

基于 Hadoop MapReduce 并行计算框架的邮件自动分类

曹佳涵 白家杨 刘笑今

2019st04 小组

摘 要

本实验的目标是通过 MapReduce 编程来实现邮件的自动分类，通过本课程设计的学习，可以体会如何使用 MapReduce 完成一个综合性的数据挖掘任务，包括全流程的数据预处理、样本分类、样本预测等。我们使用 Hadoop MapReduce 并行计算框架对原始邮件文本进行特征选择、特征向量权重计算、文本分类和样本预测任务，从而搭建起一个完整的文本分类处理流程。我们采用了不同的特征提取方法和分类算法并进行比较和分析。此外，我们使用 Spark 同样完成了实验。

关键词：邮件分类，并行计算，MapReduce，Spark

1 引入

此模板是基于 L^AT_EX 的标准文类 article 设计，也即意味着你可以把 article 文类的选项传递给本模板，比如 a4paper，10pt 等等（推荐使用 11pt）。本模板支持 PDFLaTeX 和 XeLaTeX¹ 两种编译方式。

数学字体的效果如下：

$$(a + 3b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} (3b)^k \quad (1)$$

1.1 全局选项

我在这个模板中定义了一个语言选项 lang，可以选择英文模式 lang=en（默认）或者中文模式 lang=cn。当选择中文模式时，图表的标题引导词以及参考文献，定理引导词等信息会变成中文。你可以通过下面两种方式来选择语言模式：

```
\documentclass[lang=cn]{elegantpaper} % or
\documentclass{cn}{elegantpaper}
```

¹中文字体均使用 ctex 包设置。

1.2 自定义命令

在此模板中，并没有修改任何默认的命令或者环境，所以，你可以在此模板使用原来的命令和环境。另外，我自定义了 3 个命令：

1. `\email`：创建邮箱地址的链接；
2. `\figref`：用法和 `\ref` 类似，但是会在插图的标题前添加 < 图 n> ；
3. `\tabref`：用法和 `\ref` 类似，但是会在表格的标题前添加 < 表 n>；
4. `\keywords`：为摘要环境添加关键词。

1.3 列表环境

你可以使用列表环境 (`itemize`、`enumerate`、`description`)，示例如下：

```
\begin{itemize}
  \item Routing and resource discovery;
  \item Resilient and scalable networks;
  \item Distributed storage and search.
\end{itemize}
```

- Routing and resource discovery;
- Resilient and scalable networks;
- Distributed storage and search.

1.4 插图

插图的命令和以前一样，也是使用 `figure` 环境。图 1 显示了插图的效果。你可以把你的图放到当前工作目录的如下子目录下 (`./image/`, `./img/`, `./figure/`, `./fig/`)。

```
\begin{figure}[htbp]
  \centering
  \includegraphics[width=0.6\textwidth]{scatter.pdf}
  \caption{Scatter Plot Example \label{fig:scatter}}
\end{figure}
```

1.5 表格

我强烈建议你使用 `booktabs` 宏包，这个宏包有三个命令 `\toprule`、`\midrule` 和 `\bottomrule` 能方便你制作三线表。表 2 是一个示例：

```
\begin{table}[htbp]
  \small
  \centering
  \caption{Auto MPG and Price \label{tab:reg}}
  \begin{tabular}{lcc}
    \toprule
      & (1) & (2) & \\
    \midrule
```

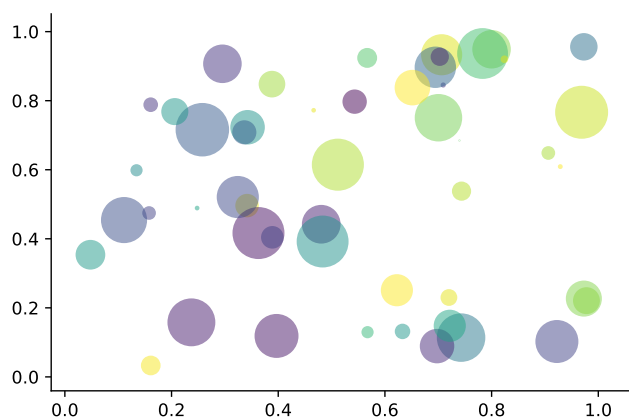


图 1: Scatter Plot Example

```

mpg      &      -238.90***      &      -49.51      \\
        &      (53.08)        &      (86.16)      \\
weight   &                                     &      1.75***      \\
        &                                     &      (0.641)      \\
constant &      11,253***      &      1,946      \\
        &      (1,171)        &      (3,597)      \\
obs      &      74                &      74          \\
$R^2$    &      0.220            &      0.293      \\
\bottomrule
\multicolumn{3}{l}{\scriptsize Standard errors in parentheses} \\
\multicolumn{3}{l}{\scriptsize *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1} \\
\end{tabular}%
\end{table}%

```

表 1: Auto MPG and Price

	(1)	(2)
mpg	-238.90*** (53.08)	-49.51 (86.16)
weight		1.75*** (0.641)
constant	11,253*** (1,171)	1,946 (3,597)
obs	74	74
R^2	0.220	0.293

Standard errors in parentheses

*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

1.6 参考文献

你可以在谷歌学术, Mendeley, Endnote 中获得文献条目 (bib item), 然后把它们添加到 `wpref.bib` 中。在文中引用的时候, 引用它们的键值 (bib key) 即可。注意需要在编译的过程中添加 `BibTeX` 编译。如果你想在参考文献中添加未引用的文献 (部分或者全部), 可以使用

```
\nocite{EINAV2010, Havrylchyk2018} % add the two reference.
\nocite{*} % add all the reference in the bib file.
```

如果你想修改参考文献的样式 (比如改为 `aer`), 你可以在导言区将下面代码注释掉。

```
\usepackage[authoryear]{gbt7714}
```

并且文档末尾添加

```
\bibliographystyle{aer}
```

2 数据分析

这是一个有监督的多分类问题。对于训练数据全集, 经过分析, 共有 20 个类别, 它们编号, 名称, 以及包含的邮件文本个数为:

表 2: Auto MPG and Price

类别编号	类别名称	包含邮件文本个数	类别编号	类别名称	包含邮件文本个数
1	sci.electronics	1000	11	rec.sport.baseball	1000
2	comp.windows.x	1000	12	rec.autos	1000
3	talk.politics.mideast	1000	13	talk.politics.misc	1000
4	comp.os.ms-windows.misc	1000	14	talk.politics.guns	1000
5	rec.sport.hockey	1000	15	comp.graphics	1000
6	sci.crypt	1000	16	soc.religion.christian	997
7	comp.sys.mac.hardware	1000	17	rec.motorcycles	1000
8	sci.space	1000	18	misc.forsale	1000
9	talk.religion.misc	1000	19	sci.med	1000
10	comp.sys.ibm.pc.hardware	1000	20	alt.atheism	1000

可以看到, 训练样本全集共有 20 个类别, 训练样本总数为 19997 个, 每个类别下训练样本的数量是平衡的, 几乎都是 1000 个, 因此在进行训练时, 不需要考虑类别不平衡问题。

3 MapReduce 处理流程

3.1 特征选择

本任务的主要工作是对原始的邮件文本中进行特征选择，选择出能够表征邮件主题的特征词，为后续的文本分类做准备。

对于输入的未分词的邮件训练样本全集和停词表，我们需要输出全局邮件文本特征，并对它们进行相应的编号，此外，对于训练数据集的目录，将目录名（即文本类别）转换为相应的类别序号。

对于该步骤，我们采用了两种计算方法，分别为半并行化和并行化计算方法。

3.1.1 半并行化计算方法

半并行化计算方法是指将该任务划分为两个步骤，第一步读取训练样本全集和停词表，生成干净文本；第二步读取干净文本，生成全局邮件特征集。

第一步的主要思路是顺序执行，首先读取 20_newsgroup 文件夹下的子文件夹，将子文件夹名（即类别名）转化为类编号并进行存储。将 Lucene 的 Standard Analyzer 分词器作为基类，输入停词表，自定义自己的带有停词表功能的停词器，然后顺序依次读取每个子文件夹下的所有文件，使用自定义的停词器对文本进行分词，并将分词结果储存在目标文件中，我们将分词后的文本称为干净文本，生成干净文本的过程是顺序执行，非并行化的。为了后续处理的方便性，我们修改输出文件的格式为：filename-classNum，filename 为原文件的文件名，classNum 为它所属的类别的编号，两者用分隔符‘-’隔开。

Algorithm 1 特征选择半并行化算法：第一步

Input: 邮件训练样本全集 U ，停词表 S

Output: 用停词表分割后的干净文本

- 1: 初始化类别名-类别编号对应表 classMap
 - 2: 初始化停词器 stopAnalyzer=StopAnalyzer(S)
 - 3: **for each** 文本 u in U **do**
 - 4: 新文本 $u' = \text{stopAnalyzer}(u)$
 - 5: 通过类别名-编号对应表查找文本 u 的文件名 filename 对应的类别编号 num=classMap(u)
 - 6: 在目标目录下创建 filename-num 文件，并将新文本 u' 的内容写入该文件。
 - 7: **end for**
-

第二步从干净文本中提取全局邮件文本特征集的过程是并行化的，使用 MapReduce 并行计算框架，在 Map 阶段读取干净文本，对于每一个单词 word，发射 (word,1) 键值对。在 Reduce 阶段，设置一个全局缓存变量 n ，为每个单词维护一个编号，并将每个单词和相应的编号输出到全局邮件特征集中。

Algorithm 2 特征选择半并行化算法：第二步

Input: 干净文本 U'

Output:

```
1: Map 阶段:  
2: function MAP(filename, text)  
3:   for each word  $w$  in  $text$  do  
4:     Emit( $w, 1$ )  
5:   end for  
6: end function  
7: Reduce 阶段:  
8: function REDUCE(word, value)  
9:   全局缓存变量  $num = num + 1$   
10:  将  $word$  和  $num$  写入到全局邮件文本特征集中  
11:   Emit( $word, value$ )  
12: end function
```

3.1.2 并行化计算方法

非并行化顺序执行，缺点也显而易见：计算速度慢，效率低，因此我们设计了并行化的计算方法，利用 MapReduce 计算框架，很好地并行处理大量的训练文本，极大地加快了处理速度。

在 Map 阶段读取原文本，利用停词器将其分词后输出到目标目录下，同时对于每一个单词，发射 (word, filename-classNum) 键值对。值得注意的是，因为停词表是所有 Mapper 都需要各自初始化的，因此将其初始化放在 Map 阶段的 setup 过程中，首先将停词表文件路径存在 DistributedCache 中，然后在 setup 过程中读取该路径并利用其初始化停词器，在 map 过程中使用该停词器。

在 Reduce 阶段，设置一个全局缓存变量 n ，用来表示每一个单词的唯一标号。输入为 (word, value)。由于在 Reduce 阶段，已经将相同 key 的键值对都整合到了一起，因此读取的 word 值是唯一不重复的，只需要利用全局变量 n 为每一个单词分配相应的标号，并将单词和编号输出到目标文件中即可。

3.1.3 运行结果

该任务的输出结果如下图所示：

3.2 特征向量权重计算

本任务主要是基于任务一输出的特征词向量，计算出每个邮件样本的特征词权重，特征词权重用来刻画特征词在描述此文本内容时所起的重要程度。

```
1 part-r-00000
2830 almy 2830
2831 aln 2831
2832 alnoi 2832
2833 alnuweiri 2833
2834 alo 2834
2835 aload 2835
2836 alocohol 2836
2837 alod 2837
2838 aloe 2838
2839 aloft 2839
2840 alogirhtm 2840
2841 alogorythmn 2841
2842 alogrithm 2842
2843 aloha 2843
2844 alois 2844
2845 alok 2845
2846 alomar 2846
2847 alomost 2847
2848 alon 2848
2849 alondra 2849
2850 alone 2850
2851 along 2851
2852 alongside 2852
2853 alook 2853
2854 alopez 2854
2855 alot 2855
2856 alou 2856
2857 aloud 2857
2858 alow 2858
2859 alows 2859
NORMAL part-r-00000
```

图 2: 全局邮件文本特征

Algorithm 3 特征选择并行化算法

Input: 邮件训练样本全集 U , 停词表 S

Output: 用停词表分割后的干净文本, 全局邮件文本特征集

```
1: 初始化类别名-类别编号对应表 classMap
2: 将停词表  $S$  存入 DistributedCache 中
3: Map 阶段:
4: function SETUP
5:   从 DistributedCache 中读取停词表  $S$ 
6:   初始化停词器 stopAnalyzer=StopAnalyzer( $S$ )
7: end function
8: function MAP( $filename, text$ )
9:    $text' = stopAnalyzer(text)$ 
10:  将  $text'$  写入到目标干净文本中
11:  for each word  $w$  in  $text'$  do
12:    Emit( $w, filename$ )
13:  end for
14: end function
15: Reduce 阶段:
16: function REDUCE( $word, value$ )
17:   全局缓存变量  $num = num + 1$ 
18:   将  $word$  和  $num$  写入到全局邮件文本特征集中
19:   Emit( $word, filename$ )
20: end function
```

目前流行的特征向量权重算法大多是通过构造评估函数, 对特征集合中的每个特征进行评估, 并对每个特征打分, 这样每个词语都获得一个评估值, 又称为权值。然后将所有特征按权值大小排序, 提取预定数目的最优特征作为提取结果的特征子集。显然, 对于这类型算法, 决定文本特征提取效果的主要因素是评估函数的质量。

目前常见的特征向量权重算法有 TF-IDF, 词频方法 (Word Frequency), 文档频次方法 (Document Frequency), 互信息 (Mutual Information), 期望交叉熵 (Expected Cross Entropy), χ^2 统计量方法, 文本证据权 (The Weight of Evidence for Text) 等。在本任务中, 我们采用 TF-IDF 算法。

3.2.1 原理解释

TF-IDF (term frequency-inverse document frequency) 是一种用于资讯检索与资讯探勘的常用加权技术。TF-IDF 是一种统计方法, 用以评估一字词对于一个文件集或一个语料库中的其中一份文

件的重要程度。字词的重要性随着它在文件中出现的次数成正比增加，但同时会随着它在语料库中出现的频率成反比下降。TF-IDF 加权的各种形式常被搜寻引擎应用，作为文件与用户查询之间相关程度的度量或评级。

在一份给定的文件里，词频（term frequency, TF）指的是某一个给定的词语在该文件中出现的频率。这个数字是对词数 (term count) 的归一化，以防止它偏向长的文件。（同一个词语在长文件里可能会比短文件有更高的词数，而不管该词语重要与否。）对于在某一特定文件里的词语 t_i 来说，它的重要性可表示为：

$$tf_{i,j} = \frac{n_{i,j}}{\sum_k n_{k,j}}$$

以上式子中 $n_{i,j}$ 是该词 t_i 在文件 d_j 中的出现次数，而分母则是在文件 d_j 中所有字词的出现次数之和。

逆向文件频率（inverse document frequency, IDF）是一个词语普遍重要性的度量。某一特定词语的 IDF，可以由总文件数目除以包含该词语之文件的数目，再将得到的商取对数得到：

$$idf_i = \log \frac{|D|}{|\{j : t_i \in d_j\}|}$$

其中 $|D|$ 是语料库中的文件总数， $|\{j : t_i \in d_j\}|$ 是包含词语 t_i 的文件数目（即 $n_{i,j} \neq 0$ 的文件数目）如果该词语不在语料库中，就会导致被除数为零，因此一般情况下使用 $1 + |\{j : t_i \in d_j\}|$

将 TF 值和 IDF 值相乘，即获得最终的 TF-IDF 值。

$$tfidf_{i,j} = tf_{i,j} \times idf_i$$

某一特定文件内的高词语频率，以及该词语在整个文件集合中的低文件频率，可以产生出高权重的 TF-IDF。因此，TF-IDF 倾向于过滤掉常见的词语，保留重要的词语。

3.3 Hadoop MapReduce 实现

由于 TF-IDF 设计到 TF 和 IDF 两种不同指标的计算，所以所有计算难以直接在一个 job 中完成。我们通过分解，将其划分为三个 Job，分别对应于计算的三个阶段：TF 计算（TF-Job），IDF 计算（IDF-Job）和 TF、IDF 相乘的整合阶段（Integrate-Job）。

3.3.1 TF-Job

在 TF Job 中，主要任务是统计每个文件所有单词个数以及每个单词的出现次数，并计算每个单词在每个文件中的出现比例。

在 Map 阶段，读取在上个任务中生成的干净文本，输入为 (文件名 filename-文本内容 text) 键值对，对于每一个单词 word，发射 (word:filename, 1) 键值对，同时文本单词数量计数器 count 加一，当整个文本遍历完成后，发射 (!:count) 键值对。值得注意的是，我们还需要自定义 Partitioner，因为

我们希望传入 Reducer 的数据按文件名排序（即 key 中 ':' 后面的字符串），所以在自定义 Partitioner 中需要分割 key 并取 ':' 后面的 filename 作为划分和排序标准。

在 Reduce 阶段，输入为 (xxx:filename, list[v1, v2, ...]) 键值对，此处 xxx 可能是单词 word，也可能是标记符 '!'，当它是 '!' 时，value 中存储的是该 file 中所有单词的数量，由于 '!' 是键盘上可输出的字符的 ASCII 码最小的字符，并且我们的自定义 Partitioner 使得来自相同文本（即 filename 相同）的键值对排列在一起并且传入同一个 Reducer，因此对于任意一个文本，所有来自它的键值对中 (!:filename,value) 是第一个被 Reducer 接收到的键值对，因此我们将其存储到全局缓存变量 allWordCnt 中；当它是 word 时，list[v1,v2,...] 中存储的是该 word 在该 file 中的出现次数列表，将其相加即可获得该单词在该文本中的频数，此时全局缓存变量 allWordCnt 存储的是该文本中所有单词的数量，将二者相除即可得到该单词在该文本中的 TF 值，最后发射键值对 (word:filename, tf)。

Algorithm 4 TF-IDF 算法: TF-Job

Input: 干净训练文本全集 D

Output: 所有文本下所有单词的 TF 值

```
1: Map 阶段:
2: function SETUP
3:   初始化全局缓存变量  $n = 0$ 
4: end function
5: function MAP(filename, text)
6:   for each word  $w$  in text do
7:     Emit( $w : filename, 1$ )
8:   end for
9: end function
10: Reduce 阶段:
11: function REDUCE(key, value = list[v1, v2, ...])
12:   if key.beginWith('!') then
13:     全局缓存变量  $n = value$ 
14:   else
15:      $sum = 0$ 
16:     for each  $v$  in list[v1, v2, ...] do
17:        $sum = sum + v$ 
18:     end for
19:      $tf = \frac{sum}{n}$ 
20:     Emit(key, tf)
21:   end if
22: end function
```

3.3.2 IDF-Job

在 IDF-Job 中，需要计算两个值，一是文档数目，这个可以在 Reducer 外读取上下文信息来获得，另一个是包含某个单词的文件数目，由于 TF-Job 中已经输出 (word:filename, tf) 键值对，因此只需要读取 TF-Job 的输出，解析 word 和 filename 的对应关系，统计同一个包含同一个 word 的文件数目即可，这是一个典型的 WordCount 任务。

在 Map 阶段，从输入的 (key, text) 键值对的 text 字符串按 ':' 分割，':' 前面的子字符串即为单词 word，发射键值对 (word,1)。

在 Reduce 阶段，输入为 (word, list[v1,v2,...])，只需要将 list[v1,v2,...] 累加起来，即为包含单词 word 的文档个数，利用公式 $idf_i = \log \frac{|D|}{|\{j:t_i \in d_j\}|}$ 可以求得 IDF 值，最后发射键值对 (word,idf)。

Algorithm 5 TF-IDF 算法: IDF-Job

Input: TF-Job 的输出文本 T

Output: 所有单词的 IDF 值

```
1: Map 阶段:  
2: function MAP(filename, text)  
3:   word = split(text, ':')[0]  
4: end function  
5: Reduce 阶段:  
6: function REDUCE(key, value = list[v1, v2, ...])  
7:   sum = 0  
8:   for each v in list[v1, v2, ...] do  
9:     sum = sum + v  
10:  end for  
11:  n = getProfileNum()  
12:  idf =  $\log \frac{n}{sum}$   
13:  Emit(key, idf)  
14: end function
```

3.3.3 Integrate-Job

在 Integrate-Job 中，由于 TF-Job 和 IDF-Job 的输出文件格式不统一，因此主要任务是读取两个不同格式的文件，并将 TF 值和 IDF 值解析出来，最后相乘得到 TF-IDF 值。

TF-Job 的输出文件格式为：

```
1   word1:filename1    tf11  
2   word2:filename1    tf21
```

```
3      word1:filename2      tf12
4      ...
```

IDF-Job 的输出文件格式为:

```
1  word1  idf1
2  word2  idf2
3  ...
```

因此在处理时,在 Map 阶段,将读入的文本分割回原本的格式,发射 (word:filename, tf) 键值对或 (word,idf) 键值对。在 Reduce 阶段,对两种不同类型的 key 分开处理。此处利用了按 key 排序的特性,对于包含同一个 word 的 key,一定是 (word,idf) 键值对先被读入,然后再读入 (word,filename,idf) 键值对,因此,先将 idf 值存入全局缓存变量中,然后将该 idf 和后续每个属于该单词的不同文本的 TF 值相乘,即可获得最终每个单词每个文本的 TF-IDF 值。

Algorithm 6 TF-IDF 算法: Integrate-Job

Input: TF-Job 的输出文本 T , IDF-Job 的输出文本 I

Output: 所有单词所有文本的 TF-IDF 值

1: **Map 阶段:**

2: **function** MAP($filename, text$)

3: $key' = \text{split}(text, '\t')[0]$

4: $value' = \text{split}(text, '\t')[1]$

5: Emit($key', value'$)

6: **end function**

7: **Reduce 阶段:**

8: **function** REDUCE($key, value$)

9: **if** $key.\text{contains}(':')$ **then**

10: $tfidf = value \times idf$

11: Emit($key, tfidf$)

12: **else**

13: 全局缓存变量 $idf = value$

14: **end if**

15: **end function**

3.4 朴素贝叶斯

3.4.1 原理推导

朴素贝叶斯算法是生成模型中分类算法之一。所有朴素贝叶斯分类器都假设特定特征的值独立于给定类变量的任何其他特征的值。例如，如果水果是红色的，圆形的，直径约 10 厘米，则可以认为它是苹果。朴素贝叶斯分类器认为这些特征中的每一个都独立地贡献于该果实是苹果的概率，而不管任何可能的颜色，圆度和直径特征之间的相关性。抽象来看，朴素贝叶斯是一个条件概率模型：给定一个要分类的问题实例，用向量表示 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ 代表一些 n 个特征（自变量），它为此实例分配概率 $p(C_k | x_1, \dots, x_n)$ 其中 C_k 表示 K 个可能的类别中的一个。使用贝叶斯定理，条件概率可以分解为

$$p(C_k | \mathbf{x}) = \frac{p(C_k)p(\mathbf{x} | C_k)}{p(\mathbf{x})}$$

“朴素”的条件独立假设发挥作用：假设所有特征都在 \mathbf{x} 是相互独立的，对类的条件 C_k 。在这个假设下，

$$p(x_i | x_{i+1}, \dots, x_n, C_k) = p(x_i | C_k)$$

因此，可以表示为

$$p(C_k | x_1, \dots, x_n) = \frac{p(C_k)}{p(\mathbf{x})} \prod_{i=1}^n p(x_i | C_k)$$

因此只要比较 $p(C_k) \prod_{i=1}^n p(x_i | C_k)$ 的值就可以判断类别。即为求下式

$$\hat{y} = \underset{k \in 1, \dots, K}{\operatorname{argmax}} p(C_k) \prod_{i=1}^n p(x_i | C_k)$$

常用的有高斯朴素贝叶斯，伯努利朴素贝叶斯 Bernoulli 和多项式朴素贝叶斯 Multinomial 三种。高斯朴素贝叶斯当处理连续数据时，典型的假设是与每个类相关联的连续值根据正态（或高斯）分布分布。多项式朴素贝叶斯使用多项事件模型，样本（特征向量）表示多项式生成某些事件的频率 (p_1, \dots, p_n) 其中 p_i 是事件 i 发生的概率（或多类情况下的 K 个多项式）。在词袋模型中事件表示单个文档中单词的出现。伯努利朴素贝叶斯：在多变量伯努利事件模型中，特征是描述输入的独立布尔值（二元变量）。尽管朴素贝叶斯分类器具有朴素设计和明显过于简单的假设，但它在许多复杂的现实世界中仍然运行良好。综合比较表明，贝叶斯分类的表现优于其他方法，特别是在文本处理方面。

3.4.2 Hadoop MapReduce 实现

词袋模型就是表示文本特征的一种方式。给定一篇文档，它会有很多特征，比如文档中每个单词出现的次数、某些单词出现的位置、单词的长度、单词出现的频率……而词袋模型只考虑一篇文档中单词出现的频率（次数），用每个单词出现的频率作为文档的特征（或者说用单词出现的频率来

代表该文档)。利用词袋模型表示文本特征来进行朴素贝叶斯分类器的实现。实际上就是求

$$\hat{y} = \operatorname{argmax}_{k \in 1, \dots, K} p(C_k) \prod_{i=1}^n p(w_i | C_k)$$

其中 w_i 表示文档中的第 i 个单词。由于每个概率值很小（比如 0.0001）若干个很小的概率值直接相乘，得到的结果会越来越小。为了避免计算过程出现下溢，最终无法比较，引入对数函数 \log ，在 \log 空间中进行计算。然后得到如下公式

$$\hat{y} = \operatorname{argmax}_{k \in 1, \dots, K} \log p(C_k) + \sum_{i=1}^n \log p(w_i | C_k)$$

训练朴素贝叶斯的过程其实就是计算先验概率 $p(C_k)$ 和后半部分似然函数的过程。

3.4.3 先验概率 $p(c)$ 的计算

$P(C_k)$ 的意思是：在所有的文档中，类别为 C_k 的文档出现的概率有多大。假设训练数据中一共有 N_{doc} 篇文档，只要数一下类别 C_k 的文档有多少个就能计算 $P(C_k)$ 了，类别 C_k 的文档共有 N_k 篇，先验概率的计算公式如下：

$$p(C_k) = \frac{N_k}{N_{doc}}$$

3.4.4 似然函数 $p(w_i|C_k)$ 的计算

由于是用词袋模型表示一篇文档 d ，对于文档 d 中的每个单词 w_i ，找到训练数据集中所有类别为 C_k 的文档，数一数单词 w_i 在这些文档（类别为 C_k ）中出现的次数： $count(w_i, C_k)$ 。然后，再数一数训练数据集中类别为 C_k 的文档一共有多少个单词

$$\sum_{w \in V} count(w, C_k)$$

其中 V 是词库，即所有在文本中出现过的单词。（有些单词在词库中，但是不属于类别 C_k ，那么 $count(w, C_k) = 0$ 计算二者之间的比值，就是似然函数的值。似然函数计算公式如下：

$$p(w_i | C_k) = \frac{count(w_i, C_k)}{\sum_{w \in V} count(w, C_k)}$$

需要考虑特殊情况某一类的文档不包含某个词时，考虑 add-one-smoothing ，类似于拉普拉斯修正，其实就是将“出现次数加一”。此时似然函数变为：

$$p(w_i | C_k) = \frac{count(w_i, C_k) + 1}{\sum_{w \in V} (count(w, C_k) + 1)} = \frac{count(w_i, C_k) + 1}{\sum_{w \in V} count(w, C_k) + |V|}$$

其中 $|V|$ 表示词库的单词数。

在 Hadoop MapReduce 的实现中分成了两个 Job 来完成，分别是训练阶段的 Job 和预测阶段的 Job

Algorithm 7 朴素贝叶斯训练阶段第一个 Job

Input: 邮件训练样本全集 U

Output: 输出训练结果文件，记录键值对 < 类名 # 单词, 数量 >

- 1: Map 阶段: 分割每个单词并根据文件名获得类名编号, 输出 < 类名 # 单词, 数量 >
 - 2: **for each** 单词 w in U **do**
 - 3: 类名编号 $classnum = GetClassNum(GetFileName(w))$
 - 4: Emit($classnum + \text{"#"} + w, 1$)
 - 5: **end for**
 - 6: Combine 阶段: 合并 < 类名 # 单词, num1>、< 类名 # 单词, num2> 为 < 类名 # 单词, num1+num2>
 - 7: Reduce 阶段: 合并并输出 < 类名 # 单词, 数量 > 到输出文件中
 - 8: $sum = 0$
 - 9: **for all** < 类名 # 单词, 数量 num> with same key **do**
 - 10: 类名编号 $sum + = num$
 - 11: **end for**
 - 12: Emit(类名 # 单词, sum)
-

Algorithm 8 朴素贝叶斯预测阶段第二个 Job

Input: 第一个 Job 训练结果键值对集合 $\langle \rangle$ 训练邮件预测样本全集 U , 类编号和类文件数对应表 B

Output: 输出训练结果文件, 记录键值对 $\langle \text{类名} \# \text{单词}, \text{数量} \rangle$

- 1: Map 阶段: 分割每个单词并根据文件名获得类名编号, 输出 $\langle \text{类名} \# \text{单词}, \text{数量} \rangle$
 - 2: Map 阶段 setup: 将训练结果 A 键值对保存到 $\text{Map}\langle \text{String}, \text{int} \rangle$ 结构的 TrainSet 中, 并提取键值对 $\langle \text{类名} \# \text{单词}, \text{数量} \rangle$ 中的单词存入词库 WordSum 中
 - 3: Map 阶段 setup: 将对应关系 B 保存到 $\text{Map}\langle \text{String}, \text{int} \rangle$ 结构的 ClassSet 中
 - 4: Map 阶段 map:
 - 5: **for each** 单词 w in U **do**
 - 6: 类名编号 $classnum = \text{GetClassNum}(\text{GetFileName}(w))$
 - 7: **for each** 类别 c in ClassSet.keys **do**
 - 8: 类名编号 $classnum = \text{GetClassNum}(\text{GetFileName}(w))$
 - 9: $\text{Emit}(classnum + "\#" + w, 1)$
 - 10: **end for**
 - 11: $\text{Emit}(classnum + "\#" + w, 1)$
 - 12: **end for**
 - 13: Combine 阶段: 合并 $\langle \text{类名} \# \text{单词}, num1 \rangle$ 、 $\langle \text{类名} \# \text{单词}, num2 \rangle$ 为 $\langle \text{类名} \# \text{单词}, num1+num2 \rangle$
 - 14: Reduce 阶段: 合并并输出 $\langle \text{类名} \# \text{单词}, \text{数量} \rangle$ 到输出文件中
 - 15: $sum = 0$
 - 16: **for all** $\langle \text{类名} \# \text{单词}, \text{数量} \text{ num} \rangle$ with same key **do**
 - 17: 类名编号 $sum + = num$
 - 18: **end for**
 - 19: $\text{Emit}(\text{类名} \# \text{单词}, sum)$
-