Junco de los Heros
Valenzuela 10-12-2020

Nótese que es un poco raro que, $x=1$ teniendo el doble de probabilidad que $x=0$ haya salido la mitad de veces en nuestra muestra.

2.) • $P(X=0)=p$

$P(X=1)=2p$

$P(X=2)=1-3p$

$x_1 \dots x_{50} = \begin{cases} 20 \text{ sin hijos } x_i=0 \\ 10 \quad 1 \text{ hijo } x_i=1 \\ 20 \quad 2 \text{ hijos } x_i=2 \end{cases}$

son ~~iid~~ v.a.i.i.d

$$L(p) = \prod_{i=1}^{50} g(\theta; x) = p^{20}(2p)^{10}\cdot(1-3p)^{20}$$ ← se sustituyen x_i por los nuestros dados.

$$l(p) = 20\log p + 10\log 2p + 20\log(1-3p)$$

$$l'(p) = \frac{20}{p} + \frac{10}{2p}\cdot 2 + \frac{20}{1-3p}\cdot(-3)$$

$$l'(\hat{p}) = 0 \Rightarrow 0 = \frac{20}{\hat{p}} + \frac{10}{\hat{p}} - \frac{60}{1-3\hat{p}} = \frac{20(1-3\hat{p}) + 10(1-3\hat{p}) - 60\hat{p}}{\hat{p}(1-3\hat{p})}$$

$\hookrightarrow \hat{p} \neq 0$ y $\neq \frac{1}{3}$ pues $p \neq 0$ y $p \neq \frac{1}{3}$ ya que $p(X=0)>0$, $p(X=2)>0$ ya que tenemos en la muestra datos con esos valores.

$$\Rightarrow 0 = 20 - 60\hat{p} + 10 - 30\hat{p} - 60\hat{p} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 150\hat{p} = 30 \Rightarrow \boxed{\hat{p} = \frac{1}{5}}$$

• ~~Para calcular la I de Fisher $l'(p)$:~~

• En nuestro caso $n=50$ y I_{50} de Fisher:

$$l'(p) = \frac{20}{p} + \frac{10}{p} + \frac{20}{(1-3p)}\cdot(-3)$$

$$l''(p) = -\frac{20}{p^2} - \frac{10}{p^2} + \frac{-60}{(1-3p)^2}\cdot(-3)$$

No depende de X, solo de p así que la esperanza de esa cte para X es ella misma.

$$E[l''(p)] = E\left[\frac{20}{p^2} + \frac{10}{p^2} + \frac{180}{(1-3p)^2}\right] = \frac{20}{p^2} + \frac{10}{p^2} + \frac{180}{(1-3p)^2}$$

Si T es un estimador insesgado de p:

$$Var[T] \geq \frac{1}{I_n(p)} = \frac{1}{\frac{20}{p^2} + \frac{10}{p^2} + \frac{180}{(1-3p)^2}}$$

Esta información de Fisher es aproximada con los 50 datos de nuestra muestra, tomamos 50 como suficientemente grande.

Scanned with CamScanner