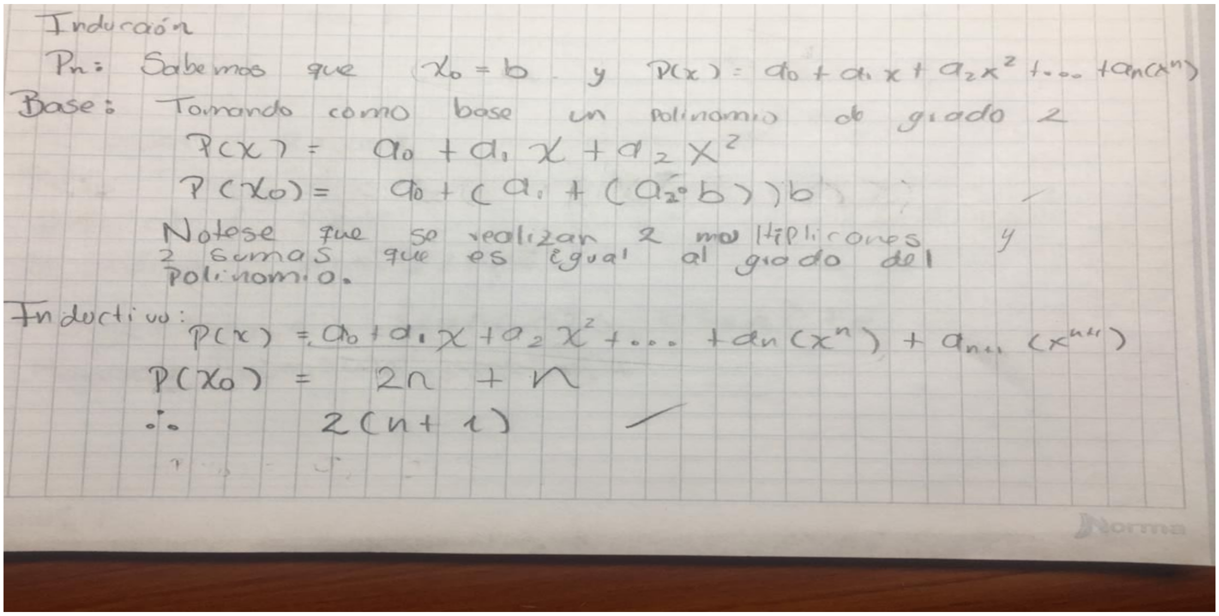
Taller 1
Integrantes: Daniel Fernández y Julio Mejía

1.
   a) Ver carpeta, punto 1 y la solución en el punto de cada polinomio
   b) Demostración



Inducción

Pn: Sabemos que $x_0 = b$ y $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n(x^n)$

Base: Tomando como base un polinomio de grado 2

$P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$

$P(x_0) = a_0 + (a_1 + (a_2 \cdot b))b$

Notese que se realizan 2 multiplicaciones y 2 sumas que es igual al grado del polinomio.

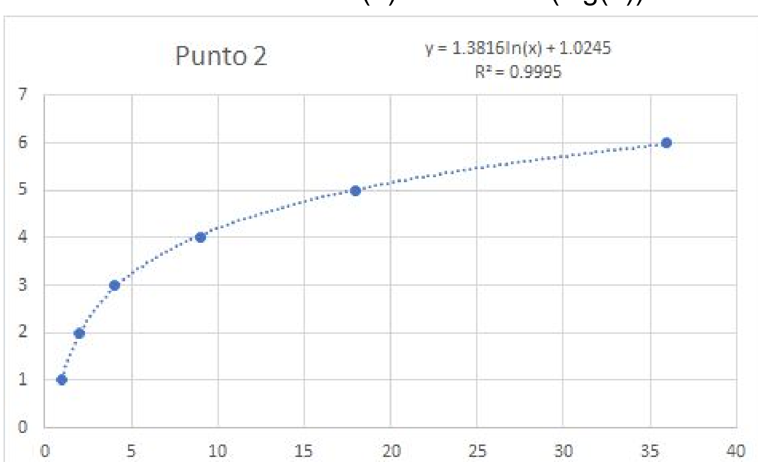
Inductivo: $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n(x^n) + a_{n+1}(x^{n+1})$

$P(x_0) = 2n + n$

$\therefore$ $2(n+1)$

2.
   a) Ver carpeta, punto 2 con la implementación del algoritmo en lenguaje R

   b)T(n) cuando n=73 es igual a 6. Cuando colocamos estos datos con los resultados de cada iteración del algoritmo en una gráfica vemos que por medio de regresión lineal estos puntos se acomodan casi logarítmica. Por esta razón el O(n) debe ser O(log(n))



3. Para este problema se realizó un algoritmo en R que permite solucionar el problema indicado usando el método de Newton(Ver carpeta, Punto3). Para llegar a poder usar el algoritmo primero se debe realizar ciertos cálculos previos.

Se encuentra la distancia en el punto, como bien se sabe:

$v = x/t$

Se obtiene la distancia mediante la distancia euclidiana

$$d = \sqrt{(2cos(t) - 2)^2 + (sen(t) - 1)^2 + (0 - 0)^2}$$

Ahora bien al derivar la distancia se obtiene la velocidad en el punto y se iguala a 0. Se obtiene que esta función igualada a cero

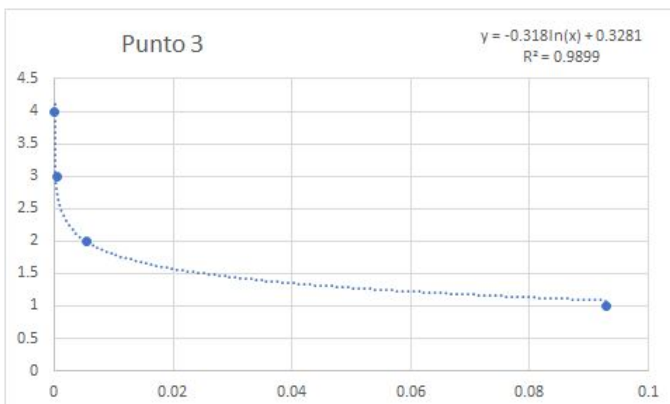
$$f(t) = d'(t) = \frac{2(cos(t)(sen(t)-1)-4sen(t)(2cos(t)-2)}{2\sqrt{(2cos(t)-2)^2+(sen(t)-1)^2}} = 0$$

$$f(t) = cos(t)(sen(t) - 1) - 4sen(t)(cos(t) - 1)$$

$$f(t) = 3sen(t)cos(t) - 4sen(t) + cos(t) = 0$$

Como bien se puede notar la velocidad está dada por la anterior ecuación, que al derivar ésta se obtiene la aceleración. Esto se despeja en el metodo de Newton y se obtiene el tiempo

$$f'(t) = 4cos(t) + sen(t) - 3cos(t)^2 + 3sen(t)^2$$



La solución converge de manera logarítmica.

4. Para la solución se utilizaron dos métodos diferentes para lograr dicha resolución. Primero se utilizó el método de Newton y luego el método de bisección. Para buscar el punto en el cual estas funciones polares se intersectan se hace $f(x) - g(x) = 0$ y se encuentra dicho punto. A continuación se muestran la gráficas de cada función en R además de la nueva función $f(x) - g(x) = 0$.

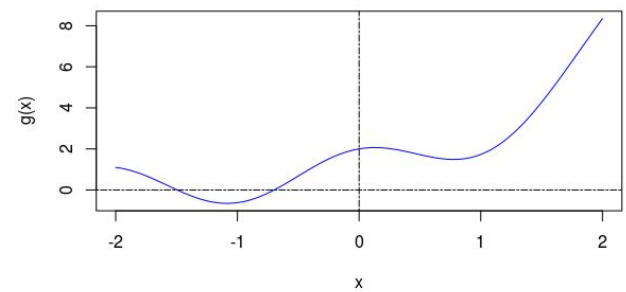


Figura 1. $f(x) - g(x) = 0$

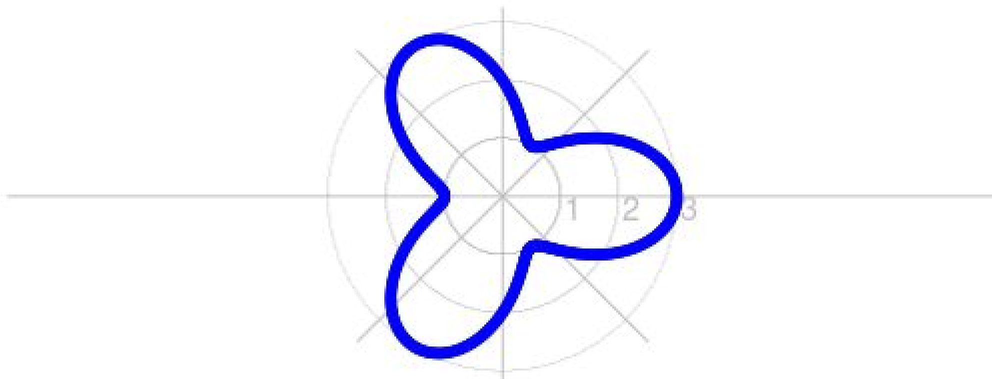


Figura 2. $r = 2 + cos(3t)$

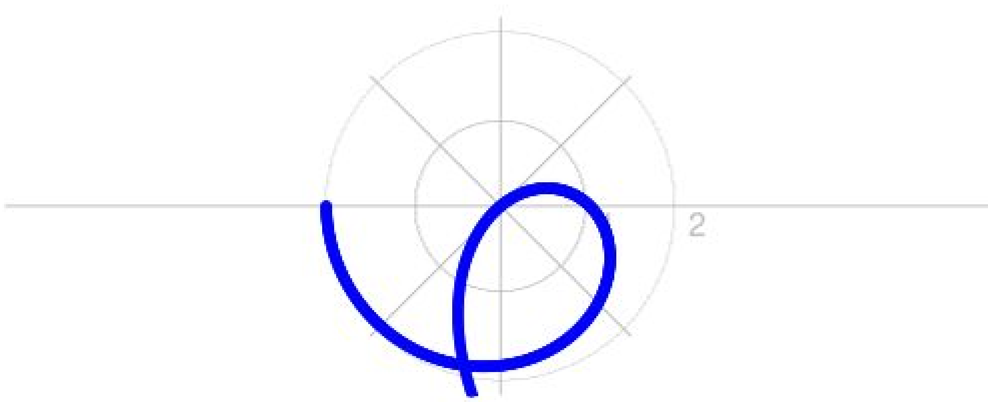
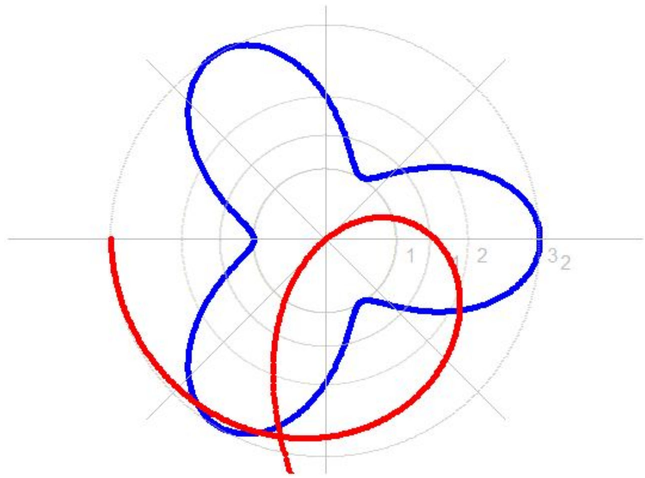


Figura 3. $r \ = \ 2 - e^t$



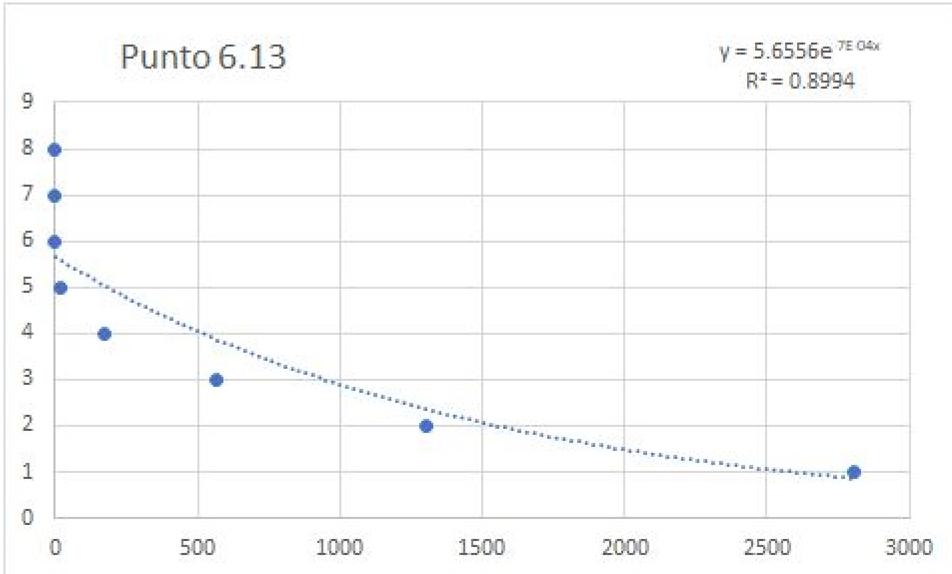
El valor en el cual las funciones se intersectan es en $x = -0.6973291$.

Código: Ver archivo *punto4.R*

5.
1)Se ajusta usando aritmética de punto flotante.
2)La diferencia es que según en número de decimales que la máquina puede llegar a representar, entonces, si se redondea la máquina aproxima al siguiente o al anterior número el último dígito decimal, en cambio si se recorta lo que hace la máquina es el n+1 dígito que puede llegar a almacenar lo quita.
4) 25 decimales

6.13)Se utiliza el método de newton ya que tiene convergencia cuadrática. Se utiliza el método usando la ecuación $x^e - n$ para encontrar la raíz de un número a la n-ésima siendo e el grado de la raíz a calcular, n el número al que le queremos encontrar la raíz y x0 como el número que iteramos para aproximar a la raíz real que cambia en cada iteración por el resultado de la ecuación del método.(Ver archivo punto 6.13)

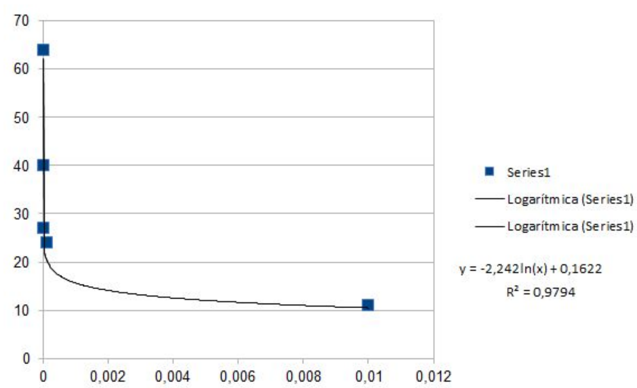
$$f(x) = x^e - n$$
$$f'(x) = e * x^{e-1}$$
$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$



La función se tiene una convergencia exponencial cuadrática. Se probó calculando la raíz cuadrada de 550605

6.14)

a) Para que el método encuentre la raíz de la función debe ser decreciente en el intervalo [a,b] y debe haber una única raíz dentro del mismo.
b) Realizando el algoritmo y analizando las iteraciones que hace contra cada error se observa que el orden de convergencia es O(logn) y su factor de convergencia es aproximadamente 2.



c) Ver archivo punto6,14.R