

## Ejercicios Entropía.

Pérez Flores Julio Alfonso, julio\_perez@ciencias.unam.mx  
Méndez Martínez Yuvia Libertad, yuviali1614@ciencias.unam.mx  
Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México.

25 de Marzo, 2023.

- 1) Al efectuar una expansión adiabática y reversible de un gas ¿Cuál es la variación de entropía?

En un proceso adiabático reversible se cumple que:

$$\frac{dQ}{T} = dS$$

pero además en un proceso adiabático  $dQ = 0 \quad \therefore$

$$\boxed{\Delta S = 0}$$

- 2) 1 kg de agua se encuentra a 0 °C y se calienta hasta 100 °C. Calcúlese la variación de entropía

Podemos apreciar que este sistema se encuentra a una presión constante pues se ebulle a presión atmosférica por lo tanto podemos aprovechar la definición de  $C_p$ .

$$C_p = \frac{dQ_p}{mdT} \Rightarrow dQ_p = mC_p dT \Rightarrow$$
$$dS_p = \frac{mC_p}{T} dT \quad \therefore$$

$$\Delta S = mC_p \int_{273.15 \text{ K}}^{373.15 \text{ K}} \frac{1}{T} dT = mC_p \ln\left(\frac{373.15 \text{ K}}{273.15 \text{ K}}\right)$$

utilizando el valor de  $C_p$  registrado por Engineering ToolBox<sup>[1]</sup>

$$\approx 1 \text{ kg } 4.216 \left[ \frac{\text{kJ}}{\text{K kg}} \right] 0.312 \approx \boxed{1.315 \text{ kJ K}^{-1}}$$

- 3) a) Dibuje el diagrama **T -S** de un ciclo de Carnot  
b) Determine la eficiencia de un ciclo de Carnot usando el diagrama **T - S** de a).

a)

El diagrama se puede apreciar en la **fig. 1**

b) Como se trata de un proceso reversible sabemos que:

$$dQ = T dS$$

El proceso de A a B se trata de un proceso isotermico, por lo que si integramos la expresión anterior tenemos:

$$\int dQ = T_c \int dS$$

$$\Rightarrow \int_{v_A}^{v_B} dQ = T_c \Delta S$$

$$nRT_c \ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right) = T_c \Delta S = Q_{entrada}$$

En el proceso de B a C al tratarse de un proceso adiabático, no hay intercambio de calor  $\Rightarrow Q = 0$

En el proceso de C a D tenemos un proceso isotermico, por lo que análogamente al proceso de A a B tenemos:

$$\int dQ = T_f \int dS$$

$$\Rightarrow \int_{v_C}^{v_D} dQ = T_f \Delta S$$

$$nRT_f \ln\left(\frac{v_D}{v_C}\right) = T_f \Delta S = Q_{salida}$$

Como se trata de un calor de salida

$$Q_{salida} = -nRT_c \ln\left(\frac{v_D}{v_C}\right)$$

Ahora bien si se trata de un gas ideal y el proceso se realiza a presión constante tenemos que:

$$\frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

Entonces tenemos que:

$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{T_f}{T_c} = \frac{v_D}{v_C}$$

Tenemos que la eficiencia esta dada por:

$$\eta = \frac{Q_{entrada} + Q_{salida}}{Q_{entrada}}$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{nRT_c \ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right) - nRT_f \ln\left(\frac{v_D}{v_C}\right)}{nRT_c \ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right)}$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{nRT_c \ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right) - nRT_f \ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right)}{nRT_c \ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right)}$$

$$\eta = \frac{T_c - T_f}{T_c}$$

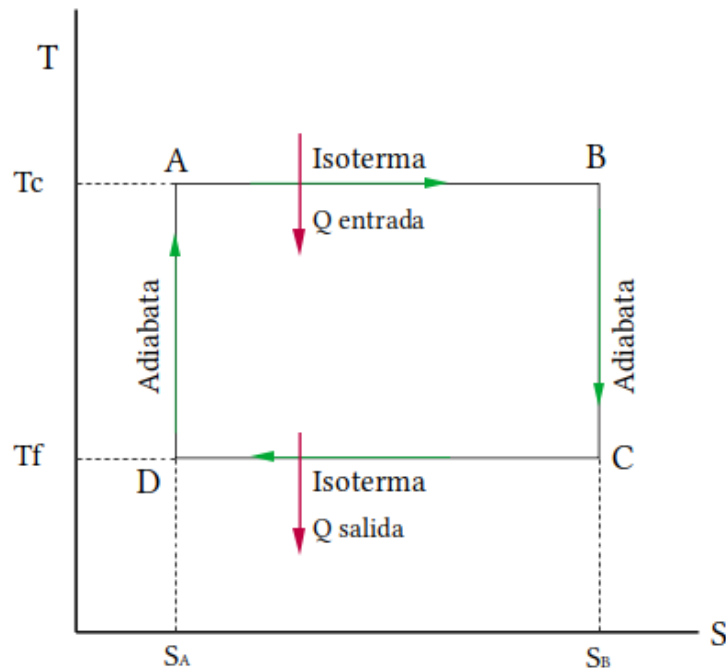


Figura 1: Diagrama de un ciclo de Carnot para un gas ideal en el plano T - S

- 4) Un recipiente con N moles de gas ideal con un volumen inicial  $V_i$  está en contacto con un depósito de calor  $T_0$  K. El gas se expande isotérmicamente a un volumen  $V_f$ . Calcular:

- La cantidad de calor absorbido por el gas, en esta expansión.
- El aumento en la Entropía del gas.

Se puede apreciar que el gas al ser expandido isotérmicamente sufrió un proceso reversible, esto debido a que conocemos el camino por el cual llego a esa diferencia de volúmenes.

- De la primer ley de la termodinámica, tenemos para una isoterma que:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow$$

$$Q = -W \quad \therefore$$

$$Q = \int_{V_i}^{V_f} p \, dV = nRT_i \int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V} \, dV = \boxed{nRT_i \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)}$$

- al ser un proceso reversible tenemos la siguiente relación

$$\int \frac{dQ}{T} = \int dS \Rightarrow \Delta S = \frac{Q}{T} \quad (1)$$

Como tenemos un proceso isotérmico

$$\boxed{\Delta S = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)}$$

## Referencias.

- [1] Engineering ToolBox, *Water - specific heat vs. Temperature*, en, [https://www.engineeringtoolbox.com/specific-heat-capacity-water-d\\_660.html](https://www.engineeringtoolbox.com/specific-heat-capacity-water-d_660.html), Accessed: 2023-3-25.