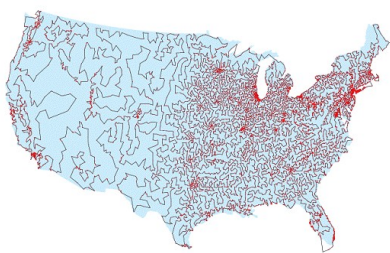
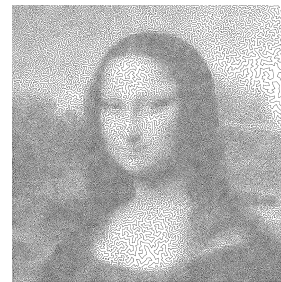


TP numéro 3 : TSP
Durée : 2 séances

Rappels : le problème du voyageur de commerce (Travelling Salesman Problem – TSP) consiste à rechercher dans un graphe le cycle de longueur minimale passant une fois et une seule par chaque sommet. C'est un problème NP-difficile qui a servi de plateforme d'essai à la plupart des méthodes de résolution, exactes comme approchées, en Recherche Opérationnelle. Il trouve une application évidente en transport et en logistique. On le retrouve aussi dans des problèmes tels que la conception de carte ou le regroupement de brins d'ADN. On l'utilise même pour produire des résultats artistiques. Nous allons étudier plusieurs méthodes de résolution approchée.



tour optimal sur 15309 villes aux USA



un autre regard sur Mona Lisa

1) Récupération des instances

Le site de la TSPLIB (<http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/>) contient des fichiers de données correspondant aux instances symétriques (coût des arcs (i,j) et (j,i) identique) avec le format (<http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/DOC.PS>).

2) Manipulations élémentaires

Réaliser un code permettant de lire une instance depuis un fichier et de stocker les informations dans un graphe orienté. Pour l'implémentation du graphe, penser aux fonctionnalités qui seront importantes par la suite.

3) Heuristiques de construction

Les heuristiques de construction ont pour but de construire une solution *ex-nihilo* en utilisant des critères visant à inclure le plus de bonnes caractéristiques des solutions optimales. Dans le cas du TSP, on cherche à avoir le plus d'arcs de faible coût.

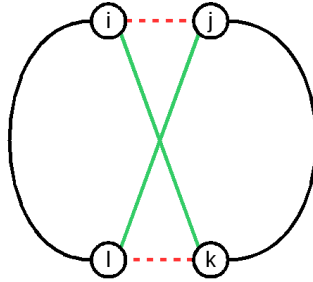
- a) réaliser une routine qui évalue un tour. Vérifier sur le tour trivial $(1, 2 \dots n-1, n)$
- b) l'heuristique « nearest neighbour » construit progressivement un tour en se déplaçant vers le sommet voisin non visité le plus proche du sommet courant. Quelle est la complexité de l'heuristique ? Vérifier que le sommet initial peut avoir une influence sur le tour généré
- c) l'heuristique « cheapest insertion » commence par un point. À chaque itération, elle recherche l'insertion la moins chère d'un sommet non visité. Quelle est sa complexité ? Vérifier que le point initial a une influence sur le tour généré. Étudier la variante où l'on part d'un tour initial constitué des points d'abscisse minimale, d'ordonnée minimale, abscisse maximale puis ordonnée maximale (avec les cas particuliers)
- d) on propose l'heuristique suivante : on trie les arcs par valeur de coût croissante. Ensuite on parcourt l'ensemble trié des arcs et on valide un arc s'il ne crée pas un cycle. Quelle

est la complexité de l'approche de base ? Le point de complexité critique est le test de cycle. On se propose d'utiliser une structure de type « disjoint set » pour représenter des ensembles disjoints que l'on fusionne deux à deux pour réduire la complexité du test. À quelle complexité arrive-t-on ? Quelle est la performance de cette heuristique ?

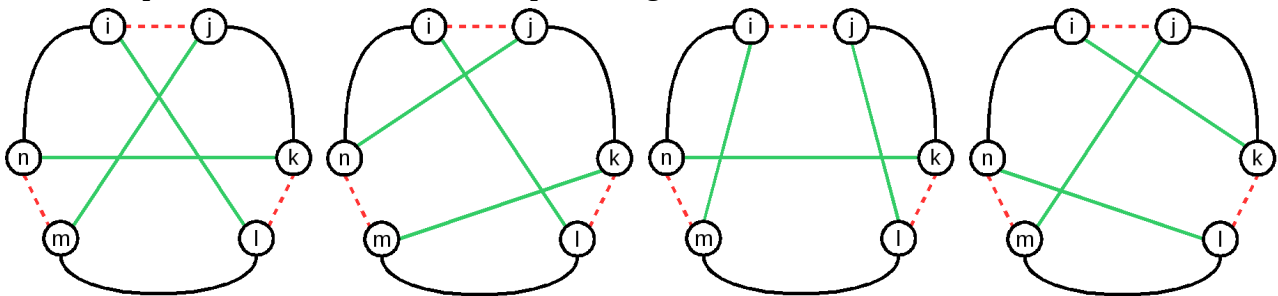
4) heuristiques d'amélioration

Les heuristiques d'amélioration partent d'une solution initiale qu'elles améliorent progressivement en appliquant des modifications locales. Nous allons étudier des mouvements de type k-Opt (supprimer k arcs pour les remplacer par k arcs différents).

- a) le 2-Opt supprime 2 arcs (i,j) et (k,l). Les segments {j,k} et {l,i} sont reconnectés par les arcs (i,k) et (j,l). Un des deux segments est renversé ; ceci ne modifie pas le coût puisque le graphe est symétrique.



- b) Le 3-opt fait de même avec trois arcs et quatre combinaisons sont possibles. Seule la première variante ne renverse pas de segment.



La complexité croît avec la valeur de k. En pratique, on monte rarement au-delà de 4. Le Or-Opt et le Swap sont des cas particuliers du k-Opt pour k=3 et k=4 respectivement.

Une méthode de descente est un algorithme itératif : à chaque itération, on recherche une amélioration de la solution courante en appliquant un type de voisinage. On s'arrête lorsqu'on ne trouve plus de mouvement améliorant. Il existe deux approches classiques pour sélectionner le voisin : prendre le meilleur voisin améliorant, prendre le premier voisin améliorant. Dans la pratique, la seconde approche semble meilleure. La manière de parcourir les voisins est importante car il faut éviter au maximum les biais.

- a) Réaliser une recherche locale avec le 2-Opt, une autre avec le 3-Opt. Que constate-t-on ?
b) Mettre en place une recherche locale de type VND utilisant le 2-Opt et le 3-Opt. Que peut-on dire par rapport aux deux approches précédentes ?

5) Métaheuristiques

Les métaheuristiques sont des schémas généraux de parcours de l'espace des solutions. On trouve des extensions des recherches locales (recuit simulé, recherche tabou, GRASP, VNS) comme des méthodes à population de solution (algorithme génétique, colonies de fourmis, scatter search) ou des schémas hybrides (algorithmes mémétiques).

Mettre en place une VNS dont le mouvement de perturbation (shaking) consiste à supprimer k arcs au hasard pour les remplacer par k autres au hasard (pas tout à fait quand même)