

# **UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

## **Instituto de Energías Renovables**

### **Métodos numéricos para la mecánica de fluidos**

#### **Proyecto final: Análisis de velocidad en diferentes diseños de edificaciones con ventilación natural**

#### **Presenta:**

Julio César Landa López

# Índice general

Índice general	I
Índice de figuras	II
Introducción	1
Metodología	2
Resumen	3
Análisis de resultados	6
conclusiones	10
Referencias	11

# Índice de figuras

1.	Cuatro diseños de edificaciones . . . . .	6
2.	Magnitud de las velocidades . . . . .	7
3.	Dirección de las velocidades . . . . .	8
4.	Vectores de dirección . . . . .	8
5.	Gráfico a comparar . . . . .	9

# Introducción

”Los métodos numéricos son técnicas matemáticas que se utilizan para aproximar soluciones numéricas a problemas que no pueden resolverse de manera exacta o analítica. Estos métodos se basan en la formulación de algoritmos y la utilización de cálculos numéricos para obtener una aproximación a la solución deseada.”[1]

En este proyecto, se emplea el método de volúmenes finitos implementado en un código en Fortran para estudiar el flujo a través de distintos diseños de edificaciones con ventilación natural. El método de volúmenes finitos es una técnica numérica ampliamente utilizada para la discretización de dominios continuos y la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales. Consiste en subdividir el dominio en volúmenes finitos y formular ecuaciones algebraicas para cada volumen, teniendo en cuenta los flujos de masa y energía en las interfaces entre ellos.

El objetivo de este estudio es comparar el comportamiento del flujo en cada diseño de edificación utilizando el método de volúmenes finitos para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes, que describen el flujo de fluidos. Se presentan los resultados obtenidos y se realiza una comparación con referencias encontradas en trabajos similares.

# Metodología

- **Formulación del problema:** Se identificó el problema a resolver y se definieron las ecuaciones de Navier-Stokes para la resolución del mismo. Así mismo se discretizaron las ecuaciones para el método de volumen finito.
- **Definición de variables y obstáculos:** Se definieron en el código todas las variables a utilizar y los "obstáculos" que representarían las paredes de la edificación propuesta en cada diseño.
- **Generación de la malla:** Se discretizo el dominio generando una malla. En este punto toma relevancia  $n_x$  y  $n_y$  pues son las que definen la precisión del problema. a mayor  $n_x$  y  $n_y$  mayor precisión pero también mayor tiempo de computo.
- **Resolución de las ecuaciones:** Se resolvieron las ecuaciones de Navier-Stokes mediante el método de volumen finito utilizando los algoritmos adecuados para las iteraciones en las mallas espaciales y temporales. Aquí es importante mencionar que el problema fue resuelto de forma adimensional.
- **Escritura de datos:** Se implementó un algoritmo en el código para almacenar los resultados obtenidos en archivos txt. Dicho archivos se generan automáticamente cada 10 iteraciones en la malla temporal y almacenan en columnas los datos de las posiciones " $xz$ ", la velocidades " $uz$ " " $v$ ", así como la magnitud de las velocidades.
- **Análisis de resultados:** Los resultados obtenidos se graficaron en Gnuplot y se compararon las gráficas obtenidas con las referencias de trabajos similares.

# Resumen

En este proyecto se estudia el flujo en edificaciones con ventilación natural mediante el uso de métodos numérico, específicamente el método de volúmenes finitos. El objetivo principal es comparar el comportamiento del flujo en diferentes diseños de edificaciones y analizar su influencia en la ventilación.

El fenómeno físico a resolver se basa en las ecuaciones de Navier-Stokes, que describen el movimiento y comportamiento de un fluido. Para resolver dichas ecuaciones se utilizó el método SIMPLEC (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations-Consistent), que es un método numérico utilizado para resolver de manera iterativa el acoplamiento entre las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía en la simulación de flujos en ingeniería.

En cada iteración del método SIMPLEC, se siguen los siguientes pasos:

## 1. Predicción de velocidades:

Se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes adimensionales discretizadas para obtener una predicción de las velocidades en cada celda de control. Estas ecuaciones se expresan de la siguiente manera:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 u + f,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \nabla v = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 v + f,$$

donde  $u$  y  $v$  son las componentes de velocidad en dirección  $x$  y  $y$  respectivamente,  $P$  es la presión,  $\rho$  es la densidad,  $\nu$  es la viscosidad cinemática, y  $\nabla$  representa el operador nabla.

## 2. Cálculo de los flujos convectivos:

Utilizando las velocidades predichas, se calculan los flujos convectivos en las interfaces entre celdas de control. Esto se realiza mediante la interpolación de las velocidades en los puntos de las caras.

$$F_f = \bar{u}_f \cdot A_f,$$

donde  $F_f$  es el flujo convectivo en la cara  $f$ ,  $\bar{u}_f$  es la velocidad promedio en la cara  $f$ , y  $A_f$  es el área de la cara  $f$ .

## 3. Corrección de presión:

Se resuelve la ecuación de Poisson para obtener una corrección de presión  $\delta P$  que cumpla con la ecuación de continuidad discreta. Esta ecuación se expresa de la siguiente manera:

$$\nabla^2 \delta P = \frac{\nabla \cdot \tilde{u}}{\Delta t},$$

donde  $\tilde{u}$  es el campo de velocidades predichas y  $\Delta t$  es el paso de tiempo.

## 4. Corrección de velocidades:

Se corrigen las velocidades predichas utilizando la corrección de presión obtenida:

$$u^* = u^n + \delta P,$$

donde  $u^*$  es la velocidad corregida y  $u^n$  es la velocidad predicha en la iteración anterior.

#### **5. Iteración:**

Se repiten los pasos 2 a 4 hasta que se cumpla un criterio de convergencia establecido.

Con este método se logran resolver las ecuaciones de Navier-Stokes y la ecuación de continuidad para que posteriormente se almacenen los datos y se analicen.



## Análisis de resultados

Se analizaron 4 casos diferentes, cada caso con un diseño de edificación diferente, esto con la finalidad de corroborar cual diseño es el más eficiente para favorecer la ventilación natural.

En la Figura 1 se muestran los 4 diseños propuestos.

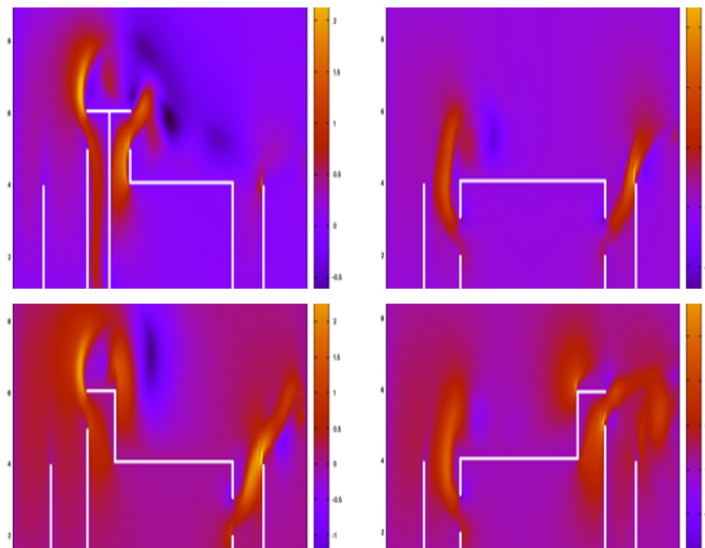


Figura 1: Cuatro diseños de edificaciones

Se realizaron distintas gráficas para estudiar en detalle uno de los cuatro diseños. Estas gráficas se utilizaron con el objetivo de facilitar la comprensión y visualización de los resultados obtenidos. Tomaremos como ejemplo uno de los 4 diseños para estudiarlo.

La Figura 2 muestra las magnitudes de las velocidades del fluido en el momento

inicial (izquierda) y final (derecha) para uno de los diseños analizados. En el momento inicial, se observa un flujo entrante desde el lado oeste de la edificación. Al tiempo final, el flujo sigue una trayectoria que favorece la ventilación natural, saliendo por el lado este. Estos resultados indican que el diseño permite un flujo adecuado para la ventilación en la edificación.

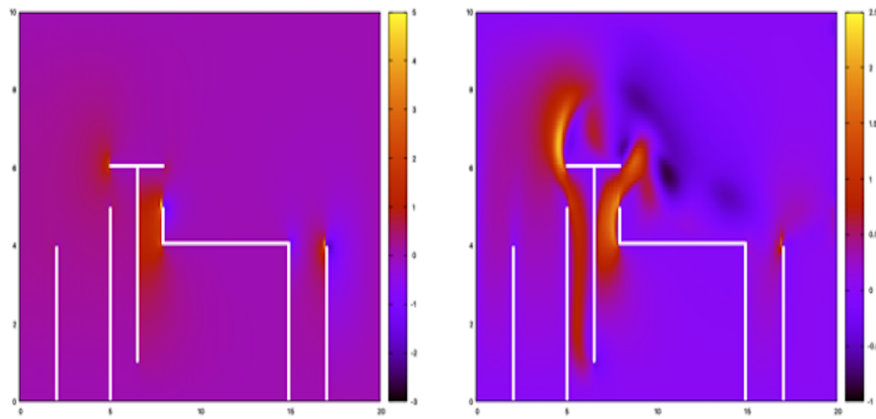


Figura 2: Magnitud de las velocidades

En la Figura 3 se presentan las gráficas de las direcciones de las velocidades en el fluido. Estas representaciones nos brindan una visión clara de la evolución y la dirección del flujo a lo largo del tiempo. Del lado izquierdo se muestra la dirección en el momento inicial, mientras que del lado derecho se visualiza la dirección en el último paso de la simulación. Estas gráficas nos permiten comprender cómo evoluciona y se dirige el flujo en el diseño estudiado.

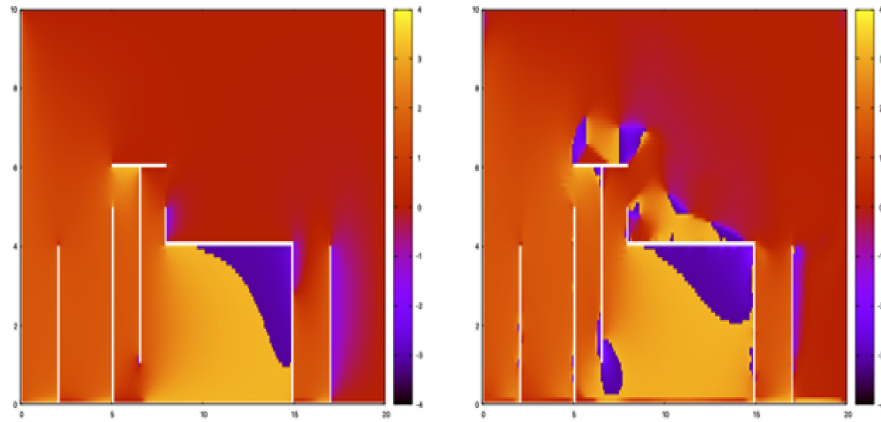


Figura 3: Dirección de las velocidades

En la Figura 4 se observan los vectores de dirección que nos permiten ver como en algunos puntos se generan pequeños vórtices en el fluido.

La Figura 4 muestra los vectores de dirección que revelan la presencia de pequeños vórtices en el fluido en ciertos puntos. Estos vectores proporcionan información visual sobre la generación y el comportamiento de estos vórtices en el sistema estudiado.

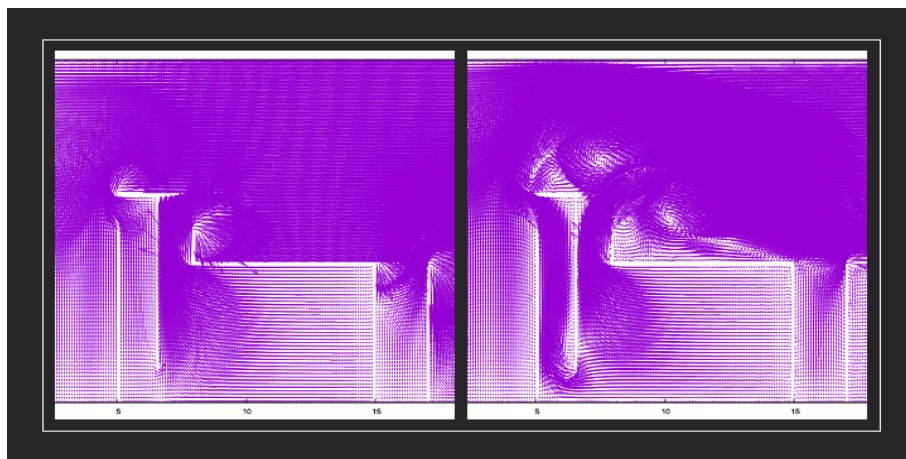


Figura 4: Vectores de dirección

Los gráficos presentados anteriormente nos brindan una idea del comportamiento del flujo. Sin embargo, es importante comparar estos resultados con un trabajo previo [2]. En la Figura 5, se puede observar que el comportamiento del fluido es similar a los resultados obtenidos en dicho trabajo. El fluido sigue las mismas direcciones y

se pueden identificar incluso pequeños vórtices que podrían estar generándose. Esta comparación nos proporciona un respaldo adicional a la consistencia de los resultados obtenidos en nuestro estudio.

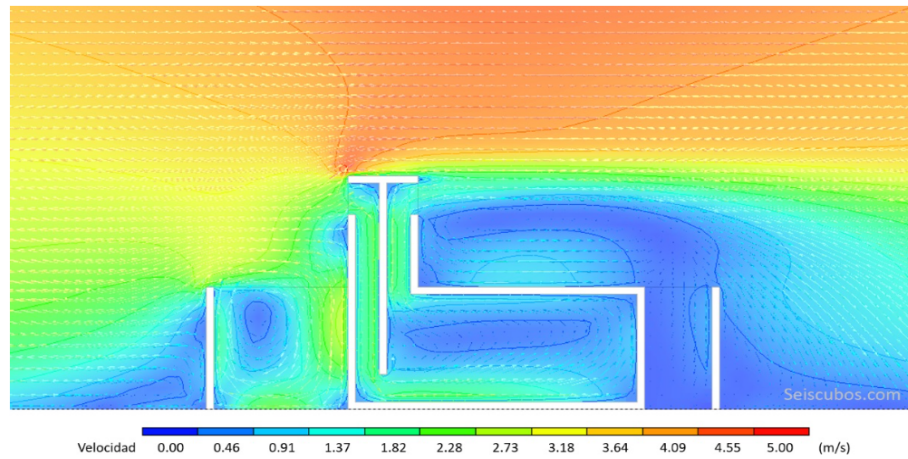


Figura 5: Gráfico a comparar

# Conclusiones

Realizando este trabajo, pude adquirir un mejor entendimiento de los métodos numéricos utilizados en la resolución de ecuaciones diferenciales. Específicamente, profundicé en el método SIMPLEC y en el método de volumen finito, lo cual me permitió adquirir habilidades avanzadas en su implementación y comprensión.

Aunque es importante destacar que este estudio se centró en aplicar estos métodos a la simulación de problemas relacionados con la ventilación natural en edificaciones, es necesario mencionar que el trabajo presenta simplificaciones para facilitar su resolución. Por lo tanto, los resultados obtenidos son una aproximación inicial al problema.

Además, este proyecto me brindó la oportunidad de mejorar mis habilidades en el uso de herramientas como Gnuplot y Fortran, las cuales resultaron fundamentales para la visualización de los resultados y la implementación de los algoritmos numéricos.

En resumen, este trabajo ha sido valioso para ampliar mis conocimientos y competencias en métodos numéricos, específicamente en el contexto de la resolución de ecuaciones diferenciales. Aunque se reconoce que existen aspectos que requieren un estudio más detallado en futuras investigaciones, este proyecto ha sentado las bases para un mayor desarrollo en esta área.

# Referencias

- [1] Richard L Burden, J Douglas Faires y Annette M Burden. Numerical analysis. Cengage learning, 2015.
- [2] Ventilación natural vertical. <https://www.seiscubos.com/conocimiento/ventilacion-natural-vertical>. (Accessed on 06/13/2023).