Inducción

Induction

Julieth Daniela Pérez Torres
Departamento de Ingeniería, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia
Correo-e: julieth.perez@utp.edu.co

***Resumen*— En matemáticas, la inducción es un razonamiento que permite demostrar proposiciones que dependen de una variable n, que toma una infinidad de valores enteros. En términos simples, la inducción matemática consiste en el siguiente razonamiento: Dado un número entero a, que tiene la propiedad P, y el hecho de que si hasta cualquier número entero n, con la propiedad P, implique que n+1, también la tiene, entonces, todos los números enteros a partir de a, tienen la propiedad P. La demostración está basada en el axioma denominado principio de la inducción matemática**

Palabras clave*— Razonamiento, proposiciones, matemática, variables, valores, enteros, números, enteros, matemática, demostración, formula.

***Abstract*— In mathematics, induction is a reasoning that allows demonstrating propositions that depend on a variable n, which takes an infinity of integer values. Simply put, mathematical induction consists of the following reasoning: Given an integer a, which has the property P, and the fact that if up to any integer n, with the property P, involve that n+1, also has it, then, all integers from a, have property P. The demonstration is based on the axiom called the principle of mathematical induction**

***Key Word* — Reasoning, propositions, mathematics, variables, integers, numbers, integers, mathematics, demonstration, formula.**

I. INTRODUCCIÓN

La inducción matemática es un método de demostración que se utiliza cuando se trata de establecer la veracidad de una lista infinita de proposiciones. El método es bastante natural para usarse en una variedad de situaciones en la ciencia de la computación. Algunas aplicaciones tienen un sabor muy matemático, tal como verificar que todo entero positivo satisface cierta fórmula. Otra utilización frecuente es la de demostrar que un programa de computación o que un algoritmo con ciclos funciona como se espera.

II. CONTENIDO

En el Parménides, de Platón del 370 a.C, quizá se puede identificar un temprano ejemplo de una explicación implícita de prueba inductiva. La más antigua huella de la inducción matemática se puede encontrar en la demostración de Euclides en el s. III a. C. sobre la infinitud de los números primos y en la de Bhaskara I usando su «método cíclico».

Una técnica reversa, contando regresivamente en lugar de ascendentemente, se puede encontrar en la paradoja sorites, en donde se argumenta que, si 1 000 000 de granos de arena forman un montón y removiendo un grano del montón a la vez, este sigue siendo un montón, entonces, hasta un solo grano (incluso ningún grano de arena) formaría un montón.

Una demostración implícita de la inducción matemática para secuencias aritméticas fue introducida por Al-Karaji en su obra Al-Fakhri escrita alrededor de 1000 d. C., usado para probar el teorema del binomio y las propiedades del triángulo de Pascal.

Ninguno de estos antiguos matemáticos explicitó la hipótesis inductiva. Otro caso similar fue el de Francesco Maurlico en su Arithmeticorom libri duo (1575), que usó la técnica para probar que la suma de los n primeros enteros impares es igual a n al cuadrado.

La primera formulación explícita sobre el principio de inducción fue establecida por el filósofo y matemático Blaise Pascal en su obra Traité du triangle arithmétique (1665).2 Otro francés, Fermat, hace amplio uso de un principio relacionado para una demostración indirecta del descenso infinito. La hipótesis inductiva fue también empleada por el suizo Jakob Bernoulli y a partir de entonces fue más conocida.

El tratamiento de carácter riguroso y sistemático llega solo en el siglo XIX d. C. con George Boole, Augustus De Morgan, Charles Sanders Peirce, Giuseppe Peano y Richard Dedekind.

1. Demostraciones por Inducción

Llamemos P sub n a la proposición, donde n, es el rango.

Base: Se demuestra que P sub 1, es cierta, esto es el primer valor que cumple la proposición (iniciación de la inducción).
Paso inductivo: Se demuestra que, si P sub n es cierta, esto es, como hipótesis inductiva, entonces P sub (n+1) lo es también, y esto sin condición sobre el entero natural $n \Rightarrow n + 1$)

Luego, demostrado esto, concluimos por inducción, que P sub n es cierto para todo natural n.

Fecha de Recepción: (Letra Times New Roman de 8 puntos)
Fecha de Aceptación: Dejar en blanco

La inducción puede empezar por otro término que no sea P sub 1, digamos por P sub n0. Entonces P sub n será válido a partir del número n0, es decir, para todo natural $n \geq n0$.

2. Ejemplo 1

Demuestre por inducción matemática que:

1) Si n es un entero positivo, entonces $n (n + 1)$ es divisible por 2 .

a) Sea $n = 1$, entonces $n (n + 1) = 2$ (Verdadero)

b) Hipótesis inductiva: $k (k + 1)$ es divisible por 2

c) Tesis: $(k + 1) (k + 2)$ es divisible por 2

d) Demostración:

$(k + 1) (k + 2) = k (k + 1) + 2 (k + 1)$

$k (k + 1)$ es divisible por 2 (Hipótesis)

$2 (k + 1)$ es divisible por 2 (Entero par)

Por lo tanto $(k + 1) (k + 2)$ es divisible por 2

2.1 Ejemplo 2

Demuestre por inducción matemática que:

2) Si n es un entero positivo, entonces $3 2 n + 7$ es divisible por 8 .

a) Sea $n = 1$, entonces $3 2 n + 7 = 16$ (Verdadero)

b) Hipótesis inductiva: $3 2 k + 7$ es divisible por 8

c) Tesis: $3 2 (k + 1) + 7$ es divisible por 8

d) Demostración:

$3 2 k + 7$ es divisible por 8 (Hipótesis)

$9 (3 2 k + 7)$ es divisible por 8

$3 2 k + 2 + 63$ es divisible por 8

$3 2 (k + 1) + 63 - 56$ es divisible por 8

Por lo tanto $3 2 (k + 1) + 7$ es divisible por 8 .

2.2 Ejemplo 3

Demuestre por inducción matemática que:

3) Si n es un entero positivo mayor que 1 , entonces $2 2 n - 3 n - 1$ es divisible por 9 .

a) Sea $n = 2$, entonces $22n - 3n - 1 = 9$ (Verdadero)

b) Hipótesis inductiva: $22k - 3 k - 1$ es divisible por 9 c) Tesis: 22(k + 1) – 3(k + 1) – 1 es divisible por 9

d) Demostración:

22k – 3k – 1 es divisible por 9 (Hipótesis)

4(22k – 3 k – 1) es divisible por 9

22(k + 1) – 12k – 4 es divisible por 9

22(k + 1) – 3(k + 1) – 1 – 9k es divisible por 9

Por lo tanto 22(k + 1) – 3(k + 1) – 1 es divisible por 9 .

III. CONCLUSIONES

Cabe resaltar la funcionalidad de la inducción, demostrando los procesos en las proposiciones con diferentes variables para satisfacer la formula.
.

REFERENCIAS

[1]. https://es.wikipedia.org/wiki/Inducci%C3%B3n_matem%C3%A1tica
[2]. http://mate.cucei.udg.mx/matdis/2ind/2ind4.htm
[3]. http://www.eneayudas.cl/induccionmatematicacurso1/index.html

1. Las notas de pie de página deberán estar en la página donde se citan. Letra Times New Roman de 8 puntos