

Obtención de ganancias para maniobra de Detumbling de CubeSats basado en LQR

Obtaining gains for Detumbling maneuver for CubeSats based in LQR

Ing. Julio Andrés Avila

Laboratorio Aeroespacial, Departamento de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería

Resumen:

La finalidad de esta investigación es la creación y diseño de un controlador capaz de estabilizar un CubeSat 3U, a pesar de su diferencia de inercias proveniente de su geometría. Se llevaron a cabo simulaciones que representan el comportamiento del satélite, específicamente la orientación de este y sus velocidades angulares, para esto se definió el modelo matemático del satélite en Matlab. La implementación de LQR requiere de un sistema lineal, por lo que se obtuvieron los respectivos jacobianos del modelo y se definió un punto de equilibrio en el espacio de estados para encontrar la matriz de ganancias que lleve a dicho sistema a este punto de equilibrio. Las simulaciones demostraron que este método es lo suficientemente robusto como para mantener al satélite en una orientación determinada en 3 escenarios distintos. En el primer escenario el controlador lleva al satélite a la orientación deseada al estar desfasado, en el segundo se evita que una perturbación grande externa altere la estabilidad en la orientación y el último escenario muestra que al oscilar descontroladamente es posible detenerlo y llevarlo a la orientación deseada.

Abstract:

The purpose of this research is the creation and design of a controller capable of stabilizing a CubeSat 3U, despite the difference in inertias resulting from its geometry. Simulations were carried out to represent the behavior of the satellite, specifically its orientation and angular velocities, for which the mathematical model of the satellite was defined in Matlab. The implementation of LQR requires a linear system, so the respective Jacobians of the model were obtained and an equilibrium point was defined in the state space to find the gain matrix that leads the system to this equilibrium point. Simulations showed that this method is robust enough to keep the satellite in a given orientation

in 3 different scenarios. In the first scenario the controller brings the satellite to the desired orientation by being out of phase, in the second scenario a large external disturbance is prevented from altering the orientation stability and the last scenario shows that by oscillating uncontrollably it is possible to stop it and bring it to the desired orientation.

Palabras clave: Sistemas dinámicos, control, orientación, rotación, espacio de estados, ganancia, variable de estado, LQR, jacobiano, satélites, parámetros modificados de Rodrigues.

Keywords: Dynamic systems, control, attitude, rotation, state space, gain, state variable, LQR, jacobian, satellite, Modified Rodrigues Parameters.

Introducción:

El sistema de determinación y control de orientación de un dispositivo o vehículo espacial es el módulo encargado de proporcionar una estimación de su orientación basado en distintas mediciones y, basándose en esta estimación, la orientación se corrige en tiempo real. Existen diversas formas de modelar matemáticamente la orientación de un cuerpo rígido, sin embargo cada una de estas presenta singularidades o propiedades que dificultan el manejo de datos a nivel computacional, además, la utilidad y facilidad de implementación de estos puede variar según la complejidad del sistema. La representación de la orientación debe realizarse de tal forma que sea de fácil manipulación computacional y que sea completamente controlable al linealizar el sistema alrededor de la orientación deseada. Una vez que se cuenta con un método adecuado para dicha representación, puede diseñarse un controlador para el sistema, el cual puede variar en función de la complejidad del cuerpo y del comportamiento deseado, en cualquier caso, se recomienda optar por un control óptimo basado en la dinámica del sistema.

Materiales y Métodos:

El presente trabajo utilizó como principal herramienta de simulación el software Matlab, particularmente el *toolbox* de *Control Systems*, para diseñar y probar el controlador *Linear Quadratic Regulator* (LQR). La simulación se centró en un CubeSat de 3 unidades, cuya dinámica se modeló considerando sus 6 grados de libertad: 3 de traslación y 3 de rotación.

Para representar la orientación del CubeSat de manera eficiente y evitar singularidades típicas de los ángulos de Euler, se implementaron los Parámetros Modificados de Rodrigues (MRP). Este

enfoque permitió una representación computacionalmente manejable y sin riesgos de singularidad, además de cumplir con la controlabilidad del sistema, la cual, según Pesce y colaboradores (2022), es fundamental para que el modelo matemático del controlador relacione las variables de estado con los actuadores.

$$\sigma = \frac{1}{\zeta(\zeta + 2)} \begin{pmatrix} C_{23} - C_{32} \\ C_{31} - C_{13} \\ C_{12} - C_{21} \end{pmatrix}$$

$$\zeta = \sqrt{\text{trace}(C) + 1}$$

Donde:

σ = Vector de orientación en forma de MRP.

C = Matriz de rotación.

Implementando los MRP y las velocidades angulares como variables de estado en la dinámica del satélite, la ecuación diferencial vectorial que describe la orientación del sistema se expresa de la siguiente manera:

$$\dot{x} = f(x, u) = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} [(1 - \sigma^2) I_{3 \times 3} + 2\tilde{\sigma} + 2\sigma\sigma^T]^B \omega \\ - \frac{(I_y - I_z)\omega_y\omega_z + \tau_x}{I_x} \\ - \frac{(I_z - I_x)\omega_z\omega_x + \tau_y}{I_y} \\ - \frac{(I_x - I_y)\omega_x\omega_y + \tau_z}{I_z} \end{pmatrix}$$

Donde:

- x corresponde al vector de variables de estado del sistema.
- u corresponde a las entradas de control (actuadores) del sistema.
- $I_{3 \times 3}$ es la matriz identidad de 3X3.
- I_x Corresponde a la inercia alrededor del eje x, respectivamente con los otros ejes.
- ω_x Corresponde a la velocidad angular alrededor del eje x, respectivamente con los otros ejes.
- τ_x Corresponde al torque aplicado alrededor del eje x, respectivamente con los otros ejes.

La ecuación dinámica no lineal del CubeSat se linealizó alrededor de un estado deseado, el cual es determinado por el usuario, generando matrices de estado A y B, necesarias para aplicar control sobre el sistema.

$$A = \frac{\partial f(x,u)}{\partial x} \quad B = \frac{\partial f(x,u)}{\partial u}$$

Luego de realizar el análisis matemático para el sistema linealizado, se observó que ciertas orientaciones siguen presentando un acoplamiento entre las rotaciones alrededor de los distintos ejes del satélite, por lo que implementar un controlador PID, el cual es el convencional para aplicaciones de control, no permite un control centralizado, ya que el uso de cada uno de los actuadores dependería únicamente del error en la orientación de su respectivo eje, en lugar de contemplar el error en todas las variables de estado como lo hace el controlador LQR. El controlador LQR fue diseñado para minimizar el costo de estabilización del sistema utilizando matrices de penalización Q y R, las cuales se definieron inicialmente como matrices identidad. Las ganancias del controlador se obtuvieron a través de la función **lqr** de Matlab, que proporcionó la matriz de ganancias K necesaria para calcular los torques requeridos en los actuadores del CubeSat.

Las simulaciones numéricas se realizaron utilizando el método de Runge Kutta de cuarto orden, una técnica eficiente para resolver ecuaciones diferenciales en el espacio de estados. Se probaron diferentes condiciones iniciales de orientación (convertidas de ángulos de Euler a MRP) y velocidades angulares, observando el comportamiento del sistema bajo diferentes escenarios. Para verificar el control sobre el sistema, se implementaron gráficas del error de orientación, el uso de actuadores y una visualización gráfica del comportamiento dinámico del CubeSat, la cual se aprecia en la figura 1.

Adicionalmente, se introdujo un mecanismo de verificación para prevenir singularidades durante las simulaciones. Este mecanismo funciona de tal forma que cuando los valores de los MRP alcanzan una magnitud cercana a 1, se aplicaba una transformación al conjunto sombra para mantener la estabilidad del sistema, como recomienda Schaub (2018). Esta transformación evita que se presenten singularidades, ya que media vez la magnitud del vector es superior a 1 los valores divergen, dicha transformación se realiza de la siguiente forma:

$$\sigma_i^s = \frac{-\sigma_i}{\sigma^2}$$

Finalmente, se realizaron pruebas variando las limitaciones de los actuadores y añadiendo perturbaciones manuales para analizar la robustez del sistema de control.

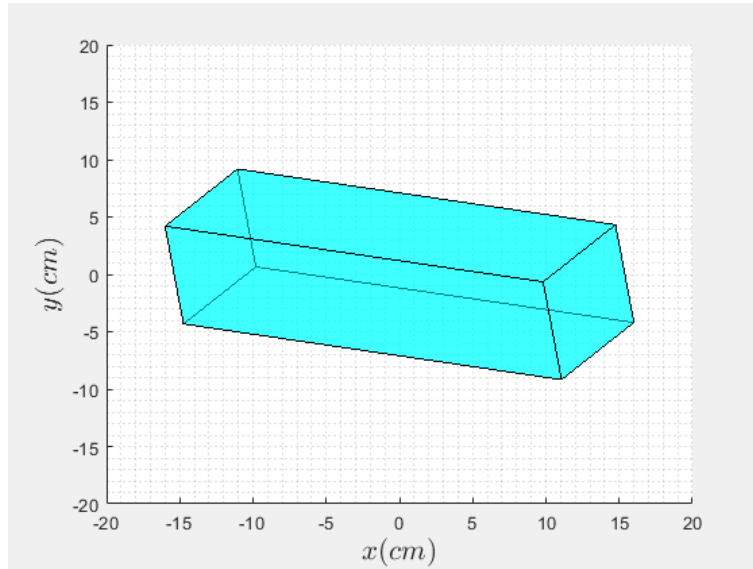


Figura 1. Visualización gráfica de la simulación.

Resultados y Discusión:

Los resultados fueron obtenidos a partir de las dimensiones y características promedio de un CubeSat 3U según estándares de la NASA.

Masa	4.0 kg
Inercia en x	$0.030 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Inercia en y	$0.030 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Inercia en z	$0.007 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Longitud en x	10.0 cm
Longitud en y	10.0 cm
Longitud en z	30.0 cm

Cuadro 1. Características utilizadas para simular un CubeSat 3U.

La primera simulación realizada recrea un escenario donde el satélite inicia en una orientación desfasada, con cierta velocidad angular ($\pi/2$ rad/s) y sin ninguna perturbación externa. Como puede observarse en la figura 2, al controlador le toma aproximadamente 15 segundos llevar al satélite a la orientación deseada, la cual se asumió de 0° de desfase respecto a un marco de referencia inercial. Además, se aprecia en la figura 3 como la limitación en el uso de los actuadores no presentó inconvenientes para el sistema, ya que luego de reducir la velocidad angular del satélite el uso de estos se reduce drásticamente. Como puede observarse, se presenta una discontinuidad en

los valores de Sigma (MRP) cerca de los 2.5 segundos, lo cual corresponde al instante en que la simulación detecta que estos valores están cerca de llegar a una singularidad, por lo que se realiza la transformación al conjunto sombra, a pesar de esta discontinuidad el comportamiento del sistema no se ve afectado y la simulación continua sin inconvenientes.

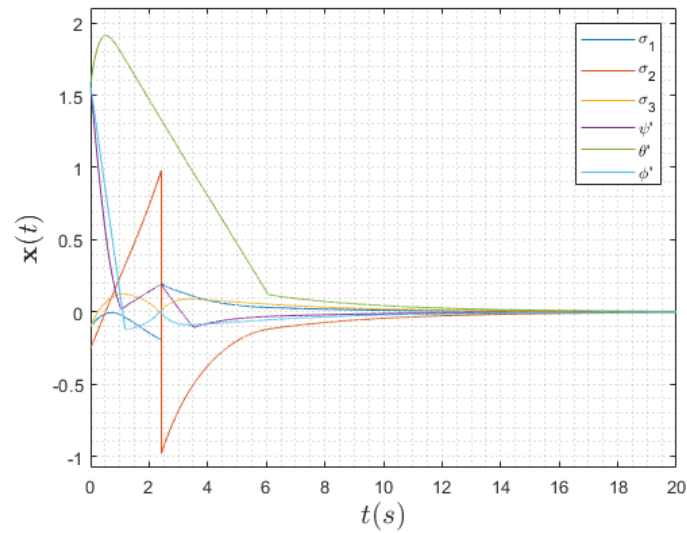


Figura 2. Evolución de las variables de estado sin perturbaciones.

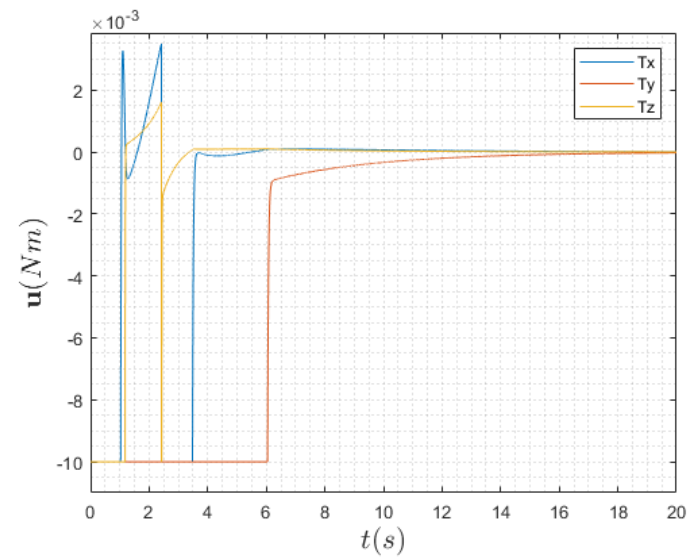


Figura 3. Uso de actuadores sin perturbaciones.

El siguiente caso contempla el escenario donde se hace presente una perturbación externa con una magnitud 1,000 veces mayor al torque máximo que pueden proporcionar los actuadores, el cual según según Markley (2016), se encuentra en los microNewton-metro. Sin embargo la figura 4 muestra cómo el control es lo suficientemente robusto como para rechazar dicha perturbación aproximadamente en un tiempo de 22 segundos. Esto se debe a que las velocidades angulares alrededor de los ejes simétricos (x y y) oscilan con el mismo comportamiento de un movimiento armónico, por lo que basta con que los actuadores provean un torque en sentido contrario para disminuir las velocidades. De igual manera puede apreciarse cómo las discontinuidades en los MRPs no afectan en la continuidad de las velocidades angulares ni al comportamiento del sistema.

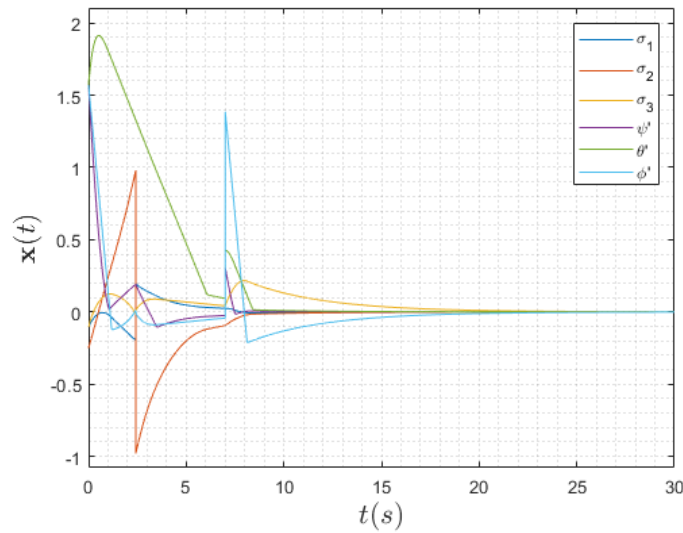


Figura 4. Evolución de las variables de estado en presencia de una perturbación.

El último caso contemplado en las simulaciones corresponde al *detumbling*, lo cual recrea el instante en que el satélite es lanzado hacia su órbita y durante unos instantes el controlador no se ha activado. Para recrear este escenario, se inició la simulación con cierta velocidad angular en todos los ejes pero sin el uso de actuadores, para activarlos luego de 8 segundos y verificar que de igual manera la orientación se estabilizará. Similar al caso anterior, se observa en la figura 5 que el sistema alcanza el equilibrio luego de aproximadamente 25 segundos aún con las limitaciones de torque, debido a que la ausencia de factores externos en el entorno del satélite permite un escenario “ideal”, donde la falta

de un controlador no genera que el valor de las variables de estado llegue a divergir, esto demuestra que a pesar la ausencia de actuadores por un periodo de tiempo, no se requerirá de un mayor uso de estos posteriormente.

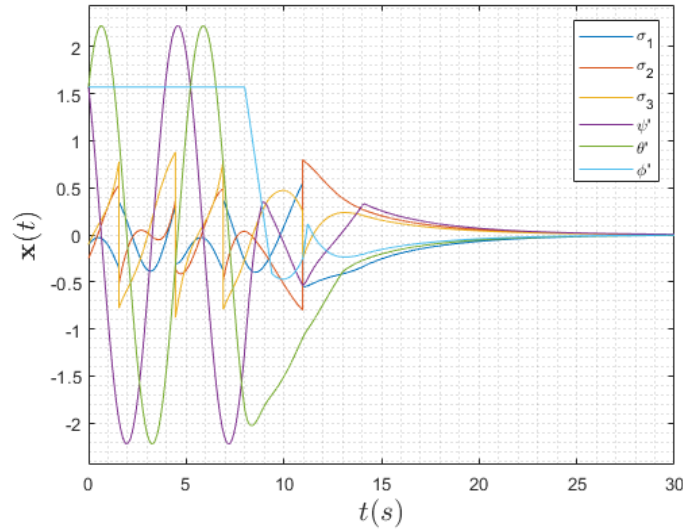


Figura 5. Evolución de las variables de estado en un caso de detumbling.

Conclusiones:

- La implementación de los Parámetros Modificados de Rodrigues permiten representar de forma eficiente la orientación del satélite sin requerir mayor uso computacional y sin el riesgo de llegar a singularidades, con el beneficio de tener total controlabilidad para cualquier estado.
- El acoplamiento entre variables de estado, aún después de una linealización, demuestra que un controlador centralizado que contemple a todas las variables es óptimo en el control de sistemas no lineales.
- El controlador LQR es lo suficientemente robusto y eficiente como para estabilizar el satélite a pesar del acoplamiento de las variables de estado en distintas orientaciones y de la no linealidad que presenta la dinámica del satélite.

Agradecimiento:

Esta investigación fue posible gracias al seguimiento y recomendaciones del Msc. José Bagur, docente y director del Laboratorio Aeroespacial. También se agradece al Msc. Miguel Zea, docente y director del Laboratorio de Robótica y al Dr. Luis Rivera, docente e investigador del departamento de Electrónica, por su asesoramiento en los temas de control y el desarrollo matemático. Se extiende un agradecimiento especial a Ashley Morales y al Ing. Pablo Moreno, quienes apoyaron en el proceso de investigación y gestión de este proyecto.

Bibliografía:

- Schaub, H., & Junkins, J. L. (2018). Analytical mechanics of space systems. American Institute of Aeronautics & Astronautics.
- Pesce, V., Colagrossi, A., & Silvestrini, S. (Eds.). (2022). Modern spacecraft guidance, navigation, and control: From system modeling to AI and innovative applications. Elsevier - Health Sciences Division.
- Landis Markley, F., & Crassidis, J. L. (2016). Fundamentals of spacecraft attitude determination and control. Springer.
- NASA. (n.d.). Guidance, navigation, and control (GNC). NASA Small Spacecraft Systems Virtual Institute. <https://www.nasa.gov/smallsat-institute/sst-soa/guidance-navigation-and-control/>