

# THUẬT TOÁN ỨNG DỤNG

## CẤU TRÚC DEQUE

Phạm Quang Dũng  
Bộ môn KHMT  
[dungpq@soict.hust.edu.vn](mailto:dungpq@soict.hust.edu.vn)

# DEQUE

---

- Cấu trúc dữ liệu tuyến tính có tính chất của cả ngăn xếp và hàng đợi:
  - Thêm 1 phần tử vào cuối deque
  - Lấy 1 phần tử ở đầu deque ra
  - Lấy 1 phần tử ở cuối deque ra
- Trong C++
  - Khai báo: `deque<int>`
  - Phương thức: `push_back()`, `push_front()`, `pop_front()`, `pop_back()`, `back()`, `front()`, `empty()`

# Quy hoạch động sử dụng deque

---

- Cho dãy  $a_1, a_2, \dots, a_n$  và 2 số nguyên dương  $L_1 < L_2$ .  
Hãy tìm dãy con  $1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_k \leq n$  sao cho  $L_1 \leq j_{q+1} - j_q \leq L_2$  và  $a_{j_1}, a_{j_2}, \dots, a_{j_k}$  có tổng cực đại

# Quy hoạch động sử dụng deque

---

- Định nghĩa bài toán con
  - $S(i)$ : tổng cực đại của dãy con của dãy  $a_1, \dots, a_i$  thỏa mãn đề bài mà phần tử cuối cùng là  $a_i$
- Công thức quy hoạch động
  - $S(i) = \max(a_i + S(j) \mid L_1 \leq i - j \leq L_2)$

# Quy hoạch động sử dụng deque

- Định nghĩa bài toán con
  - $S(i)$ : tổng cực đại của dãy con của dãy  $a_1, \dots, a_i$  thỏa mãn đề bài mà phần tử cuối cùng là  $a_i$
- Công thức quy hoạch động
  - $S(i) = \max(a_i + S(j) \mid L_1 \leq i - j \leq L_2)$
- Khởi tạo deque, lưu trữ các chỉ số  $j$  sao cho  $S(j)$  không tăng và là ứng cử viên để tính toán các bài toán con  $S(i)$
- Mỗi khi xét đến chỉ số  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) thì
  - Đưa hết các chỉ số  $j$  ở đầu deque tại đó  $j < i - L_2$  ra ngoài (vì nó ko là ứng cử viên để xác định  $S(i), S(i+1), \dots$ )
  - Đưa hết các chỉ số  $j$  ở cuối deque tại đó  $S(j) < S(i - L_1)$  (do những chỉ số  $j$  như vậy không có ý nghĩa nữa trong việc xác định  $S(i), S(i+1), \dots$ )

# Quy hoạch động sử dụng deque

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int N = 1e6+1;
int a[N], S[N];
int n,L1,L2,ans;
int main(){
    ios_base::sync_with_stdio(0);
    cin.tie(0);
    cin >> n >> L1 >> L2;
    for(int i = 1; i <= n; i++)
        cin >> a[i];
    deque<int> q;
    ans = 0;
```

```
    for(int i = 1; i <= n; i++){
        while(!q.empty() && (q.front() <
                                i - L2))

            q.pop_front();
        if(i - L1 >= 1){
            while(!q.empty() && S[q.back()] <
                    S[i- L1])
                q.pop_back();
            q.push_back(i-L1);
        }
        S[i] = a[i] + (q.empty() ? 0 :
                        S[q.front()]);
        ans = max(ans,S[i]);
    }
    cout << ans;
}
```