

Problema 1170

Demuestre la fórmula de combinaciones con repetición

$$C_r^n = \binom{n+r-1}{r}$$

Para demostrarla utilizamos el coeficiente binomial de Pascal

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

Ahora

$$\binom{n+r-1}{r} = \binom{n+r-2}{r-1} + \binom{n+r-2}{r}$$

volvemos a aplicar la propiedad hasta llegar al último término

$$\binom{n+r-1}{0} = \binom{n+r-1-1}{-1} + \binom{n+r-1-1}{0}$$

Observe que el último término es $\binom{n}{0}$ que es igual a 1

Si Reorganizamos y simplificamos los términos obtenemos:

$$\binom{n+r-1}{r} = \binom{n}{0} + \binom{n+1}{1} + \binom{n+2}{2} + \dots + \binom{n+r-2}{r-2} + \binom{n+r-1}{r-1}$$

siendo demostrada la fórmula