

Al derivar esta expresion, nuevamente se obtiene la cuarta derivada.

$$f^{iv}(x_i) = \frac{f'(x_{i+3}) - 3f'(x_{i+1}) + 3f'(x_{i-1}) - f'(x_{i-3}))}{8h^3}$$

$$f^{iv}(x_i) = \frac{\left(\frac{f(x_{i+4}) - f(x_{i+2}))}{2h} \right) - 3 \left(\frac{f(x_{i+2}) - f(x_i)}{2h} \right) + 3 \left(\frac{f(x_i) - f(x_{i-2}))}{2h} \right) - \left(\frac{f(x_{i-2}) - f(x_{i-4}))}{2h} \right)}{8h^3}$$

$$f^{iv}(x_i) = \frac{f(x_{i+4}) - 4f(x_{i+2}) + 6f(x_i) - 4f(x_{i-2}) + f(x_{i-4}))}{16h^4}$$

$$f^{iv}(x_i) = \frac{f(x_{i+4h}) - 4f(x_{i+2h}) + 6f(x_i) - 4f(x_{i-2h}) + f(x_{i-4h}))}{(2h)^4}$$

Dejando h sin coeficiente en el denominador: $2h \rightarrow h$

$$f^{iv}(x_i) = \frac{f(x_{i+2h}) - 4f(x_{i+h}) + 6f(x_i) - 4f(x_{i-h}) + f(x_{i-2h}))}{h^4}$$

Finalmente

$$f^{iv}(x_i) = \frac{f(x_{i+2}) - 4f(x_{i+1}) + 6f(x_i) - 4f(x_{i-1}) + f(x_{i-2}))}{h^4}$$