FBA-like DVA Impacts on Callable FRN

이준범 *

Contents

1 Notations

먼저 다음과 같은 기호를 정의 한다:

(1) R: 무위험 금리

(2) R^F: 발행사 펀딩 금리

(3) $s^F := R^F - R$

(4) α: 백투백 펀딩시 스프레드 (e.g., 80bp). 경험적으로 $\alpha \approx s^F$.

(5) T_i, Δ_i: 장기물 금리 지급 시점과, $\Delta_i = T_i - T_{i-1}$

(6) $T(t) := \sup\{T_i \mid t < T_i\}$

(7) $B(t,s) := \exp\left\{\int_t^s R_u \,\mathrm{d}u\right\}$

(8) $P(t,T)$: t 시점에서 만기 T인 채권의 가격

(9) $L(t,T,S)$: t 시점에서 $(T,S]$ 사이의 리보금리, 따라서 차익거래의 기회가 없다면 다음을 따른다:

$$L(t,T,S) = \frac{1}{(S-T)}\left(\frac{P(t,T)}{P(t,S)} - 1\right) \tag{1.1}$$

(10) τ: 장기물의 예상만기 (stopping time)

(11) τ^D: 부도 시점 (stopping time)

(12) $(\mathbb{E},\mathbb{Q})$: risk-neutral expectation and probability, respectively

(13) v: 장기물의 clean price, 다시 말해서 XVA 적용전의 가격

(14) FVA, FBA, FCA: 각각 다음의 약자이다: funding value adjustment, funding benefit adjustment, funding cost adjustment. 그리고 다음을 따른다:

$$\mathrm{FVA} = \mathrm{FBA} - \mathrm{FCA} \tag{1.2}$$

*OTC Trading, Yuanta Securities Korea, 04538 Seoul, Korea.
Tel: +82-2-3770-5993. Email: junbeom.lee@yuantakorea.com.

2 Proposition

2.1 Preliminary

문서의 목적은 DVA에 발행사(유안타증권)의 조달비용을 녹이는 방식을 제안 하는 것이다. 이후 더 자세히 설명하겠지만, 제안 방식은 실질적으로 DVA를 FBA로 대체하는 효과가 있다. 먼저 아이디어만 간단히 설명하면, DVA 계산에는 부도 확률이 들어가게 되는데, default intensity가 상수 λ인 다음과 같은 누적 부도 확률을 가정한다고 해보자:

$$\mathbb{Q}(\tau^D > t \mid \mathcal{F}_t) = \exp\left\{ -\int_0^t \lambda \, \mathrm{d}u \right\}. \tag{2.1}$$

여기서 λ 를 구하는 방법은 여러가지가 있지만, 발행사의 부도 확률은 전부 조달금리에 반영되어 있다면 다음과 같은 근사치를 택하는 것이 하나의 방법이다:

$$\lambda = (R^F - R)L = s^F L. \tag{2.2}$$

위 식에서 L은 loss rate을 뜻하는데, 편의상 1로 놓고, $\lambda = s^F$라고 가정한다.

Assumption 2.1. $\lambda = s^F$.

이후 논의 에서 독자는 다음 사항들을 염두하고 읽기를 바란다.

Remark 2.2.
- 다시 말하지만, 제안 방식은 결국 DVA를 FBA를 바꾸는 방식이다. 두 adjustment 항목은 상당히 일치하는 부분이 있으나, 이런 식으로 둘중에 하나를 제외하는 방식이 맞는가에 대해서는 논란의 여지가 있다. 개인적 느낌은 실무에 있는 사람들은 이런식으로 DVA를 FBA 효과로 대체하는 방식을 더 선호 하는 것 같다.
- 실무에 있는 사람들이 DVA를 없애고 싶어 하는 이유 중 하나는 DVA는 헤지가 어렵기(실제로 거의 불가능) 때문이다. 이론상, DVA는 발행사의 채권 매매를 통해 헤지 할 수 있다. 예를들어, 발행사의 부도 확률이 높아 지고 있다면, 발행한 채권의 가격의 저렴해 지므로 이 때 다시 재 매입을 통해, 발행사의 부도확률을 현금화 할수 있다. 물론 이것은 현실적으로 적용 불가능하다[1]. 반면 FBA를 적용하면 일반적으로 여분의 헤지 비율이 줄어드는 경향이 있다. 이 부분은 앞으로 제안방식의 구체적인 사항을 논의 하며 확인하도록 하자.
- 본 방식 채택 시 리보 소멸로 인한 회계적 임팩트가 최소화 된다.
- 본 방식을 어느 상품까지 어떻게 구체적으로 적용해야 하는지는 고민을 해봐야 할 필요가 있다.
- 시뮬레이션을 통한 평균 만기 τ를 적용 할텐데 원만기 T를 적용해도 큰 문제는 없다. τ를 적용하면 재무적으로 더 합리적인 가격이 나오겠지만, 모델의 단순성도 중요하다고 생각하기 때문에 이것은 선택의 문제로 볼 수 있다.

2.2 Valuation

장기 백투백 FRN의 가격을 V, DVA를 적용하지 않은 clean price를 v이라 하면:

$$V := v - \mathrm{DVA} \tag{2.3}$$

가 된다. 이제 v와 DVA의 식을 구체화 하자. 먼저 무의험 가격에 대해 리뷰 하면:

$$\begin{aligned} v_t = & \sum_{t<T_i\le\tau} (L(t, T_{i-1}, T_i) + \alpha)\Delta_i P(t, T_i) + P(t, \tau) \\ =& P(t, T(t)) + \alpha \sum_{t<T_i\le\tau} \Delta_i P(t, T_i). \end{aligned} \tag{2.4}$$

[1] 2020년 3월 같은 상황인데, 이 당시 증권사가 채권의 재 매입을 하는 것이 불가능함은 말할 것도 없고 오히려 발행이 증가 했던 시기였다.

위 식에서 $T(t)$ 는 가장 가까운 이자 지급일을 뜻한다.

이제 DVA에 대해서 설명하기 위해 $t > 0$ 시점에서 부도시 평균 손실값을 $\mathcal{E}_t$ (exposure)라 하고, 독자는 다시 한번 (2.1) 와 $s^F = \lambda$을 상기하기 바란다. 이제 DVA는 다음과 같이 표현 가능하다:

$$\begin{aligned}\mathrm{DVA}(t) &:= \int_t^\tau P(t,u)\mathcal{E}_u \, \mathrm{d}\mathbb{Q}(\tau^D \le u \mid \mathcal{F}_u) \\ &= \int_t^\tau P(t,u)\mathcal{E}_u s^F \, \mathrm{d}u \end{aligned} \tag{2.5}$$

표현의 간결성을 위해 $t = 0$으로 놓고, 발행사의 부도 시 거래 상대방은 원금 손실을 입게 되므로 $\mathcal{E} = 1$ 이라 가정한다:

Assumption 2.3. $\mathcal{E} = 1$.

그러면 (2.5)는 다음을 따른다:

$$\begin{aligned}\mathrm{DVA}(0) =& s^F \int_0^\tau P(0,u)\, \mathrm{d}u \\ \approx& s^F \sum_{T_i \le \tau} \Delta_i P(0,T_i)\end{aligned} \tag{2.6}$$

이제 (2.3)을 정리하면:

$$\begin{aligned}V_0 =& v_0 - \mathrm{DVA}(0) \\ \approx& P(0,T_1) + \alpha \sum_{T_i \le \tau} \Delta_i P(0,T_i) - s^F \sum_{T_i \le \tau} \Delta_i P(0,T_i) \\ =& P(0,T_1) + (\alpha - s^F) \sum_{T_i \le \tau} \Delta_i P(0,T_i).\end{aligned} \tag{2.7}$$

보는것과 같이 손익에 영향을 주는 것은 조달 금리와 이전에 조달해 놓은 계약의 조달 스프레드 $\alpha - s^F$ 에 영향을 받음을 알수 있다. 정말 주의 해야 할 사실이 한가지 있는데, (2.7) 에서, $\alpha = s^F$ 라면 스프레드 없는 FRN 의 가격이 된다. 이 경우 80bp의 손익은 이자 지급 기간이 넘어 가는 순간에 실현 손익으로 한번에 인식된다.

Remark 2.4.

- $\tau = T$ 를 가정하면 잔여의 손익 임팩트가 있으나, 큰 영향은 없다.
- 리보 소멸 시, α에 조정 값 (대략 25bp)가 추가 된다. 이 때, 조정값을 ε라 하면,

$$\begin{aligned}V_0 \Rightarrow& P(0,T_1) + (\alpha + \varepsilon - (s^F + \varepsilon)) \sum_{T_i \le \tau} \Delta_i P(0,T_i) \\ =& P(0,T_1) + (\alpha - s^F) \sum_{T_i \le \tau} \Delta_i P(0,T_i)\end{aligned} \tag{2.8}$$

  가 되므로, 손익에 영향은 주지 않게 된다.

Remark 2.5.

- 위 논의는 일반적인 XVA모델보다 훨씬 단순화한 모델이다. 구체적인 모델을 참고 하고 싶다면 싶다면 Lee & Zhou (2021)를 참고 할만하다.
- DVA 와 FVA가 double counting 하는것이 이어서 둘중 하나는 빼야 한다고 생각하는 사람들이 많고, 이를 옹호하는 사람들과 얘기를 해보면 아주 격렬한 저항이 온다 (참고: Cameron (2013)). 대표적인 사람은 Hull이다 (참고: Hull & White (2012)). 2021년에도 같은 주장을 하고 있는지는 확인 하지 않았다.
- FVA를 적용할 시 회계상 새로운 계정이 필요하다. XVA의 회계에 대해 논의 하고 있는 바를 참고 하고 싶다면 다음의 논문들을 참고 할만하다: Albanese & Andersen (2014); Albanese et al. (2020).

References

Albanese, C., & Andersen, L. B. (2014). Accounting for otc derivatives: Funding adjustments and the re-hypothecation option. *Available at SSRN 2482955*.

Albanese, C., Chataigner, M., & Crépey, S. (2020). Wealth transfers, indifference pricing, and xva compression schemes. In *From probability to finance* (pp. 219–248). Springer.

Cameron, M. (2013). The black art of fva. *Risk*, *26*(4), 14.

Hull, J., & White, A. (2012). The fva debate. *Risk*, *25*(8), 83–85.

Lee, J., & Zhou, C. (2021). Binary funding impacts in derivative valuation. *Mathematical Finance*, *31*(1), 242–278.