

Ejercicios Entropía.

Pérez Flores Julio Alfonso, julio_perez@ciencias.unam.mx
Méndez Martínez Yuvia Libertad, yuviali1614@ciencias.unam.mx
Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México.

25 de Marzo, 2023.

- 1) Al efectuar una expansión adiabática y reversible de un gas ¿Cuál es la variación de entropía?

$$\Delta S = 0$$

- 2) 1 kg de agua se encuentra a 0 °C y se calienta hasta 100 °C. Calcúlese la variación de entropía

Podemos apreciar que este sistema se encuentra a una presión constante pues se ebulle a presión atmosférica por lo tanto podemos aprovechar la definición de C_p .

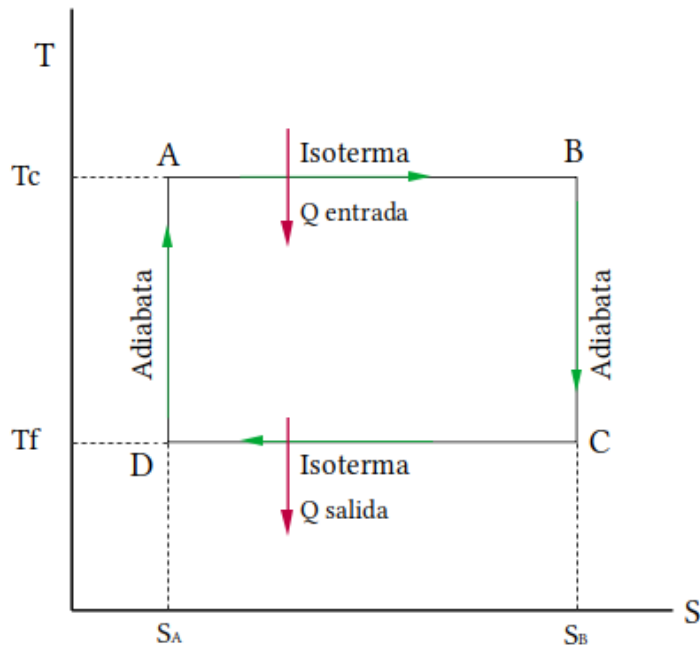
$$C_p = \frac{dQ_p}{m dT} \Rightarrow dQ_p = m C_p dT \Rightarrow \\ dS_p = \frac{m C_p}{T} dT \quad \therefore$$

$$\Delta S = m C_p \int_{273.15 \text{ K}}^{373.15 \text{ K}} \frac{1}{T} dT = m C_p \ln \left(\frac{373.15 \text{ K}}{273.15 \text{ K}} \right)$$

utilizando el valor de C_p registrado por Engineering ToolBox^[1]

$$\approx 1 \text{ kg } 4.216 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{K kg}} \right] 0.312 = 1.315 \text{ kJ K}^{-1}$$

- 3) a) Dibuje el diagrama **T -S** de un ciclo de Carnot
b) Determine la eficiencia de un ciclo de Carnot usando el diagrama **T - S** de a).



a)

b) Como se trata de un proceso reversible sabemos que:

$$dQ = T dS$$

El proceso de A a B se trata de un proceso isotermico, por lo que si integramos la expresión anterior tenemos:

$$\begin{aligned} \int dQ &= T_c \int dS \\ \Rightarrow \int_{v_A}^{v_B} dQ &= T_c \Delta S \\ nRT_c \ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right) &= T_c \Delta S = Q_{entrada} \end{aligned}$$

En el proceso de B a C al tratarse de un proceso adiabático, no hay intercambio de calor $\Rightarrow Q = 0$

En el proceso de C a D tenemos un proceso isotermico, por lo que análogamente al proceso de A a B tenemos:

$$\begin{aligned} \int dQ &= T_f \int dS \\ \Rightarrow \int_{v_C}^{v_D} dQ &= T_f \Delta S \\ nRT_f \ln\left(\frac{v_D}{v_C}\right) &= T_f \Delta S = Q_{salida} \end{aligned}$$

Como se trata de un calor de salida

$$Q_{salida} = -nRT_c \ln\left(\frac{v_D}{v_C}\right)$$

Ahora bien si se trata de un gas ideal y el proceso se realiza a presión constante tenemos que:

$$\frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

Entonces tenemos que:

$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{T_f}{T_c} = \frac{v_D}{v_c}$$

Tenemos que la eficiencia esta dada por:

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{Q_{entrada} + Q_{salida}}{Q_{entrada}} \\ \Rightarrow \eta &= \frac{nRT_c \ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right) - nRT_f \ln\left(\frac{v_D}{v_C}\right)}{nRT_c \ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right)} \\ \Rightarrow \eta &= \frac{nRT_c \ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right) - nRT_f \ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right)}{nRT_c \ln\left(\frac{v_B}{v_A}\right)} \\ \eta &= \frac{T_c - T_f}{T_c}\end{aligned}$$

- 4) Un recipiente con N moles de gas ideal con un volumen inicial V_i esta en contacto con un depósito de calor T_0 K. El gas se expande isotérmicamente a un volumen V_f . Calcular:

- a) La cantidad de gas absorbido por el gas en esta expansión.
- b) El aumento en la Entropía del gas.

Se puede apreciar que el gas al ser expandido isotérmicamente sufrió un proceso reversible, esto debido a que conocemos el camino por el cual llego a esa diferencia de volúmenes.

- a) De la primer ley de la termodinámica, tenemos para una isoterma que:

$$\begin{aligned}\Delta U &= 0 \Rightarrow \\ Q &= -W \quad \therefore\end{aligned}$$

$$Q = \int_{V_i}^{V_f} p \, dV = nRT_i \int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V} \, dV = \boxed{nRT_i \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)}$$

- b) al ser un proceso reversible tenemos la siguiente relación

$$\int \frac{dQ}{T} = \int dS \Rightarrow \Delta S = \frac{Q}{T} \quad (1)$$

Como tenemos un proceso isotérmico

$$\boxed{\Delta S = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)}$$

Referencias.

- [1] Engineering ToolBox, *Water - specific heat vs. Temperature*, en, https://www.engineeringtoolbox.com/specific-heat-capacity-water-d_660.html, Accessed: 2023-3-25.