Épsilons, deltas y la invención de los números reales.

Julio César Lozano Garnica

04 de junio del 2025

Este es un ensayo sobre la sección titulada $\acute{E}psilons$, $deltas y la invención de los números reales que forma parte del capítulo <math>C\'{a}lculo$ / $An\'{a}lisis$, del libro "El lenguaje de las matemáticas" escrito por Raúl Rojas Gonzaléz.

Épsilons y deltas.

Me parece muy curioso como es que surge la necesidad de ponerle nombre a un concepto tan abierto y estricto a la vez como es el caso de las épsilons ε y las deltas δ . Como menciona el autor, en ambos casos se trata de definir un intervalo, del cual una sucesión convergente, un límite o la continuidad de una función no tienen la posibilidad de escapar si es que tienen la intención de existir. Que nos refiramos a estas ideas con una sola letra y además sean letras griegas que a mi parecer poseen de una gran estética, me parece elegante y muy concreto, pues al trabajar con ellas es muy práctico referirnos únicamente a una épsilon, en vez de enunciar a un concepto largo de díficil digestión mental. En este sentido, creo que tanto el concepto mismo, como la idea de referirnos a él, demuestran la gran genialidad de las personas que los inventaron.

En cuanto a como es que el autor nos presenta la información sobre este tema, me parece adecuado; pues a pesar de exponer únicamente los conceptos de manera intuitiva y resumida, considero que lográ pintar en nuestras mentes una primera idea muy sólida de lo que es tratar con estos "intervalos" y de lo que se busca llegar con ellos. Hablando desde mi experiencia personal, haber obtenido un gráfico como lo es la Figura 1: Una sucesión convergente, en mi primer intento por cursar Cálculo I, hubiera sido sin duda, una experiencia mucho mejor a lo que fue tratar de abstraer sin éxito un concepto al que nunca había estado expuesto y que no genero en mi otra cosa que no fuera frustración y decepción. Sentimiento que al parecer es muy común, pues el mismo autor refiere a este tema como "aterrorizante" para todos aquellos que nos aventuramos a cursar los primeros semestres de la carrera de matemáticas.

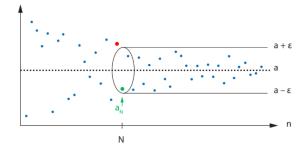


Figura 1: Una sucesión convergente

Invención de los números reales.

Más adelante en el texto, el autor da una pequeña introducción a la historia de la invención de los números reales. Por decir pequeña, tal vez me este quedando muy corto, pues comparada con el libro "Un acercamiento a los fundamentos del Cálculo" del profesor Fernández, no es nada, sin embargo; rescata aspectos muy importantes como lo son los números irracionales y me gusta mucho como es que menciona estos huecos que existirían en la recta de los números reales si es que estos no existieran y la razón de mi agrado, es que teniendo esto en mente, uno como estudiante puede empatizar mucho más con la urgencia de llenar esos huecos y puede celebrar con gusto los éxitos de las aportaciones de Cauchy, Dedekind y Cantor en sus creaciones de modelos para describir a los números reales de una manera formal y completa.



Figura 2: Recta de los números reales

Sin embargo, considero que el autor comete un ligero error al utilizar su ejemplo respecto a la definición de los números reales, haciendo analogía con las carreteras que desembocan en el mismo lugar y mencionando que en el plano euclidiano no se quiere que hayan agujeros. Me parece que se enreda en su idea y no resulta tan explicativo como se propone, pues el concepto de plano Euclidiano no es tan popular a comparación de si solo se intenta imaginar una línea recta punteada.

En general, me parece muy adecuado la manera en la que el autor aborda los temas referentes a esta sección. Pues si bien recupera los aspectos históricos referentes a las épsilons y las deltas, también se permite presentar en la mente del lector las ideas intuitivas que motivaron la existencia de estos conceptos y eso me parece indispensable que este presente en cualquier texto divulgativo de matemáticas.