funciones Racionales, Cúspides Y Tangentes Verticales

3.1. Ejercicio 21

name

Dibuja una gráfica de la función racional y etiqueta las coordenadas de los puntos estacionarios y los puntos de inflexión. Muestra las asíntotas horizontales, verticales, oblicuas y curvilíneas y etiquétalas con sus ecuaciones. Etiqueta los puntos, si los hay, donde la gráfica cruza una asíntota. Comprueba tu trabajo con una utilidad gráfica.

$$\frac{(x - 2)^3}{x^2}$$

3.2. Ejercicio 36

name

Dé una gráfica de la función e identifique las ubicaciones de todos los puntos críticos y puntos de inflexión. Comprueba tu trabajo con una utilidad gráfica.

$$5x^{2/3} + x^{5/3}$$

3.3. Ejercicio 54

name

Utilizando la regla de L'Hôpital se puede verificar que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \qquad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0 \qquad \lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$$

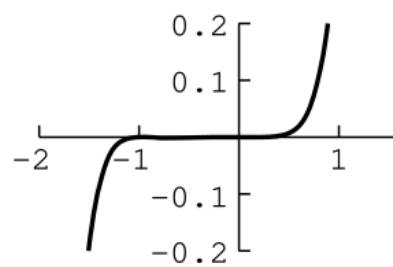
En estos ejercicios: (a) Utilice estos resultados, según sea necesario, para encontrar los límites de $f(x)$ cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$. (b) Dibuje una gráfica de $f(x)$ e identifique todos los extremos relativos, puntos de inflexión y asíntotas (según corresponda). Comprueba tu trabajo con una utilidad gráfica.

$$f(x) = x^3 e^{x-1}$$

3.4. Ejercicio 70

name

La figura adjunta muestra una gráfica generada por computadora del polinomio $y = 0.1x^5(x+1)^2$ usando una ventana de visualización de $[2, 1.5] \times [0.2, 0.2]$. Demuestre que la elección de la escala vertical hizo que la computadora pasara por alto características importantes de la gráfica. Encuentra las características que faltaron y haz tu propio boceto del gráfico que muestra las características que faltan.



Generated by Mathematica

▲ **Figure Ex-70**