南方科技大学
SOUTHERN UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

学年学期：2024 学年春季学期　　开课单位：地球与空间科学系

考试科目：连续介质力学基础　　课程编号：ESS213

命题教师：杨亭　　考试时长：120 分钟

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分值	7	7	7	7	9	9	9	9	12	12	12

本试卷共（ 11）大题，满分（100）分（考试结束后请将试卷、答题本、草稿纸一起交给监考老师）

1：简述一点的应力分量σ_{23}和应变分量ε_{23}的含义。

2：简述拉格朗日描述和欧拉描述。

3：在流体力学中，总应力可以分为粘滞应力和压强应力。其中粘滞应力为偏应力，压强应力为球应力。简述球应力和偏应力的定义和区别。

4：简述如下关于变量 ϕ的随流导数的含义：

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \phi$$

5：

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \qquad \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \qquad K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

根据以上弹性常数间的三个关系式，证明如下的表达式

$$\nu = \frac{3K-E}{6K} \qquad \lambda = \frac{3K-2G}{3}$$

6：假定一个流场中任意点（x, y, z）的流速可表示为(cx, -cy, 0)，其中 c 为常数，计算该流场的应变率和涡量，并判断该流场是否为有旋场。

7：根据如下的弹性力学基本方程（几何方程、物理方程、平衡微分方程），推导得到以位移表示的平衡微分方程（纳维尔方程）：

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$$
$$\tau_{ij} = \delta_{ij}\lambda\varepsilon_{kk} + 2G\varepsilon_{ij}$$
$$\tau_{ik,i} + f_k = 0$$

8：由如下以应力表示应变的广义胡克定律表达式，推导出如下的以应变表示应力的广义胡克定律表达式：

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E}\tau_{ij} - \frac{\nu}{E}\delta_{ij}\Theta \qquad \tau_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon\delta_{ij}$$

其中，

$$\Theta = \tau_{kk} \qquad \varepsilon = \varepsilon_{kk} \qquad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \qquad \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

9：通过对固体微元进行热的平衡分析（假定微元内温度的改变，完全来自外部通过热传导向微元传递的热量，以及微元内部放射性生热产生的热量），推导出如下的热传导方程。其中ρ为密度，c_p为等压热容，k为热导率，H为单位质量的生热率。

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k\nabla^2 T + \rho H$$

10：一个连续体，其内部应力均匀分布，如下所示：

$$\sigma_x = +10 \text{ psi} \qquad \tau_{xy} = +5 \text{ psi}$$
$$\sigma_y = +20 \text{ psi} \qquad \tau_{xz} = -10 \text{ psi}$$
$$\sigma_z = -10 \text{ psi} \qquad \tau_{yz} = -15 \text{ psi}$$

（a）计算 x’ 平面的应力矢量 p 的大小与方向，x’ 平面的定义如下：

$$a_{11} = +1/2 \qquad a_{21} = +1/\sqrt{2} \qquad a_{31} \text{ is positive}$$

（b）计算 x’ 平面的正应力及剪应力的大小。

11：如下各边长均为 2’’的薄板遭受外力后，内部处于均匀应力分布。外力 p=14140 psi (1 psi ≈ 6.895 kPa), 杨氏模量 E=30E6 psi，泊松比为 0.25，请计算边 AC 的长度改变。