

Bacharelado em Ciência da Computação

Métodos Heurísticos

Prof. Diego Mello da Silva

Instituto Federal de Minas Gerais - Campus Formiga

10 de novembro de 2014

Sumário

1 Fundamentos

2 Pseudo-Código

3 Artigos e Aplicações

4 Referências Bibliográficas

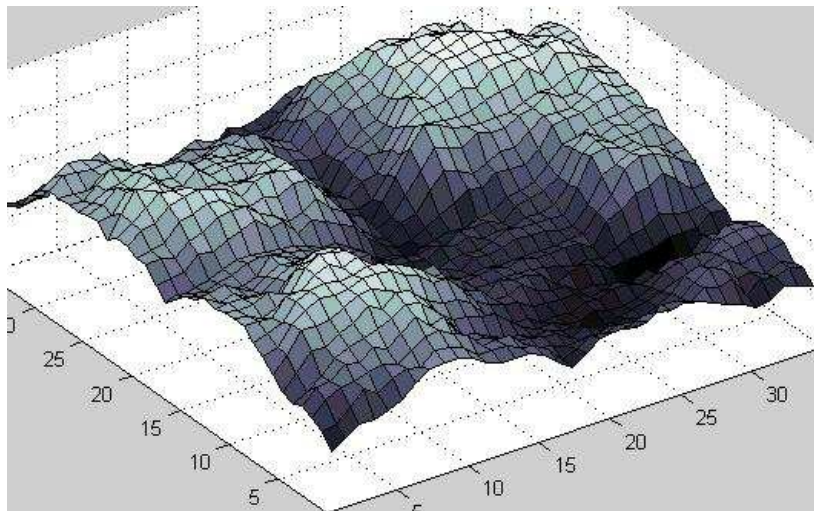
Fundamentos

Simulated Annealing¹

- **Recozimento:** processo de produzir metais e vidros muito resistentes
 - Material é aquecido a uma temperatura muito alta
 - Em seguida, metal é resfriado lentamente
 - Átomos formam estruturas mais estáveis e de maior resistência
- **Simulated Annealing:** busca local baseada neste processo termodinâmico
- É aplicada em problemas combinatoriais onde busca-se escolher valores para muitas variáveis a fim de produzir um valor para uma função objetivo que depende destas variáveis
- Energia: função objetivo do problema.
- Simulated Annealing normalmente busca minimizar a ‘energia’ do sistema (i.e., função objetivo)
- Novo estado: escolhido do espaço de busca realizando pequenas mudanças no estado corrente
 - Novo estado leva sistema como um todo a ‘menor energia’: aceita
 - Caso contrário, probabilidade determina se estado é aceito ou não

¹Talbi, E. G. *Metaheuristics: From Design to Implementation* (ISBN 9780470278581)

Landscape ~ Energia ~ Função Objetivo



Simulated Annealing

■ Critério de aceitação de Boltzmann

$$P(\text{aceitar novo estado}) = e^{-\Delta E/T}$$

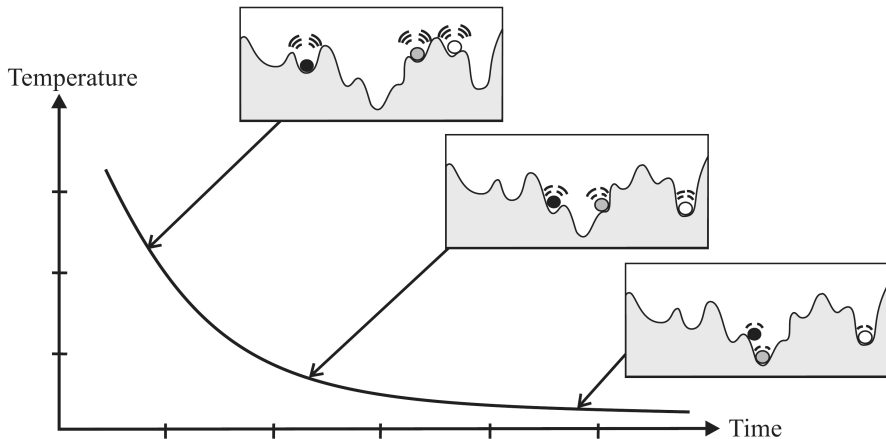
onde

ΔE : Diferença de energia ao mover do estado anterior para o corrente

T : Temperatura atual do sistema

- Temperatura refere-se à porcentagem de passos que podem levar a aceitação de um estado de aumento de energia
- Aceitar estados de 'maior energia' permite ao S.A. escapar de máximos locais
- A probabilidade de aceitar depende, portanto, da
 - (i) temperatura: se alta, maior probabilidade de aceitar movimentos 'ruins'
 - (ii) variação de 'energia': quanto mais alta, menor probabilidade de aceitar movimentos 'ruins'

Impacto da Temperatura



Simulated Annealing

■ Esquemas de Resfriamento (ou *cooling scheme* ou *cooling schedule*)

- Determinam a taxa de decaimento da temperatura a cada passo do S.A.
- Essencial na eficiência e efetividade do algoritmo

■ $\forall i \ T_i > 0$ e $\lim_{i \rightarrow \infty} T_i = 0$

■ *Cooling schedules* populares:

(a) **Linear:**

$$T_i = T_0 - i\beta$$

(b) **Geométrico:**

$$T = \alpha T$$

(c) **Logarítmico:**

$$T_i = \frac{T_0}{\log(i)}$$

(d) **Decaimento Lento:**

$$T_{i+1} = \frac{T_i}{1 + \beta T_i}$$

(e) **Não-monotônico:** temperatura eventualmente pode subir novamente, seguida por novos resfriamentos

Simulated Annealing

■ Condições de Parada

- Atingir uma temperatura final T_F conhecida
- Atingir um número pré-determinado de iterações sem melhorar a melhor solução encontrada

■ Escolhas importantes

- Temperatura inicial do sistema T_0
- Quantidade pela qual a temperatura é reduzida a cada iteração do método

■ Analogia entre Sistemas Físicos e Problemas de Otimização

Sistema Físico	Problema de Otimização
Estado do Sistema	Solução
Posições moleculares	Variáveis de Decisão
Energia	Função Objetivo
Temperatura	Parâmetro de controle T
Recozimento	Recozimento simulado

Pseudo-Código

Simulated Annealing (Adap. [Russel e Norvig])

Algoritmo 1 SIMULATED-ANNEALING(*problema*, *schedule*, T_F)

```
1: current  $\leftarrow$  MAKE-NODE[INITIAL-STATE[problema]]
2: for (t  $\leftarrow$  1 to  $\infty$ ) do
3:   T  $\leftarrow$  schedule[t]
4:   if ( $T \leq T_F$ ) then
5:     return current
6:   end if
7:   next  $\leftarrow$  sucessor selecionado aleatoriamente a partir de current
8:    $\Delta E \leftarrow$  VALUE[next] - VALUE[current]
9:   if ( $\Delta E < 0$ ) then
10:    current  $\leftarrow$  next
11:   else
12:    random  $\leftarrow$  número sorteado de  $U(0, 1)$ 
13:    if ( $random < e^{-\Delta E/T}$ ) then
14:      current  $\leftarrow$  next
15:    end if
16:  end if
17: end for
```

Simulated Annealing (Adap. [Lopes et al])

Algoritmo 2 SIMULATED-ANNEALING($f(\cdot)$, $N(\cdot)$, α , $SAMax$, T_0 , s)

```
1:  $s^* \leftarrow s$ ;  $Iter \leftarrow 0$ ;  $T \leftarrow T_0$ 
2: while ( $T > 0$ ) do
3:   while ( $Iter < SAMax$ ) do
4:      $Iter \leftarrow Iter + 1$ 
5:     Gere um vizinho qualquer  $s' \in N(s)$ 
6:      $\Delta \leftarrow f(s') - f(s)$ 
7:     if ( $\Delta < 0$ ) then
8:        $s \leftarrow s'$ 
9:       if ( $f(s') < f(s^*)$ ) then
10:         $s^* \leftarrow s'$ 
11:       end if
12:     else
13:       Tome  $x \in [0, 1]$ 
14:       if ( $x < e^{-\Delta/T}$ ) then
15:         $s \leftarrow s'$ 
16:       end if
17:     end if
18:   end while
19:    $T \leftarrow \alpha T$ ;  $Iter \leftarrow 0$ 
20: end while
21: return  $s^*$ 
```

Artigos e Aplicações

Alguns Artigos, Relatórios Técnicos e Aplicações

- *Optimization by Simulated Annealing* (Kirkpatrick et al)
Science, New Series, Vol. 220, No. 4598
- *Generalized simulated annealing for function optimization* (Bohachevsky et al)
Journal Technometrics, Volume 28 Issue 3, August 1986
- *Simulated Annealing* (Bertsimas e Tsitsiklis)
Statistical Science, Vol. 8, No. 1 (Feb., 1993)
- *Drawing Graphs Nicely Using Simulated Annealing* (Davison e Harel)
ACM Transaction on Graphics, Volume 15, No. 4 (1996) 301-331
- *Simulated Annealing for Traveling Salesman Problem* (Bookstaber)
Technical Report, 1997.
- *A new efficient simulated annealing algorithm for the resource-constrained project scheduling problem and its multiple mode version* (Boulemeine e Lecocq)
European Journal of Operational Research, 149 (2003) 268-281
- *A simple simulated annealing algorithm for the maximum clique problem* (Geng et al)
Information Sciences, Volume 177, Issue 22 (2007) 5064-5071
- *Simulated Annealing Aplicado ao Problema de Alocação de Salas com Deslocamentos Mínimos* (Kripka e Kripka)
Lopes et al. (Eds.), Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional (2013). ISBN 978-85-64619-10-4

Referências Bibliográficas

Referências Bibliográficas



CAMPELLO R. E, MACULAN N.

Algoritmos e Heurísticas: Desenvolvimento, Avaliação e Performance.
Editora da Universidade Federal Fluminense.



NETTO P. O. B.

Grafos: Teoria, Modelos e Algoritmos, 4a. edição.
Editora Blucher. ISBN: 9788521203919



GLOVER F., KOCHENBERG G. A.

Handbook of Metaheuristics.
Editora Springer. ISBN: 1-4020-7263-5



GAREY M. R., JOHNSON D. S.

Computers and Intractability - A Guide to the Theory of NP-Completeness.
Editora Freeman and Company.



GOLDBARG M. C., LUNA H. P.

Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos.
Editora Campus.



EIBEN A., SMITH J.

Introduction to Evolutionary Computing.
Editora Springer (Natural Computing Series). ISBN: 3540401849.



PARDALOS P., RESENDE M. G.

Handbook of Applied Optimization.
Editora Oxford.

Referências Bibliográficas



RIVEST R. L., LEIRSON C. E., CORMEN, T. H., STEIN, C.

Algoritmos: Teoria e Prática, 3a. edição.

Editora Campus. ISBN: 9788535236996



LOPES, H. S., RODRIGUES L. C. A., STEINER M. T. A.

Meta-heurísticas em Pesquisa Operacional

Editora Ominipax. ISBN: 978-85-64619-10-4 [recurso eletrônico]

DOI: 10.7436/2013.mhpo.0



RUSSEL, S., NORVIG, P.

Inteligência Artificial, 2a. Edição.

Editora Elsevier, 2004. ISBN: 978-85-352-1177-1