

# Épsilons, deltas y la invención de los números reales.

Julio César Lozano Garnica

04 de junio del 2025

Este ensayo comenta la sección titulada “Épsilons, deltas y la invención de los números reales”, que forma parte del capítulo “Cálculo / Análisis” del libro *El lenguaje de las matemáticas*, escrito por Raúl Rojas González.

## Épsilons y deltas.

Me parece muy curioso cómo es que surge la necesidad de ponerle nombre a un concepto tan abierto y estricto a la vez como es el caso de las épsilons ( $\varepsilon$ ) y las deltas ( $\delta$ ). Como menciona el autor, en ambos casos se trata de definir un intervalo, del cual una sucesión convergente, un límite o la continuidad de una función no tienen la posibilidad de escapar si es que tienen la intención de “existir” formalmente.

Que nos reñamos a estas ideas con una sola letra y además sean letras griegas que a mi parecer poseen de una gran estética, me parece elegante y muy concreto, pues al trabajar con ellas es muy práctico referirnos únicamente a una épsilon, en lugar de expresar todo el concepto de forma extensa y difícil de procesar. En este sentido, creo que tanto el concepto mismo, como la idea de referirnos a él, demuestran la gran genialidad de las personas que los inventaron.

En cuanto a como es que el autor nos presenta la información sobre este tema, me parece adecuado; pues a pesar de exponer únicamente los conceptos de manera intuitiva y resumida, considero que logra pintar en nuestras mentes una primera idea muy sólida de lo que es tratar con estos “intervalos” y de lo que se busca llegar con ellos. Hablando desde mi experiencia personal, haber tenido un gráfico como lo es la *Figura 1: Una sucesión convergente*, en mi primer intento por cursar Cálculo I, hubiera sido sin duda, una experiencia mucho mejor a lo que fue tratar de abstraer sin éxito un concepto al que nunca había estado expuesto y que no generó en mí otra cosa que no fuera frustración y decepción. Sentimiento que al parecer es muy común, pues el mismo autor refiere a este tema como “aterrorizante” para todos aquellos que nos aventuramos a cursar los primeros semestres de la carrera de matemáticas.

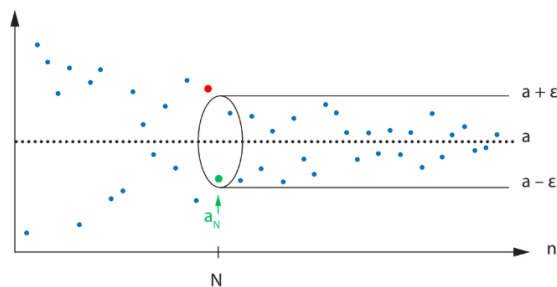


Figura 1: Una sucesión convergente

## Invencción de los números reales.

Más adelante en el texto, el autor ofrece una breve introducción a la historia de la invención de los números reales. Decir “breve” quizá se queda corto, pues en comparación con el libro *Un acercamiento a los fundamentos del Cálculo*, del profesor Fernández, su exposición resulta mínima. No obstante, logra rescatar elementos fundamentales, como la aparición de los números irracionales, y me parece particularmente acertada la manera en que menciona los huecos que existirían en la recta numérica si estos números no formaran parte del sistema. Esta imagen me resulta muy poderosa, ya que permite al estudiante comprender con mayor claridad la necesidad de completar esa recta, y apreciar con entusiasmo las contribuciones de Cauchy, Dedekind y Cantor al proponer modelos formales y *completos* que describen rigurosamente a los números reales.

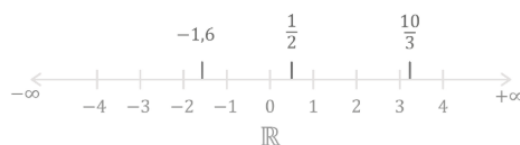


Figura 2: Recta de los números reales

Sin embargo, considero que el autor comete un ligero error al utilizar su ejemplo respecto a la definición de los números reales, haciendo analogía con las carreteras que desembocan en el mismo lugar y mencionando que en el plano euclidiano no se quiere que hayan agujeros. Me parece que se enreda en su idea y no resulta tan explicativo como se propone, pues el concepto de plano Euclidiano no es tan popular en comparación con imaginar simplemente una línea recta punteada.

En este contexto, también resulta interesante pensar cómo la construcción rigurosa de los números reales representa un punto de inflexión en la historia de las matemáticas. Durante siglos, los matemáticos trabajaron con una noción intuitiva de número que era útil pero insuficiente para fundamentar el análisis con total precisión. La aparición de definiciones formales, como las cortaduras de Dedekind o las sucesiones de Cauchy, no solo resolvió problemas técnicos, sino que dio a las matemáticas una base sólida para definir continuidad, límites y derivadas sin depender de la intuición geométrica.

Por otro lado, el hecho de que existan distintas construcciones posibles para los números reales también es una lección sobre la riqueza y flexibilidad del pensamiento matemático. No es que haya una única forma “correcta” de llegar a los reales, sino que diferentes enfoques pueden describir la misma estructura desde perspectivas complementarias. Esta multiplicidad de caminos hacia un mismo objeto da cuenta del nivel de abstracción que caracteriza a las matemáticas modernas, y puede servir de inspiración para estudiantes que se enfrentan por primera vez a estos temas aparentemente áridos.