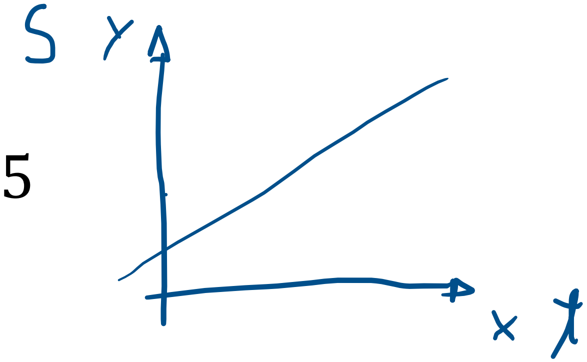
Aula 05



$$y = a x + b$$

$$S = v \cdot t + S_0$$

Equação do 2º grau

Mês Zero – Facens

Definição

→ MRUV: $S = S_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2$

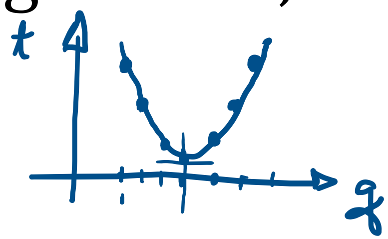
- Equação polinomial do segundo grau (ou equação quadrática) é aquela que pode ser escrita na forma

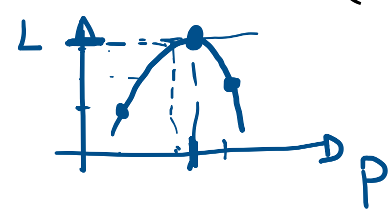
$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$$

$y = ax^2 + bx + c$

$t = aq^2 + bq + c$

onde $\boldsymbol{x}$ é a incógnita e $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{c}$ são constantes (sendo $a \neq 0$).





- Para saber em qual categoria uma equação se encaixa, calculamos o valor do seu **discriminante** (Δ), com a fórmula

$$\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$$

Estudo das raízes

$\rightarrow x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\rightarrow x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Existem três possibilidades para o Δ:

Se $\Delta > 0$, a equação possui duas raízes reais distintas

$$\boxed{x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}} \qquad \boxed{x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}}$$

Se $\Delta = 0$, ela possui duas raízes reais iguais

$$\boxed{x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}}$$

Se $\Delta < 0$, ela não possui raiz real

- <u>Exemplos</u>

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

Equações incompletas

$ax^2 + bx + c = 0$

- Equações do segundo grau em que $\boldsymbol{b = 0}$ ou $\boldsymbol{c = 0}$ (ou $\boldsymbol{b = c = 0}$), denominadas incompletas, são mais simples de se resolver, sem a necessidade de fórmulas. Basta isolar a incógnita na equação ou então fatorá-la e igualar cada um dos fatores a zero.

$\to x^2 = 16$

$x = 4$

$x = -4$

- <u>Exemplos</u>

$3x^2 = 0$

$5x^2 + 4 = 0$

$2x^2 - 6 = 0$

$2x^2 - 8x = 0$

$2x^2 - 6 = 0$

$2x^2 = 6$

$x^2 = 3$

$x = \sqrt{3} \cong 1{,}732$

$x = -\sqrt{3} \cong -1{,}732$

$2x^2 = 8x$

$x^2 = 4x$

$\boxed{x = 4}$

$\boxed{x = 0}$

Facens
AQUI TEM ENGENHARIA
material didático

Trinômio soma e produto

$ax^2 + bx + c = 0$

- Um caso de fatoração importante é o trinômio soma e produto

$$\boxed{x^2 + (p+q)x + pq = (x+p)(x+q)}$$

- Para fazermos a fatoração de uma expressão desse tipo, é preciso encontrar dois números cuja soma seja igual à constante que multiplica o ***x*** e cujo produto seja igual ao termo independente.

$(x+p).(x+q) = 0$

$x^2 + q.x + px + pq = 0$

$\underbrace{1}_{a}.x^2 + x\underbrace{(q+p)}_{b} + \underbrace{pq}_{c} = 0$

$x+p=0 \Rightarrow x=-p$

$x+q=0 \Rightarrow x=-q$

Trinômio soma e produto

- Feita a fatoração, a obtenção das raízes é imediata, pois se tivermos uma equação do tipo

$$\boxed{(x+p)(x+q)=0}$$

então $\boldsymbol{x+p=0}$ ou $\boldsymbol{x+q=0}$, o que significa que as raízes são $\boldsymbol{x_1=-p}$ e $\boldsymbol{x_2=-q}$.

- <u>Exemplos</u>

$x^2+7x+12=$

$x^2+2x-8=$

$x^2-5x+6=$

$x^2+3x+2=$

$x^2-4x-5=$

$x^2-6x+9=$

Propriedades das raízes

$$x^2 + \underbrace{\frac{b}{a}}_{+x_1+x_2} x + \underbrace{\frac{c}{a}}_{pq} = 0$$

- Consideremos novamente a equação do segundo grau na forma

$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$$

cujas raízes são $\boxed{x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}}$ e $\boxed{x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}}$

- É fácil verificar que a **soma das raízes** e o **produto das raízes** são dados por

$$\boxed{x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}} \qquad \boxed{x_1 . x_2 = \frac{c}{a}}$$

- Estas duas relações estão diretamente ligadas à fatoração da equação de segundo grau usando o trinômio soma e produto, pois $\boldsymbol{x_1 = -p}$ e $\boldsymbol{x_2 = -q}$.