1

62) 1

48 답 ①

실수 a, b에 대하여 $z=a+bi$라 하면 $\overline{z}=a-bi$

ㄱ. $z+\overline{z}=(a+bi)+(a-bi)=2a$

이므로 $z+\overline{z}$는 항상 실수이다. (참)

ㄴ. $z-\overline{z}=(a+bi)-(a-bi)=2bi$

이때, $b=0$, 즉 z가 실수이면 $z-\overline{z}=0$이 되어 실수이다. (거짓)

ㄷ. $\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{a+bi}=\dfrac{a-bi}{a^2+b^2}$와 $\dfrac{1}{\overline{z}}=\dfrac{1}{a-bi}=\dfrac{a+bi}{a^2+b^2}$로

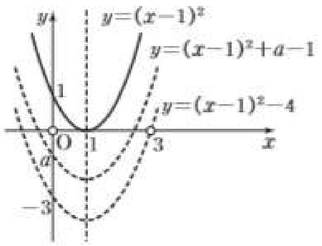
$b\neq0$이면 $\dfrac{1}{z}$과 $\dfrac{1}{\overline{z}}$의 허수부분은 서로 다르다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ이다.

42)④

43 답 ④

$f(x)=x^2-2x+a$라 하면 함수 $f(x)=(x-1)^2+a-1$의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ a-1)$이므로 a의 값에 따라 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같다.



즉, $a-1\le 0$에서

$a\le 1 \cdots$ ㉠

$f(3)>0$에서

$f(3)=3^2-2\times 3+a=3+a>0$이므로

$a>-3 \cdots$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡에 의하여 $-3<a\le 1$

13) [정답] 10

이차방정식 $x^2-2(a+k)x-a+10=0$의 판별식을 D라 할 때, 이 이차방정식이 실근을 가지려면

$$\frac{D}{4}=(a+k)^2+(a-10)\geq 0 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

이때, a, k는 실수이므로 $(a+k)^2\geq 0$이다.

따라서 ㉠이 모든 실수 k에 대하여 항상 성립하려면 $a-10\geq 0$, 즉 $a\geq 10$

이어야 하므로 실수 a의 최솟값은 10이다.

73) 3

$z=\frac{-1+\sqrt{2}i}{3}$ 에서 $3z+1=\sqrt{2}i$ 위의 식의 양변을 제곱하면

$9z^2+6z+1=-2,\ 9z^2+6z+3=0$

$\therefore 3z^2+2z+1=0 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$$\frac{1}{3z^3+5z^2+z+1}=\frac{1}{\left(3z^2+2z+1\right)z+3z^2+1}$$

$$=\frac{1}{3z^2+1}$$ (∵㉠)

$$=-\frac{1}{2z}$$ (∵㉠) 즉, $-\frac{1}{2z}=az+b$ 이므로 양변에 $2z$ 를 곱하면

$$2az^2+2bz+1=0$$

위의 식은 ㉠을 만족하므로

$2a=3,\ 2b=2 \quad \therefore a=\frac{3}{2},\ b=1$

$\therefore 2ab=2\times\frac{3}{2}\times 1=3$

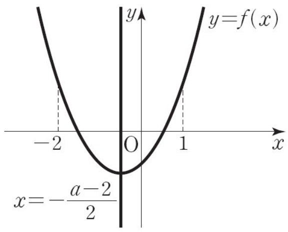
50) [정답] ③

$f(x)=x^2+(a-2)x-2a+4$라 하면 이차방정식 $f(x)=0$이 $-2<x<1$에서 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 이차함수

$f(x)=x^2+(a-2)x-2a+4$

$=\left(x+\dfrac{a-2}{2}\right)^2-2a+4-\dfrac{(a-2)^2}{4}$

의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 방정식 $f(x)=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(a-2)^2-4(-2a+4)>0$

에서

$a^2+4a-12>0$, $(a+6)(a-2)>0$

$\therefore\ a<-6$ 또는 $a>2$

(ii) $f(-2)>0$에서

$4-2(a-2)-2a+4>0$

$-4a+12>0\ \ \therefore\ a<3$

(iii) $f(1)>0$에서

$1+(a-2)-2a+4>0$

$-a+3>0\ \ \therefore\ a<3$

(iv) 함수 $y=f(x)$의 그래프의 대칭축인 $x=-\dfrac{a-2}{2}$가 -2와 1 사이에 있어야 하므로

$-2<-\dfrac{a-2}{2}<1$,

$-2<a-2<4$

$\therefore\ 0<a<6$

(i) ~(iv)에서 조건을 만족하는 실수 a의 값의 범위는 $2<a<3$이다.

10) [정답] ②
조건 (나)에서 c와 d는 각각 3개의 양의 약수를 가지므로 소수의 완전제곱수이
고, 조건 (가)에서 100이하의 서로 다른 자연수이므로 2^2, 3^2, 5^2, 7^2 중의
하나이다.
이때, 이차방정식 $x^2-ax+b=0$의 두 근이 c, d이므로 이차방정식의 근과
계수의 관계에 의하여 $c+d=a$, $cd=b$
조건 (가)에서 a, b는 서로 다른 100이하의 자연수이므로 조건을 만족하는
순서쌍 $(a,\ b)$는 $(2^2+3^2,\ 2^2\times 3^2)$과 $(2^2+5^2,\ 2^2\times 5^2)$의 2개 이다.

46) 5

40 답 ⑤

$\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$이므로

$f(n)=\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n=(-i)^n$

ㄱ. $f(2)=(-i)^2=-1$ (참)

ㄴ. $f(n+2)=(-i)^{n+2}=(-i)^2(-i)^n$

$=-(-i)^n=-f(n)$ (참)

ㄷ. $(-i)^n$은 $n=4k$, $n=4k+1$, $n=4k+2$, $n=4k+3$ (k는 음이 아닌 정수)인 경우에 각각 1, $-i$, -1, i이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

48)④

49 답 ④

직선 OA의 방정식은 $y=2x$

직선 OA와 평행하면서 $y=x^2$의 그래프에 접하는 직선의 방정식을 $y=2x+k$라 하면 $x^2=2x+k$에서

$x^2-2x-k=0$ ⋯ ㉠

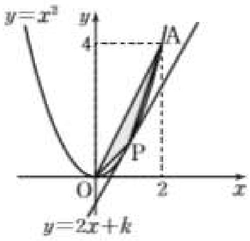
직선과 이차함수의 그래프가 접하므로 ㉠의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=1+k=0$ $\therefore k=-1$

$k=-1$을 ㉠에 대입하면 $x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$ $\therefore x=1$

따라서 점 P의 좌표는 $(1, 1)$이므로 $t=1$



41) 정답 ①

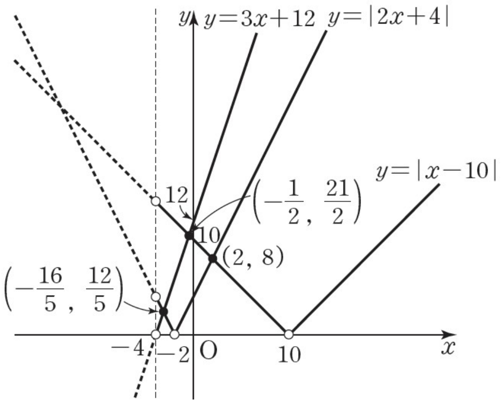
$|2x+4|$, $|x-10|$, $3x+12$는 삼각형의 세 변의 길이이므로 $|2x+4|>0$, $|x-10|>0$, $3x+12>0$

이때, $3x+12>0$에서 $x>-4$

또한 $|2x+4|=\begin{cases} 2x+4 & (x>-2) \\ -2x-4 & (x<-2) \end{cases}$이고

$|x-10|=\begin{cases} x-10 & (x>10) \\ -x+10 & (x<10) \end{cases}$이다.

따라서 $x>-4$, $x\neq-2$, $x\neq10$일 때,
$y=|2x+4|$, $y=|x-10|$, $y=3x+12$의 그래프 및 각 그래프끼리의 교점은 다음 그림과 같다.



한편, 세 선분으로 삼각형이 만들어지려면
(가장 긴 변의 길이) < (나머지 두 변의 길이의 합)
이 되어야 하므로 주어진 세 변의 길이에 대하여 길이가 가장 긴 변의 길이는

$-4<x\leq-\frac{1}{2}$일 때, $|x-10|$이고

$x\geq-\frac{1}{2}$일 때, $3x+12$이므로 다음과 같이 경우를 나누어 x의 값의 범위를 구할 수 있다.

(ⅰ) $x>10$일 때,
가장 긴 변의 길이는 $3x+12$이고
$|2x+4|=2x+4$, $|x-10|=x-10$이므로
$3x+12<(2x+4)+(x-10)$
$\therefore 12<-6$
즉, 옳지 않은 부등식이므로 해는 없다.

(ⅱ) $2\leq x<10$일 때,
가장 긴 변의 길이는 $3x+12$이고
$|2x+4|=2x+4$, $|x-10|=-(x-10)$이므로
$3x+12<(2x+4)-(x-10)$
$2x<2$ $\qquad\therefore x<1$
이때, $2\leq x<10$이므로 해는 없다.

(ⅲ) $-\frac{1}{2}\leq x<2$일 때,
가장 긴 변의 길이는 $3x+12$이고
$|2x+4|=2x+4$, $|x-10|=-(x-10)$이므로
$3x+12<(2x+4)-(x-10)$
$2x<2$ $\qquad\therefore x<1$
이때, $-\frac{1}{2}\leq x<2$이므로 해는 $-\frac{1}{2}\leq x<1$

(ⅳ) $-2<x<-\frac{1}{2}$일 때
가장 긴 변의 길이는 $|x-10|=-(x-10)$이고
$|2x+4|=2x+4$이므로
$-(x-10)<(2x+4)+(3x+12)$
$-6x<6$ $\qquad\therefore x>-1$
이때, $-2<x<-\frac{1}{2}$이므로 해는 $-1<x<-\frac{1}{2}$

(ⅴ) $-\frac{16}{5}\leq x<-2$일 때
가장 긴 변의 길이는 $|x-10|=-(x-10)$이고
$|2x+4|=-(2x+4)$이므로
$-(x-10)<-(2x+4)+(3x+12)$
$-2x<-2$ $\qquad\therefore x>1$
이때, $-\frac{16}{5}\leq x<-2$이므로 해는 없다.

(ⅵ) $-4<x<-\frac{16}{5}$일 때
가장 긴 변의 길이는 $|x-10|=-(x-10)$이고
$|2x+4|=-(2x+4)$이므로
$-(x-10)<-(2x+4)+(3x+12)$
$-2x<-2$ $\qquad\therefore x>1$
이때, $-4<x<-\frac{16}{5}$이므로 해는 없다.

(ⅰ) ~ (ⅵ)에서 삼각형의 세 변의 길이가 될 수 있도록 하는 x의 값의 범위는
$-1<x<1$

10

62) 27

64 답 27

주어진 부등식을 m에 대하여 정리하면

$(x-2)m^2-2(x-2)m+5\geq 0$

이 식이 실수 m의 값에 관계없이 항상 성립할 조건은

(i) $x-2>0$일 때,

이차방정식 $(x-2)m^2-2(x-2)m+5=0$의 판별식을 D라

하면 $\dfrac{D}{4}=(x-2)^2-5(x-2)\leq 0$이므로

$(x-2)(x-7)\leq 0$

$\therefore 2\leq x\leq 7$

이때, $x>2$이므로 $2<x\leq 7$

(ii) $x=2$일 때,

$5\geq 0$으로 항상 성립하므로 $x=2$

(i), (ii)에 의하여 $2\leq x\leq 7$

따라서 모든 정수 x의 값의 합은

$2+3+4+5+6+7=27$