

PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN (Design and Analysis of Algorithms)

L/O/G/O

GV: HUỖNH THỊ THANH THƯỜNG

Email: hh.thanhthuong@gmail.com

thuonghtt@uit.edu.vn

CHƯƠNG 3

THIẾT KẾ THUẬT TOÁN

Algorithm Design

GV: ThS. HUỖNH THỊ THANH THƯƠNG

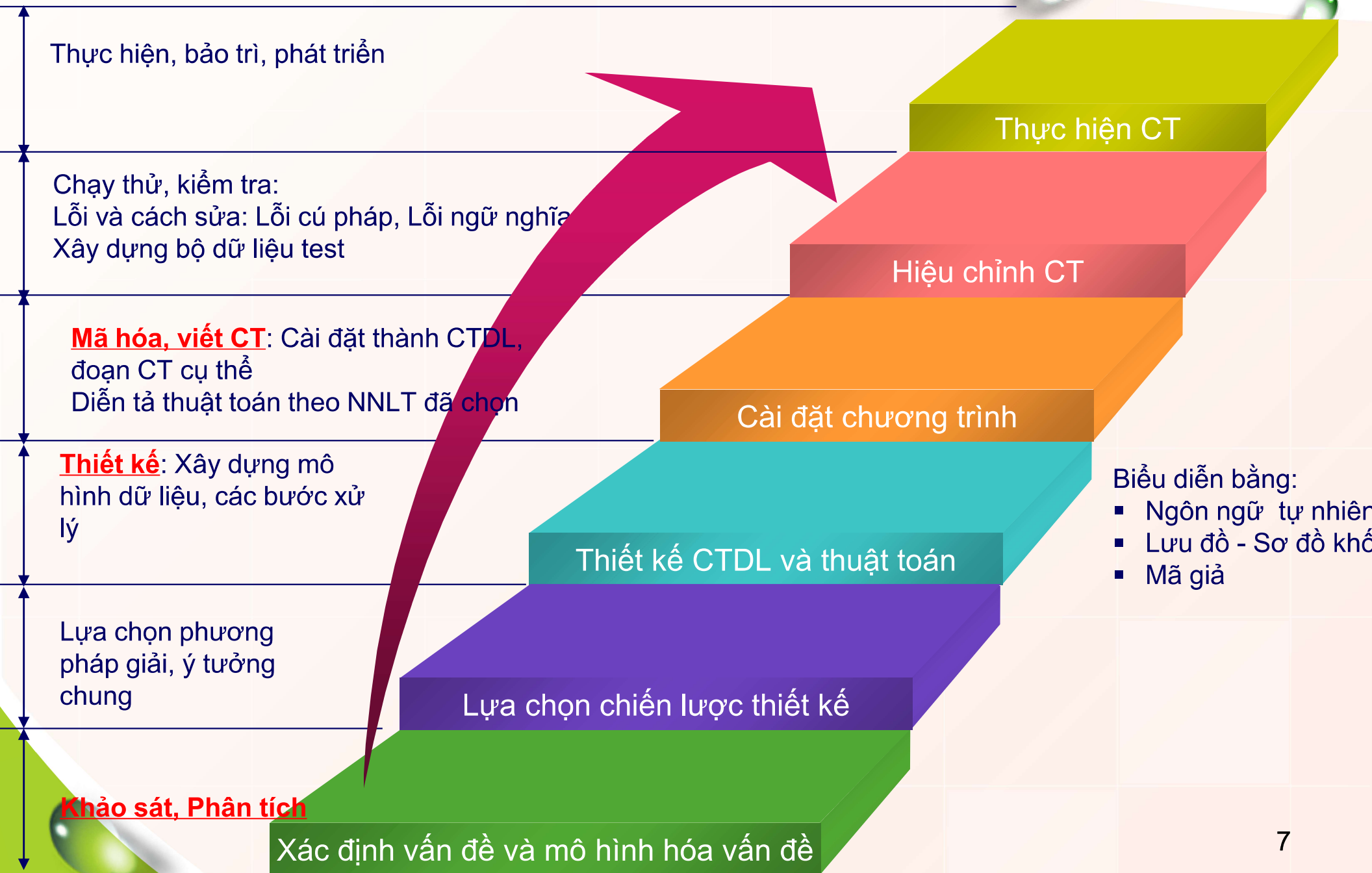
Email:

thuonghtt@uit.edu.vn

Problem

- ❖ **Problem (nói chung, cách hiểu của con người):**
a matter or situation regarded as unwelcome or harmful and needing to be dealt with and overcome.
- ❖ **2 tình huống thông dụng của problem**
 - A thing that is difficult to achieve.
 - An inquiry starting from given conditions to investigate or demonstrate a fact, result, or law.

Quy trình giải quyết vấn đề bằng MTĐT



Giai đoạn trọng yếu 1

❖ Xác định vấn đề và biểu diễn (mô hình hóa) vấn đề:

- Mục đích (kết quả): mô hình của vấn đề
- Xây dựng mô hình vấn đề xong mới nói tới giải pháp
- Trước khi mô hình hóa phải hiểu bài toán thực tế và phát biểu ở góc độ tự nhiên
- Trả lời rõ ràng các câu hỏi: What? Why? How? ...trên cơ sở đó xây dựng mô hình cho vấn đề

Define a problem



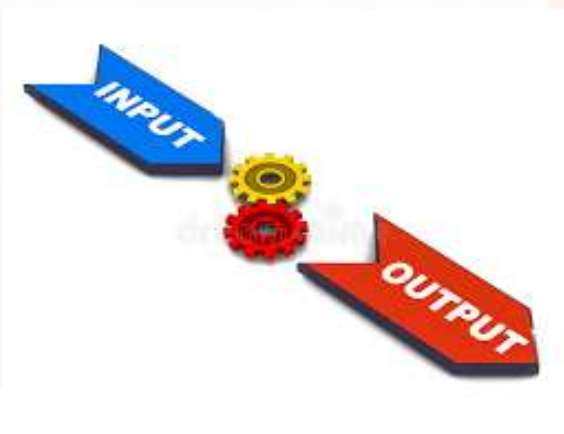
- Phải hiểu cặn kẽ bài toán này, bằng cách trả lời rõ ràng các câu hỏi:

Step 1:



- Câu hỏi:

- 1) Thông tin/dữ liệu của bài toán bao gồm những gì?
- 2) Yêu cầu xử lý ra sao, nghĩa là ta phải làm gì?
- 3) Có điều kiện ràng buộc gì hay không?
- 4) Các mẫu ví dụ và đáp án



Define a problem

❖ Cần phát biểu rõ ràng để thiết kế giải thuật trên máy tính:

1. Tình huống, ngữ cảnh, Cơ sở dữ liệu – thông tin – tri thức của vấn đề (Base)
2. Giả thiết (Input)
3. Mục tiêu, yêu cầu (Output)
4. Các điều kiện, ràng buộc, phạm vi

Mô hình hóa (biểu diễn) vấn đề

- ❖ Vấn đề phải được đặc tả hay mô hình hóa dựa trên **công cụ toán học** hay các **ngôn ngữ đặc tả** (hình thức) cho máy tính
- ❖ Mô hình cho từng thành phần và tổng hợp lại → mô hình cho vấn đề.

Ví dụ 1: Giếng ma thuật

Mô tả bài toán:

- Bạn đang đứng trước một cái giếng ma thuật, trên đó có ghi 2 số nguyên dương a và b .
- Mỗi lần ném một viên sỏi xuống giếng, nó sẽ trả về cho bạn $a*b$ đồng tiền vàng, sau đó a và b sẽ tăng lên 1.
- Vậy nếu bạn có n viên sỏi thì sẽ kiếm được bao nhiêu đồng tiền vàng?



Ví dụ 1: Giếng ma thuật



- **Input**

- 2 số nguyên a và b với $1 \leq a, b \leq 2000$
- Số nguyên không âm n với $0 \leq n \leq 5$ là số viên sỏi mà bạn có được

- **Output**

- Một số nguyên cho biết số đồng tiền vàng kiếm được

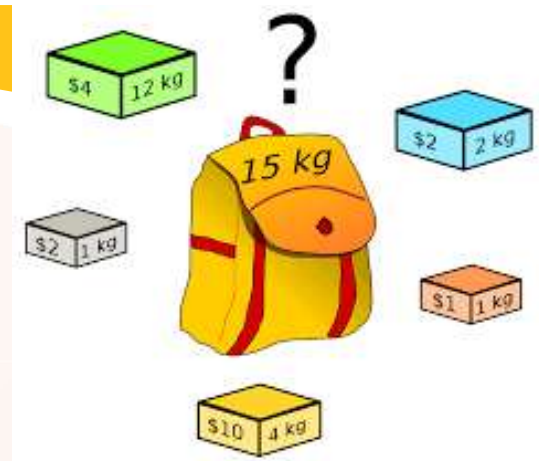
Ví dụ: Cho $a = 1$, $b = 2$ và $n = 2$, output là 8 đồng

*** Nên đặt điều kiện ràng buộc cho các biến

Ví dụ 2

❖ Knapsack Problem

Một kẻ trộm đột nhập vào 1 ngôi nhà, hắn tìm thấy n đồ vật có trọng lượng và giá trị khác nhau. Nhưng hắn chỉ mang theo 1 cái balo/túi có sức chứa về trọng lượng tối đa là M. Kẻ trộm cố bỏ các đồ vật vào túi sao cho đạt 1 giá trị cao nhất khi mang đi



0/1 Knapsack Problem

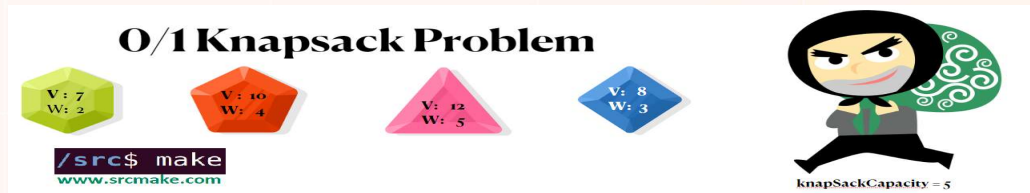


/src\$ make
www.srcmake.com



knapSackCapacity = 5

Ví dụ 2: Ăn trộm/Balo

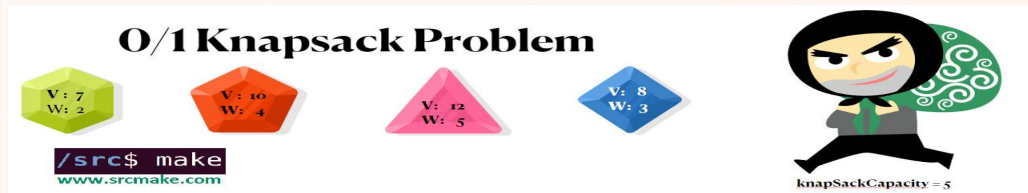


- **Input**

- Một số nguyên n với $1 \leq n \leq 1000$ là số đồ vật có trong ngôi nhà.
- Mảng p gồm có n số thực, p_i là giá trị của đồ vật thứ i , $1 \leq i \leq n$, $1 \leq p_i \leq 1$ tỷ
- Mảng w gồm có n số thực, w_i là trọng lượng của đồ vật thứ i , $1 \leq i \leq n$, $1 \leq w_i \leq 100$
- Số thực M cho biết sức chứa về trọng lượng tối đa của balo, $1 \leq M \leq 1000000$

*** Nên đặt điều kiện ràng buộc cho các biến

Ví dụ 2: Ăn trộm/Balo



- **Output**

- Một số thực cho biết tổng giá trị của balo
- Một phương án bỏ đồ vật vào trong túi

Gọi x_i là số lượng đồ vật thứ i được chọn bỏ vào trong túi, $x_i=0$ thì đồ vật i không được chọn, $x_i=1$ nghĩa là đồ vật thứ i được chọn bỏ vào balo

Một phương án sẽ được biểu diễn như sau:

Mảng $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ $x_i \in \{0, 1\}$

Ví dụ 2: Ăn trộm/Balo

- Output:

Điều kiện ràng buộc của output:

phương án tối ưu = phương án chấp nhận được +
tổng giá trị của balo là lớn nhất

$$\text{maximize } z = \sum_{1 \leq i \leq n} p_i x_i$$

$$\text{thỏa} \quad \sum_{1 \leq i \leq n} w_i x_i \leq M$$

$$\text{và } x_i \in \{0, 1\}$$

Bài tập trên lớp

❖ Bài 1. Bài toán sản xuất (Production planning problem)

Công ty X sản xuất sơn nội thất và sơn ngoài trời. Nguyên liệu gồm 2 loại A và B với trữ lượng là 6 tấn và 8 tấn tương ứng. Để sản xuất 1 tấn sơn nội thất cần 2 tấn nguyên liệu A và 1 tấn nguyên liệu B. Hai số tương ứng của sơn ngoài trời là 1 tấn và 2 tấn. Qua tiếp thị được biết nhu cầu thị trường là như sau (cho 1 ngày):

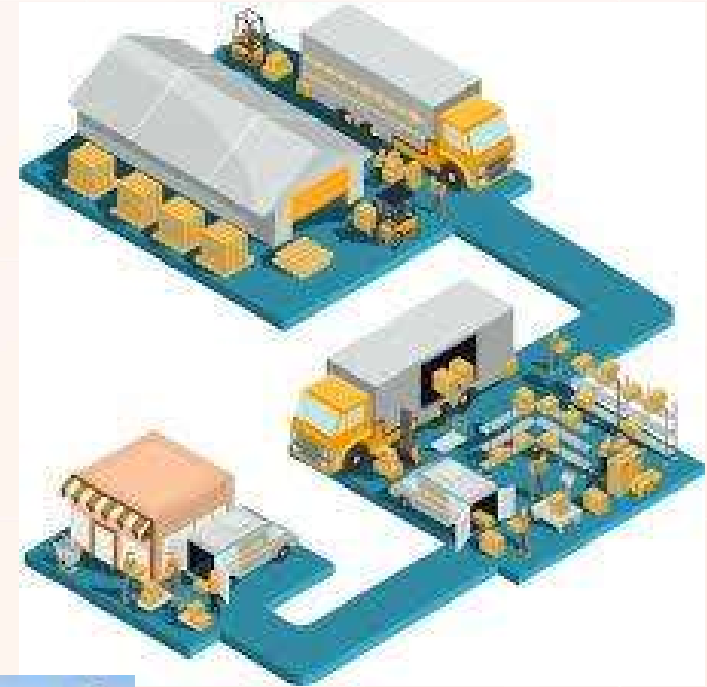
- Nhu cầu sơn nội thất không lớn hơn nhu cầu sơn ngoài trời quá 1 tấn.
 - Nhu cầu cực đại của sơn nội thất là 2 tấn.
 - Giá bán sỉ là 2000USD 1 tấn sơn nội thất và 3000USD 1 tấn sơn ngoài trời.
- Vấn đề là cần sản xuất mỗi ngày như thế nào để doanh thu là lớn nhất.



Bài tập trên lớp (Bonus)

❖ Bài 2. Bài toán vận tải (Transportation problem)

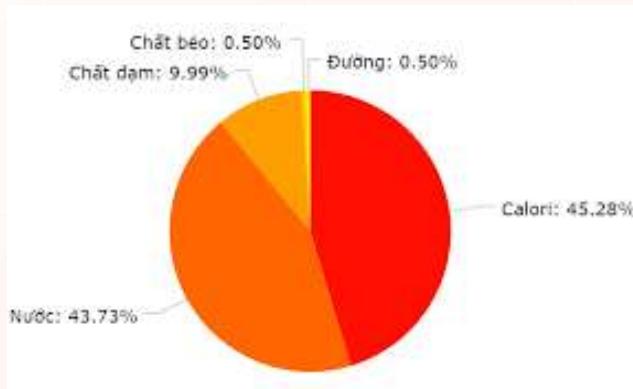
Hàng hóa được vận chuyển từ m kho đến n cửa hiệu bán lẻ. Lượng hàng ở kho i là $s_i \geq 0$ (tấn), $i = 1, \dots, m$ và cửa hiệu j có nhu cầu $d_j \geq 0$ (tấn), $j = 1, \dots, n$. Cước vận chuyển 1 tấn hàng từ kho i đến cửa hiệu j là c_{ij} đồng. Giả sử tổng hàng ở các kho và tổng nhu cầu bằng nhau. Bài toán đặt ra là lập kế hoạch vận chuyển để tiền cước là nhỏ nhất, với điều kiện là mỗi cửa hàng đều nhận đủ và mỗi kho đều trao hết hàng.



Bài tập trên lớp

❖ Bài 3. Bài toán khẩu phần ăn (Diet problem)

Giả sử người ta muốn chế biến món ăn từ nhiều thành phần (thực phẩm) (như thịt gà, thịt bò, trứng gà, rau củ quả, ...) sao cho đủ các chất bổ (như chất đạm, chất béo, chất đường...) mà giá thành lại rẻ nhất.



Giả sử có n thành phần, với giá 1 đơn vị khối lượng (g, kg, ...) thành phần j là C_j ($j = 1, \dots, n$). Đồng thời có m chất. Biết rằng 1 đơn vị thành phần j chứa a_{ij} đơn vị chất i ($i = 1, \dots, m$) và mức chấp nhận được số đơn vị chất i trong hỗn hợp là nằm giữa $l_i \geq 0$ và $u_i \geq 0$

Mô hình hóa bài toán

❖ Nhận xét

Các bài toán trên thuộc các lĩnh vực khác nhau nhưng cùng có chung 1 dạng:

“Xác định các biến hay tìm 1 phương án chấp nhận được (tức thỏa mọi ràng buộc) sao cho làm cực đại (hoặc cực tiểu) hàm mục tiêu”

Bài toán tối ưu tổ hợp

❖ Có dạng tổng quát:

Cho hàm $f(X)$ là hàm mục tiêu xác định trên 1 tập hữu hạn các phần tử D (tập các phương án)

Mỗi $X \in D$ có dạng $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ gọi là 1 phương án, $X_i \in P$ (tập các biến)

Cần tìm 1 phương án X “chấp nhận được” (thỏa mọi ràng buộc) sao cho $f(X)$ đạt min (max) →
phương án tối ưu

Bài toán tối ưu tổ hợp

❖ Cách giải quyết

▪ Vét cạn

Tuần tự xét tất cả các khả năng (phương án) có thể có cho đến khi gặp giải pháp cho vấn đề cần giải quyết → **thời gian mũ**

▪ Các thuật toán Quy hoạch tuyến tính (Toán học: ngành tối ưu)

▪ Tối ưu cục bộ : phương pháp tham lam

Bài toán tối ưu tổ hợp

❖ Cách giải quyết

- Các thuật toán Quy hoạch tuyến tính
(Toán học: ngành tối ưu)

Các cách giải đơn giản:

- Giải bằng hình học (trường hợp 2 biến)
- Thuật toán Fourier-Motzkin

Phức tạp hơn: Phương pháp đơn hình, phương pháp trọng tâm, ...

Giải bài toán tối ưu tổ hợp

❖ Ví dụ:

Một công ty điện tử sản xuất 2 kiểu radio trên 2 dây chuyền độc lập. Công suất của dây chuyền 1 là 60 radio/ngày và dây chuyền 2 là 75 radio/ngày. Để sản xuất 1 chiếc radio kiểu 1 cần 10 linh kiện điện tử E và 1 chiếc radio kiểu 2 cần 8 linh kiện này. Số linh kiện này được cung cấp mỗi ngày không quá 800. Tiền lãi khi bán 1 radio kiểu 1 là 30USD và kiểu 2 là 20USD. Xác định phương án sản xuất cho lãi nhiều nhất trong ngày.

Giải bằng hình học và bằng phương pháp Fourier-Motzkin.

Đầu tiên phải mô hình hóa bài toán:

Gọi x_1, x_2 là số lượng radio kiểu 1 và kiểu 2 sản xuất trong 1 ngày

Hàm mục tiêu: $\max z = 30x_1 + 20x_2$

Các ràng buộc: $x_1 \leq 60, x_2 \leq 75, 10x_1 + 8x_2 \leq 800, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$

Giải bài toán tối ưu tổ hợp

❖ Giải bằng hình học

Đường mức $30x_1 + 20x_2 = \alpha$

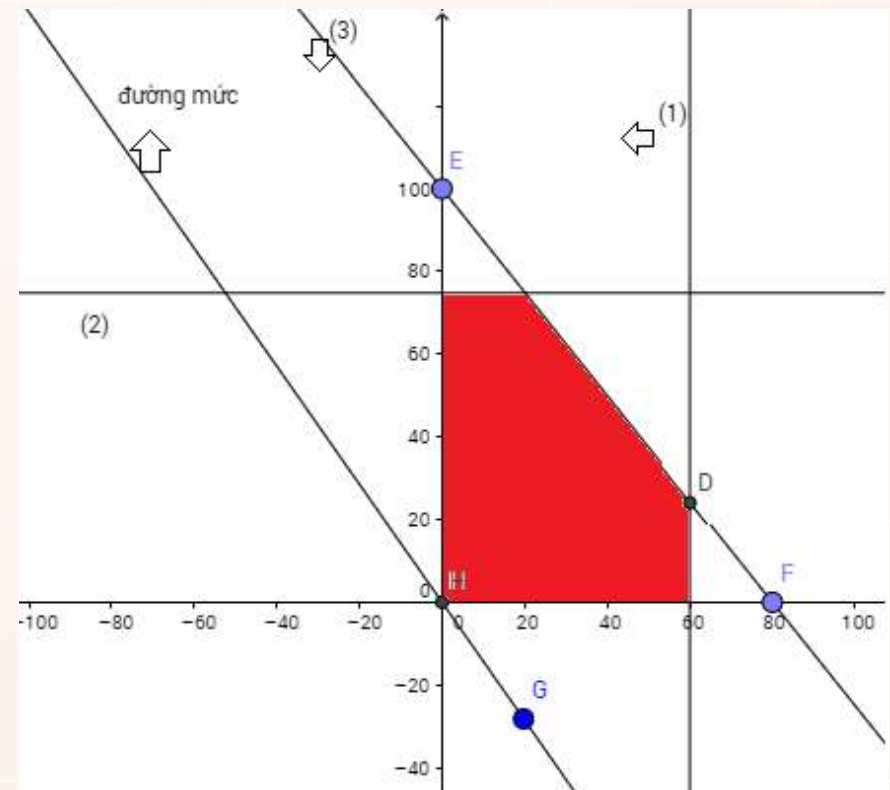
Các ràng buộc được đánh số thứ

tự:

- (1) $x_1 \leq 60$
- (2) $x_2 \leq 75$
- (3) $10x_1 + 8x_2 \leq 800$
- (4) $x_1 \geq 0$
- (5) $x_2 \geq 0$

D là giao điểm của (1) và (3), giải hệ phương trình ta được tọa độ của D là (60, 25)

Vậy phương án tối ưu là $x_1 = 60$ và $x_2 = 25$ với lãi suất cao nhất 2300 USD



Giải bài toán tối ưu tổ hợp

❖ Giải bằng thuật toán Fourier-Motzkin

Các bất phương trình được đánh số thứ tự:

- (1) $x_1 \leq 60$
- (2) $x_2 \leq 75$
- (3) $10x_1 + 8x_2 \leq 800$
- (4) $x_1 \geq 0$
- (5) $x_2 \geq 0$
- (6) $z \leq 30x_1 + 20x_2$ (viết lại hàm mục tiêu)

Trên lớp GV hướng dẫn giải bằng cách khử x_2 trước,
trong slide GV hướng dẫn lại theo cách khử x_1 trước

Giải bài toán tối ưu tổ hợp

❖ Giải bằng thuật toán Fourier-Motzkin

- (1) $x_1 \leq 60$
- (2) $x_2 \leq 75$
- (3) $10x_1 + 8x_2 \leq 800$
- (4) $x_1 \geq 0$
- (5) $x_2 \geq 0$
- (6) $z \leq 30x_1 + 20x_2$ (viết lại hàm mục tiêu)

Khử x_1 trước:

B1: chuyển x_1 về 1 vế và viết lại các bất đẳng thức sao cho cùng chiều

- (1) $x_1 \leq 60$
- (2) $x_2 \leq 75$
- (3) $x_1 \leq (800 - 8x_2)/10$
- (4) $0 \leq x_1$
- (5) $0 \leq x_2$
- (6) $(z - 20x_2) / 30 \leq x_1$

B2: Ghép từng BĐT dạng $x_1 \leq \dots$ với các BĐT dạng $\dots \leq x_1$

- $0 \leq 60$ (hiển nhiên)
- $x_2 \leq 75$
- $0 \leq (800 - 8x_2)/10$
- $0 \leq x_2$
- $(z - 20x_2) / 30 \leq 60$
- $(z - 20x_2) / 30 \leq (800 - 8x_2)/10$

Giải bài toán tối ưu tổ hợp

Tương tự: Khử x_2

B1: Đưa x_2 về 1 vế

- (1) $x_2 \leq 75$
- (2) $x_2 \leq 100$ (có thể bỏ cho gọn)
- (3) $0 \leq x_2$
- (4) $(z - 1800)/20 \leq x_2$
- (5) $x_2 \leq (2400 - z)/4$

B2: Ghép các BĐT

$$\begin{aligned}0 &\leq 75 \\0 &\leq (2400 - z)/4 \\(z - 1800)/20 &\leq 75 \\(z - 1800)/20 &\leq (2400 - z)/4\end{aligned}$$

Rút gọn:

$$\begin{aligned}z &\leq 2400 \\z &\leq 3300 \\z &\leq 2300\end{aligned}$$

Kết luận: $z \leq 2300$ nên $\max z = 2300$

Thế lại ta được:

$$\begin{aligned}60 &\leq x_1 \leq 60 \text{ nên } x_1 = 60 \\25 &\leq x_2 \leq 25 \text{ nên } x_2 = 25\end{aligned}$$

BONUS THỰC HÀNH

Bonus vào Cột điểm thực hành:

Cài đặt thuật toán **Fourier-Motzkin**

- Dùng NNLT nào cũng được (gv gợi ý dùng Mapple vì ẻm hỗ trợ xử lý tính toán mạnh mẽ)
- Thuật toán này chỉ giải được 1 số dạng đặc biệt của bài toán tối ưu, chứ không phải giải được mọi loại bài toán.
- SV chỉ cần giải quyết trường hợp 2, 3 biến
- 2 test case bắt buộc có là bài “Sản xuất radio” và “Sản xuất sơn nội thất/ngoài trời”, SV có thể tự tạo thêm 2-3 test case khác nữa.
- Nộp bài gồm: 1) source code, 2) các testcase kèm mô tả bài toán (nếu có), 3) video ghi lại quá trình chạy thử nghiệm, 4) Không bắt buộc, bài giải thủ công bằng tay để đối chiếu các đáp án
- SV ko cần mất thời gian search google vì có search cũng chẳng có kết quả gì đâu, tự cài đặt theo cách hiểu và theo kỹ năng lập trình của mình