Ejercicio: obtenga el modelo matemático y las reglas de aprendizaje del siguiente MLP
V1 = [4 2 3 1] ; V2 = [2 3 1]

a) Propagación hacia adelante

1 - purelin
2 - logsig
3 - tansig

$M = 3 \qquad m = 0, 1, \ldots, M-1$

$\hookrightarrow m = 0, 1, 2$

$$\underset{4\times1}{a^0} = \underset{4\times1}{P}$$

$m=0 \Rightarrow \underset{2\times1}{a^1} = \text{log sig}\,(\underset{2\times4}{W^1}\underset{4\times1}{a^0} + \underset{2\times1}{b^1})$

$m=1 \Rightarrow \underset{3\times1}{a^2} = \text{tan sig}\,(\underset{3\times2}{W^2}\underset{2\times1}{a^1} + \underset{3\times1}{b^2})$

$m=2 \Rightarrow \underset{1\times1}{a^3} = \text{purelin}\,(\underset{1\times3}{W^3}\underset{3\times1}{a^2} + \underset{1\times1}{b^3})$

$$\underset{1\times1}{a} = \underset{1\times1}{a^3}$$

$\Rightarrow$ Propagación hacia atrás

b) Ecuaciones de sensitividad (M=3)

$$s^3 = -2\underbrace{\dot{F}^3(n^3)}(t-a) = -2(1)(t-a)$$

en la capa de salida solo hay una neurona

$$\underset{1\times1}{\dot{F}^3}(n^3) = [\dot{f}^3(n^3_1)] = \text{purelin}(n^3_1) \xrightarrow{\text{derivada}} 1$$

Sensitividad de las capas ocultas

2da ~~1er capa~~

$m = M-1, \ldots, 2, 1 \Rightarrow m = 2, 1$

$m = 2 \rightsquigarrow s^2 = \underbrace{\dot{F}^2(n^2)}_{\cancel{\text{logsig}(n^2)}} (W^3)^T s^3$

$\rightsquigarrow$ tansig(·) $\rightsquigarrow$ Ver ejercicio P11.6 pag 11-35

$$\dot{F}^2(n^2) = \begin{bmatrix} \dot{f}^2(n^2_1) & 0 & 0 \\ 0 & \dot{f}^2(n^2_2) & 0 \\ 0 & 0 & \dot{f}^2(n^2_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-(a^2_1)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1-(a^2_2)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1-(a^2_3)^2 \end{bmatrix}$$

1er ~~2da~~ capa oculta

$m=1$

$$s^1 = \underbrace{\dot{F}^1(n^1)}(W^2)^T s^2$$

$\rightarrow$ logsig(·) $\rightarrow$ ver pag 11-16

$$\dot{F}^1(n^1) = \begin{bmatrix} \dot{f}^1(n^1_1) & 0 \\ 0 & \dot{f}^1(n^1_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-a^1_1)(a^1_1) & 0 \\ 0 & (1-a^1_2)(a^1_2) \end{bmatrix}$$

Reglas de aprendizaje

$m=3$ (capa de salida)

$$W^3(k+1) = W^3(k) - \alpha s^3 (a^2)^T$$

$$b^3(k+1) = b^3(k) - \alpha s^3$$

$m=2$ (~~1er~~ 2da capa oculta)

$$W^2(k+1) = W^2(k) - \alpha s^2 (a^1)^T$$

$$b^2(k+1) = b^2(k) - \alpha s^2$$

$m=1$ (1er capa oculta)

$$W^1(k+1) = W^1(k) - \alpha s^1 (a^0)^T$$

$$b^1(k+1) = b^1(k) - \alpha s^1$$

Ver ejemplo pag 11-14