

Segunda Lista de Problemas

Primera Parte

Matemáticas para las Ciencias Aplicadas I
Facultad de Ciencias, UNAM

Flores Morán Julieta Melina
Zarco Romero José Antonio

27 de septiembre de 2023

1. Ejercicio 3

- (a) Aproximar el valor del límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 2^x}{x}$$

hasta tres decimales mediante la construcción de una tabla de valores apropiada.

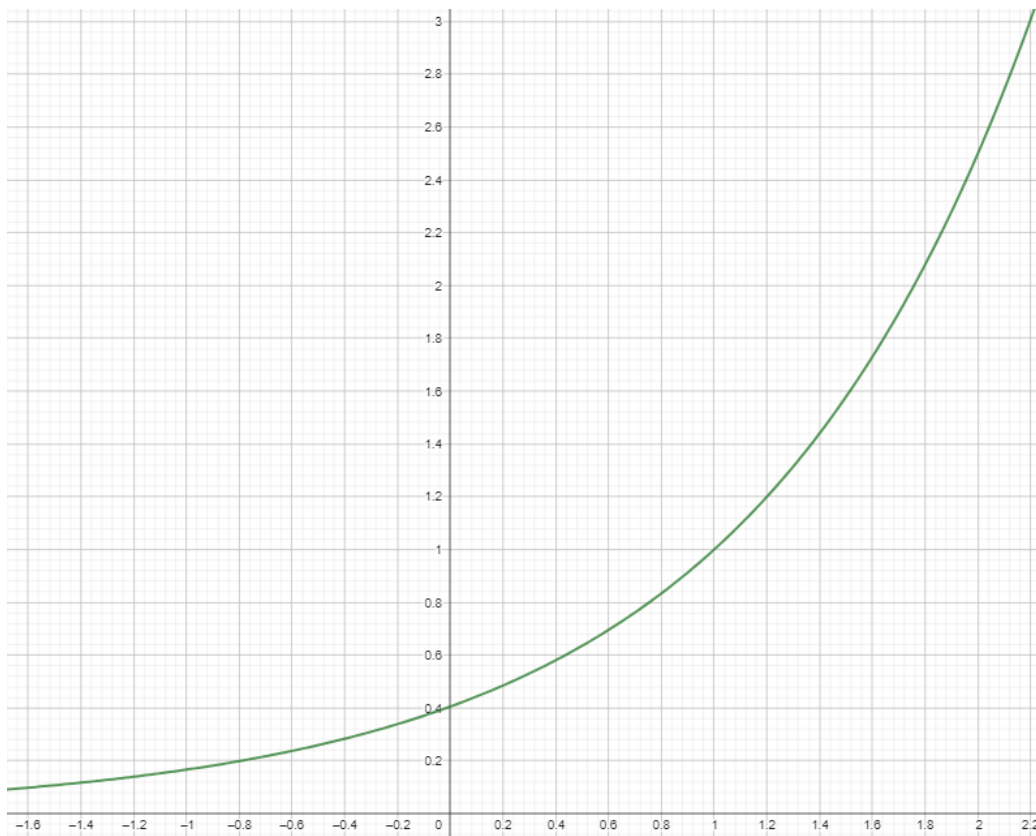
- (b) Confirme su aproximación utilizando evidencia gráfica.

2. Ejercicio 9

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x - 1)^5}{(3x^2 + 2x - 7)(x^3 - 9x)}$$

3. Ejercicio 18

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \ln(\sin 2\theta) - \ln(\tan \theta)$$



4. Ejercicio 20

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{bx}, \quad a, b > 0$$

5. Ejercicio 31

Encuentre valores de x , si los hay, en los que la función dada no sea continua.

(a)

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$$

Sabemos que las funciones $y = x$ y $y = x^2 - 1$ son funciones polinómicas. De modo que son continuas en todo su dominio (para toda x); es

decir, son continuas sobre $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$. Ahora, la función $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$ es racional, así que es continua siempre que está definida; es decir, en su dominio que es $\{x \mid (x^2 - 1) \neq 0\}$. Si $x^2 - 1 = 0$, entonces:

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \sqrt{1}$$

$$x_0 = 1, x_1 = -1$$

\therefore La función $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$ no es continua en los valores de $x_0 = 1$ y $x_1 = -1$.

(b)

$$f(x) = |x^3 - 2x^2|$$

1) La función dada es polinomial, por lo que está definida para toda x .

2) Calculando los límites laterales cuando x se acerca a un punto a .

■ Límite derecho en a :

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} |x^3 - 2x^2| = \lim_{x \rightarrow a^+} |a^3 - 2a^2|$$

■ Límite izquierdo en a :

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} |x^3 - 2x^2| = \lim_{x \rightarrow a^-} |a^3 - 2a^2|$$

Dado que los límites son iguales, entonces el límite existe para cualquier a .

3) Por el punto anterior, el valor del límite cuando x tiende a a es igual al valor de la función en a .

\therefore La función $f(x) = |x^3 - 2x^2|$ es continua para toda x .

(c)

$$f(x) = \frac{x+3}{|x^2+3x|}$$

6. Ejercicio 36

Supongamos que f es continua en el intervalo $[0, 1]$, que $f(0) = 2$ y que f no tiene ceros en el intervalo. Demuestre que $f(x) > 0$ para todo x en $[0, 1]$.