Junco de las Heras
Valenzuela.

Ejercicio 25 marzo.

Supongamos que las puertas están numeradas 1, 2 y 3, la salida es la 1 con 3 horas, la 2 vuelve en 2 h y la 3 vuelve en 5 h.

X es las horas que va a tardar en salir. E[X] es la esperanza, en horas, del tiempo que tarda en salir.

a) El minero tiene memoria:

$$\cancel{E[X] = 3\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\cdot 2\left(\frac{1}{2}\cdot 3 + \frac{1}{2}(5+3)\right) + \frac{1}{3}\cdot 5\left(\frac{1}{2}\cdot 3 + \frac{1}{2}(2+5)\right)}$$

coge puerta 1 — puerta 2, 1 — puerta 2 3 1 — puerta 3, 1 — puerta 3, 2, 1

puerta 3, 2, 1 significa coger las puertas en el orden $3 \to 2 \to 1$

$\cancel{= 13 \text{ horas}}$

$$E[X] = \frac{1}{3}\cdot 3 + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 5 + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\,10 + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\,8 + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\,10 =$$

1 puerta entre 3 a elegir

elige 1 puerta entre 3 y luego 1 entre 2.

$\cancel{= 6'83 \text{ horas}}$ $\boxed{= 6'5 \text{ horas} = E[X]}$

b) El minero no tiene memoria:

$$\cancel{E[X] = \frac{1}{3}\cdot 3 + \frac{2}{3}\cdot E[X] + \frac{5}{3}\cdot E[X]}$$

$$E[X] = \frac{1}{3}\cdot 3 + \frac{1}{3}(2 + E[X]) + \frac{1}{3}(5 + E[X]) =$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}E[X] = 1 + \frac{2}{3} + \frac{5}{3} \Rightarrow \boxed{E[X] = 10 \text{ horas.}}$$

La esperanza de X es $\underbrace{\frac{1}{3}\cdot 3}_{\text{si coge la puerta 1}} + \frac{1}{3}(2 + E[X]) + \frac{1}{3}(5 + E[X])$

coge puerta 3.

coge puerta 2 tarda 2 h + recursivamente

→ La probabilidad de cada t es $\frac{1}{3}$, pues hay equiprobabilidad

$$E[X] = \sum_t t\, p_X(t) = \frac{1}{3}\sum_t t = \frac{1}{3}\Big[\underbrace{3}_{1^{\text{a}}\text{ puerta}} + \underbrace{2 + E[X]}_{2^{\text{a}}\text{ puerta}} + \underbrace{5 + E[X]}_{3^{\text{a}}\text{ puerta}}\Big] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}E[X] = \frac{10}{3} \Rightarrow \boxed{E[X] = 10 \text{ horas}}$$

Scanned with CamScanner