

## Bài tập trên lớp – lấy điểm quá trình

$$T(n) = \begin{cases} C_1, & n = 1 \\ 4T\left(\frac{n}{2}\right) + n, & n \geq 2 \end{cases}$$

Đoán:  $f(n) = cn^2$

Trong trường hợp chứng minh không được thì kết luận dự đoán ban đầu là sai và dự đoán lại nghiệm khác

Ta đoán:  $f(n) = cn^2$

Bước 1: Chứng minh  $T(1) \leq f(1)$

Với  $n = 1$ ,  $T(1) = C_1$  và  $f(1) = c$ ,

Để có  $T(1) \leq f(1)$  thì chọn  $C_1 \leq c$

Bước 2: Giả sử  $T(k) \leq f(k)$ ,  $\forall k < n$

Bước 3: Cần chứng minh  $T(n) \leq f(n)$ ,  $\forall n$

Nếu  $n \leq 0$  thì  $T(n) \leq f(n)$

Mà  $n > 0$

Nên dự đoán nghiệm sai

Đoán:  $f(n) = cn^2 + bn$

Bước 1: Chứng minh  $T(1) \leq f(1)$

Với  $n = 1$ ,  $T(1) = C_1$  và  $f(1) = c + b$ ,

Để có  $T(1) \leq f(1)$  thì chọn  $C_1 \leq c + b$

Bước 2: Giả sử  $T(k) \leq f(k)$ ,  $\forall k < n$

Bước 3: Cần chứng minh  $T(n) \leq f(n)$ ,  $\forall n$

$$T(k) \leq f(k)$$

$$\Leftrightarrow 4T(n/2) + n \leq 4f(n/2) + n$$

$$\Leftrightarrow T(n) \leq 4(cn^2/4 + bn/2) + n$$

$$\Leftrightarrow T(n) \leq cn^2 + 2bn + n$$

$$\Leftrightarrow T(n) \leq f(n) + bn + n$$

Nếu  $bn + n \leq 0$

Thì  $T(n) \leq f(n)$

$$\Rightarrow b+1 \leq 0$$

Liên hệ với  $C_1 \leq c + b$

$$\Rightarrow \text{Chọn } b = -1, c = C_1 + 1$$

$$\text{Ta chọn: } f(n) = (C_1 + 1)n^2 - n$$