Cálculo II **1º de Matemáticas**

CURSO 2012-2013 **Convocatoria extraordinaria** 25 DE JUNIO DE 2013

APELLIDOS Y NOMBRE ______________________________

D.N.I. ______________________________ GRUPO ______________

Justificar todas las respuestas.

1. Consideramos la función $g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por
$$g(x,y) = \frac{x\,\mathrm{sen}^2\,y}{x^2+y^4},\ \text{si } (x,y) \neq (0,0), \quad g(0,0)=0.$$
Demostrar que g no es continua en $(0,0)$ y que, sin embargo, posee en dicho punto derivadas direccionales $D_{\vec{v}}\,g(0,0)$ en cualquier dirección $\vec{v}$.

2. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función de clase $\mathcal{C}^1$. Demostrar que el plano tangente a la superficie $z = x\,f(y/x)$, $x \neq 0$, en el punto $(1, 4, f(4))$ pasa por el origen $(0,0,0)$.

3. Sea $f_a : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por $f_a(x,y) = x^4 + y^4 + a(2x^2 + y^2)$. Hallar sus máximos y mínimos relativos (locales) según los distintos valores del parámetro a.

4. Calcular el volumen del sólido limitado superiormente por la esfera $x^2+y^2+z^2 = 6$ e inferiormente por el paraboloide $x^2+y^2 = z$.

5. Evaluar $\displaystyle\int_\Gamma (2\,x^3 - y^3)\,dx + (x^3+y^3)\,dy$, donde Γ es la circunferencia unidad orientada en el sentido positivo.