DISCUSSÃO SOBRE SISTEMAS LINEARES

JULIO BRANDASSE CTII 350.

Tarefa Barra

Julio Brandasse de Abreu Lima 350

1) $\begin{cases} ax + 4y = 1 \\ x + 2y = b \end{cases}$

$-a \begin{pmatrix} a & 4 & \vdots & 1 \\ 1 & 2 & \vdots & b \end{pmatrix}$. $\begin{pmatrix} 0 & 4-2a & \vdots & 1-a \cdot b \end{pmatrix}$

$(4-2a)y = 1 - ab$

$y = \dfrac{1-ab}{(4-2a)}$

a) $b = 1/2$

SPD

Denominador $\neq 0$

$D \neq 0$

$4 - 2a \neq 0$

$2a \neq 4 \rightarrow a \neq \frac{4}{2} \rightarrow a \neq 2$ (Falsa versão)

A) Falso

b) Se $A = 2$

S.P.I: Numerador $= 0$

$D = 0$

$\dfrac{N}{D} = \dfrac{1-ab}{(4-2a)} \rightarrow N = 0 \quad 1 - ab = 0 \rightarrow 2b = 1, \ b = \dfrac{1}{2}.$

$\rightarrow 4 - 2a = 0$

$2a = 4 \rightarrow a = \frac{4}{2} \rightarrow 2$ (Verdadeira)

B) Verdadeira

$A = 2 \rightarrow$ solução indeterminada!

data

C) Caso da questão A) F

- Para ter uma solução possível determinada, $a \neq 2$

D) Explicado na questão B)

$a = 2 \to$ solução indeterminada F

E) A Explicação é a mesma da questão D)

$a = 2 \to$ solução indeterminada F

*Resposta: Letra B)

2) $\begin{cases} x + ky = 1 \\ kx + y = 1 - k \end{cases}$ $-k \left(\begin{matrix} 1 & k & : & 1 \\ k & 1 & : & 1-k \end{matrix} \right)$

$\sim \left(\begin{matrix} 0 & 1-k^2 & ; & 1-2k \end{matrix} \right) \to (1-k^2)y = 1-2k$

$y = \dfrac{1-2k}{1-k^2}$

I - S.P.I $\to D = 0$ e $N = 0$

$\dfrac{N}{D} = \dfrac{1-2k}{1-k^2}$ $N = 0$ $1 - 2k = 0$ $2k = 1$ $k = \dfrac{1}{2}$

$D = 0 \to 1 - k^2 = 0$ $k^2 = 1$ $k = \sqrt{1} = \pm 1$ (falso)

Jandaia

data . .

$\underline{II}$ - S.I $\rightarrow D = 0, N \neq 0$

$\frac{N}{D} = \frac{1-2K}{1-k^2} \rightarrow N \neq 0 .\ 1-2k \neq 0$

$2k \neq 1$

$K \neq \frac{1}{2}$ - FALSO

$D = 0 \rightarrow K = \pm 1$.

Parte (I)

$-K \neq \frac{1}{2}$ ∴ S.I. Então não é garantido uma solução

$\underline{III}$ - S.P.D $\rightarrow D \neq 0$

$D \neq 0$

$1-K^2 \neq 0$

$K^2 \neq 1$

$K \neq \sqrt{1}$

$K \neq \pm 1$

(Falso) Tem solução única para 2 valores de k

R: Alternativa D)

3) a)

$$\begin{cases} x+2y+cz=1 \\ y+z=2 \\ 3x+2y+2z=-1 \end{cases}$$

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & c \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det}\,A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & c \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}\begin{matrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{matrix}$$

I. $2+6+0=8$

II. $3c+2+0=3c$

$=8-(3c+2)$

$8-3c-2$

$\boxed{6-3c}$

b) S.P.D $\rightarrow D\neq 0$

$$-3\begin{pmatrix} 1 & 2 & c & : & 1 \\ 0 & 1 & 1 & : & 2 \\ 3 & 2 & 2 & : & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & : & 2 \\ 0 & -4 & 2-3c & : & -4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 6-3c & : & -4 \end{pmatrix}$$

$D\neq 0$

$6-3c\neq 0$

$3c\neq 6$

$\rightarrow c\neq 6/3$

$\rightarrow c\neq 2 \rightarrow \{c\in\mathbb{R} \,/\, c\neq 2\}$

$\rightarrow (6-3c)z=-4$

$z=\dfrac{-4}{6-3c}$

4) $\begin{cases} x - y = k \\ 12x - ky + z = 1 \\ 36x + 0 + kz = 2 \end{cases}$

$$\begin{array}{c} -12 \\ \rightarrow \end{array} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & : & k \\ 12 & -k & 1 & : & 1 \\ 36 & 0 & k & : & 2 \end{pmatrix} \begin{array}{c} -36 \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 12-k & 1 & : & 1-12k \\ 0 & 36 & k & : & 2-36k \end{pmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -12k+k+36 & 0 & : & (-k).(1-12k)+2-36k \end{pmatrix}$$

$(-12k+k^2+36)y = -k+12k^2+2-36k$

$y = \dfrac{12k^2-37k+2}{k^2-12k+36}$

S.P.D

$\rightarrow D \neq 0 \rightarrow k^2-12k+36 \neq 0$

$\Delta = 144-4.1.36$

$\Delta = 144-144 = 0$

— / —

$k_1 = \dfrac{12+0}{2} \neq 6 \quad \Big\{ \; k_{11} = \dfrac{12-0}{2} \neq 6$

alternativa E)

data

5) $\begin{cases} x-y+z=6 \\ 2x+y-z=-3 \\ x+2y-z=-5 \end{cases}$

$1-2+2=1$

$$D=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}\begin{matrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{matrix} = 4-1=3$$

$-1+1+4=-20$

$-5-12-3=-20$

$$Dx=\begin{vmatrix} 6 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \\ -5 & 2 & -1 \end{vmatrix}\begin{matrix} 6 & -1 \\ -3 & 1 \\ -5 & 2 \end{matrix} = -17-(-20)=3$$

$-6-5-6=17$

$+3+5-12=10$

$$Dy=\begin{bmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & -5 & -1 \end{bmatrix}\begin{matrix} 1 & 6 \\ 2 & -3 \\ 1 & -5 \end{matrix} = -13-(10)=-3$$

$3-6-10=-13$

$-6+6+12=10$

$$Dz=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 6 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -5 \end{bmatrix}\begin{matrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{matrix}$$

$-5+3+24=22$

Letra B

$=22-10=12$

~//~

$x \cdot y \cdot z = ?$

$\frac{Dx \cdot Dy \cdot Dz}{D} = ?$ $\quad \frac{3}{3}\cdot\left(\frac{-3}{3}\right)\cdot\frac{12}{3} = 1\cdot(-1)\cdot 4 = \boxed{-4}$

Tilibra

data

6) $\begin{cases} x+y+z=k \\ kx+y+z=1 \\ x+y-z=k \end{cases}$ $\begin{array}{c} -1-k \\ L_0 \\ \ \end{array}\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & k \\ k & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & k \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{ccc:c} 0 & 1-k & 1-k & 1-k^2 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{array}\right) \rightarrow -2z=0$
$z=0$

$y(1-k)+(1-k).0=1-k^2$

$y=\frac{1-k^2}{1-k}$

S.I $\rightarrow D=0, N\neq 0$

$\frac{N}{D} \rightarrow 1-k^2\neq 0$ $\rightarrow k\neq\sqrt{1}$
$k^2\neq 1$ $\quad k\neq\pm 1$ $\rightarrow$ a) falso: não é valor único

$\rightarrow D=0$ $\rightarrow k=1$
$1-k=0$

S.P.D $\rightarrow D\neq 0$

$D\neq 0$ $\rightarrow k\neq 1$ $\rightarrow$ B) falso: não é valor único
$1-k\neq 0$

c) solução $(k,0,0)$ se $k\neq 0$ $\rightarrow$ falso:
$k=2$ (por exemplo) não combinou com $(k,0,0)$

$y=\frac{1-k^2}{1-k} \rightarrow \frac{1-4}{1-2}=\frac{-3}{-1}=3.$

Jandaia

$S.P.I \rightarrow D=0,\ N=0$

$\frac{N}{D} = y = \frac{1-k^2}{1-k} \rightarrow 1-k^2=0$ $\quad k=\sqrt{1}$

$k^2=1$ $\quad k=\pm 1$

$\rightarrow 1-k=0$

$k=1$

D) verdadeira

$I)\ z=0,\ y=\frac{1-k^2}{1-k} \rightarrow 0=\frac{1-k^2}{1-k}$

$0.(1-k) = 1-k^2$

$1-k^2=0$

$k^2=1$

$k=\sqrt{1}=\pm 1.$

$x+y-z=k$

$x+0-0=\pm 1$

$x=\pm 1$ (solução não nula: falsa)

R: D)

7) Soma dos valores de m = ???

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ mx-2y+4z=5 \\ m^2x+4y+16z=25 \end{cases}$$

$\rightarrow S.P.I \rightarrow D=0$

$N=0$

$\rightarrow$ filas paralelas proporcionais

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ m & -2 & 4 & 5 \\ m^2 & 4 & 16 & 25 \end{array}\right)$$

$Det=0$

$\rightarrow \frac{N}{D} = \frac{0}{0} = \frac{D_z}{D_z}$

$$Dz = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & -2 & 5 \\ m^2 & 4 & 25 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 & 1 \\ m & -2 \\ m^2 & 4 \end{matrix} \begin{matrix} \\ \longrightarrow (-2m^2 + 20 + 25) \\ \longrightarrow (-50 + 5m^2 + 4m) \end{matrix}$$

$Dz = (-50 + 5m^2 + 4m) - (-2m^2 + 20 + 25)$

$Dz = -50 + 5m^2 + 4m + 2m^2 - 20 - 25m$

$Dz = 7m^2 - 21m - 70$

$\frac{N}{D} = \frac{Dz}{Det}$

$Dz = 0$

$7m^2 - 21m - 70 = 0 \quad \div 7$

$m^2 - 3m - 10$

$\Delta = 9 + 40 = 49$

$m = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2.1} \rightarrow \frac{3+7}{2} \rightarrow \frac{10}{2} \rightarrow m_1 = 5$

$\frac{3-7}{2} \rightarrow \frac{-4}{2} \rightarrow m_2 = -2$

*Aplicação da soma das raízes

$5 + (-2) \rightarrow 5 - 2 \rightarrow 3$

alternativa c)

Tarefa Básica - Sistemas Lineares Homogêneos

1) $\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x+7y \\ 7x+y \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x+7y = Kx \\ 7x+y = Ky \end{cases}$

$\begin{cases} x-Kx+7y=0 \\ 7x+y-Ky=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x.(1-K)+7y=0 \\ 7x+y(1-K)=0 \end{cases}$

$\frac{N}{D} = \frac{0}{?}$] * SPI $\rightarrow$ D = det = 0

det: $\begin{vmatrix} 1-K & 7 \\ 7 & 1-K \end{vmatrix} \rightarrow (1-K)^2 - 49 = 0$

$(1-K)^2 = 49$

$1-K = \sqrt{49} \rightarrow 1-K = 7$

$K = 7+1 = 8$

Alt. E)

data 1.

2) $\begin{cases} 3x+4y-z=0 \\ 2x-y+3z=0 \\ x+y=0 \end{cases}$

$N=0$
$D\ ?$

$1+9+0=10$

$D=\begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{matrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{matrix}$ $10-10=0$

$0+12-2=10$

$\frac{N}{D}=\frac{0}{0}$: solução infinitas

Alternativa D)

visto que $\frac{0}{0}$ significa várias solução

3) SPI $\rightarrow D=0$
$N=0$

$\begin{cases} x+y+z=0 \\ Kx+3y+4z=0 \\ x+Ky+3z=0 \end{cases}$ $N=0$

$3+4K+3K=3+7K$

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ K & 3 & 4 \\ 1 & K & 3 \end{bmatrix}\begin{matrix} 1 & 1 \\ K & 3 \\ 1 & K \end{matrix}$

$9+4+K=13+K^2$

$D=13+K^2-(3+7K)=0$

$13+K^2-3-7K=0$

$K^2-7K+10=0$

$\Delta=49-4.1.10$

$\Delta=49-40=9$

$K=\frac{7\pm\sqrt{9}}{2} \rightarrow K_I=\frac{7+3}{2}=\frac{10}{2}=5$

$K_{II}=\frac{7-3}{2}=\frac{4}{2}=2$

Soma:
$5+2=7$

Letra D)

Jandaia

4) $\begin{cases} x + kz = 0 \\ kx + y = 0 \\ x + ky = 0 \end{cases}$ $N = 0$

$D \neq 0$

$k + 0 + 0 = k$

$$\left[\begin{matrix} 1 & 0 & k \\ k & 1 & 0 \\ 1 & k & 0 \end{matrix}\right] \begin{matrix} 1 & 0 \\ k & 1 \\ 1 & k \end{matrix}$$

$0 + 0 + k^3 = k^3$

$k^3 - k \neq 0$

$k^3 \neq k$

$\{k \in \mathbb{R} \mid k \neq 0, k \neq 1, k \neq -1\}$

Alternativa A)

5) $\begin{cases} -x + 2y - 3 = 0 \\ 3x - y + 3 = 0 \\ 2x - 4y + 6 = 0 \end{cases}$

$I: x = 2y - 3$

$II: 3x - y = -3$ $\longrightarrow$ $3.(2y - 3) - y = -3$

$y = 6y - 9 + 3$

$y - 6y = -6$

$-5y = -6 \rightarrow y = \frac{-6}{-5} = \boxed{\frac{6}{5}}$

$x = 2 . \frac{6}{5} - 3$

$x = \frac{12}{5} - 3 \longrightarrow \frac{5x}{5} = \frac{12 - 15}{5} \rightarrow x = \boxed{\frac{-3}{5}}$

$\left.\frac{-3}{5} \text{ e } \frac{6}{5}\right\}$ é determinado

B) Alternativa B)