7

JULIO A. FRESNEDA

SABEMOS LO SIGUIENTE:

- UN LENGUAJE L ES RECURSIVAMENTE ENUMERABLE (R.E.) SI Y SÓLO SI $\exists MT / L(MT) = L$

- UN LENGUAJE ES RECURSIVO SI ES ACEPTADO POR UNA MT QUE SIEMPRE PARA

- SI L ES ACEPTADO POR UNA MTND, ES R.E.

- SI L Y $\overline{L}$ SON R.E., L ES RECURSIVO.

VAMOS A DEMOSTRAR QUE $L_1, L_2, L_3 \ldots$ SON RECURSIVAMENTE ENUMERABLES.
EMPEZAMOS CON L_1:

$$\overline{L_1} = L_2 \cup L_3 \cup L_4 \cup \ldots \cup L_k$$

LA UNIÓN DE VARIOS LENGUAJES R.E. ES R.E.
PODEMOS DEMOSTRARLO ASÍ:
TENEMOS DOS LENGUAJES R.E: A_1 Y A_2. LA UNIÓN SE PUEDE HACER CREANDO UNA MTND CUYA TRANSICIÓN INICIAL SEA $\delta(q_0, a) = \{(q_{A_1}, b_1, M_1), (q_{A_2}, b_2, M_2)\}$
SIENDO q_{A_1} Y q_{A_2} LOS ESTADOS INICIALES DE LOS LENGUAJES A_1 Y A_2. EL RESULTADO ES LA UNIÓN DE A_1 Y A_2.
COMO LA UNIÓN ES ACEPTADA POR UNA MTND, ES R.E.

POR LO TANTO SABEMOS QUE TANTO L_1 COMO $\overline{L_1}$ SON R.E., POR LO QUE L_1 ES RECURSIVO.
PODEMOS CONCLUIR LO MISMO CON $L_2, L_3, \ldots, L_k$

8

SABEMOS LO SIGUIENTE:

- SI $L_1 \propto L_2$, SI L_1 NO ES R.E, L_2 TAMPOCO LO ES. SI L_1 NO ES RECURSIVO, L_2 TAMPOCO LO ES.
- $L_1 \propto L_2$ SI EXISTE UN ALGORITMO QUE CALCULA LA FUNCIÓN $f: A^* \rightarrow B^* / \forall w \in A^*, w \in L_1 \Leftrightarrow f(w) \in L_2$ TENIENDO EN CUENTA QUE $L_1 \subseteq A^*$ Y $L_2 \subseteq B^*$

TENEMOS LO SIGUIENTE:

$$L' = \{0w \mid w \in L\} \cup \{1w \mid w \notin L\} =$$
$$\{0w \mid w \in L\} \cup \{1w \mid w \in \overline{L}\}$$

L ES R.E, PERO NO RECURSIVO, POR LO QUE $\overline{L}$ NO ES R.E.

SI $A = \{0w \mid w \in L\}$ Y $B = \{1w \mid w \in \overline{L}\}$,

PODEMOS REDUCIR $\overline{L} \propto B$ Y $L \propto A$. NOS BASTA CON REDUCIR $\overline{L} \propto B$:

$\overline{L} \propto B$ POR QUE $\exists f / w \in \overline{L} \Leftrightarrow f(w) \in B$: LA FUNCIÓN SIMPLEMENTE AÑADE UN "1" A LA PALABRA.
POR TANTO, $f(w) = 1w$. ESTE ALGORITMO SIEMPRE PARA, POR LO QUE $\overline{L}$ SE PUEDE REDUCIR EN B.

COMO $\overline{L}$ NO ES R.E., B TAMPOCO LO ES.
COMO $B \subseteq L'$ $(L' = A \cup B)$, L' NO ES NI R.E. NI RECURSIVA.

NO SABEMOS SI $\overline{L'}$ ES R.E, PERO NO ES RECURSIVA.

6 JULIO FRESNEDA

A) EN LA PRIMERA Y SEGUNDA CINTAS TENDREMOS TODOS LOS NÚMEROS NATURALES, ORDENADOS DE MAYOR A MENOR. LA MT MULTIPLICARÁ CADA NÚMERO DE LA PRIMERA CINTA CON SU EQUIVALENTE EN LA SEGUNDA, OBTENIENDO UNA LISTA DE CUADRADOS PERFECTOS.

B) IGUAL QUE EN A), TENDREMOS LOS NÚMEROS NATURALES TANTO EN LA PRIMERA COMO SEGUNDA CINTA, SOLO QUE ~~EN LA SEGUNDA CINTA~~ EL 1 NO ESTÁ.

PARA CADA NÚMERO n DE LA PRIMERA CINTA, SE DIVIDE ENTRE TODOS LOS NÚMEROS DE LA SEGUNDA COMPRENDIDOS EN EL RANGO $[2, k-1]$. SI NINGUNA DE LAS DIVISIONES HA TENIDO RESTO IGUAL A 0, METEMOS EL NÚMERO k EN LA SALIDA, PUES ES PRIMO.