

## INTERPOLACIÓN A TROZOS

### SEMANA 30/3-3/4

Para cualquier función  $f : [x_0, x_n] \rightarrow \mathbb{R}$  y un conjunto de nodos distintos  $x_i$ ,  $i = 0, \dots, n$ , queremos encontrar una interpolación a trozos de grado  $k = 1$  o  $k = 2$ , es decir una función lineal a trozo o una función cuadrática a trozos, respectivamente, tal que

$$S_k(x_i) = y_i := f(x_i), \quad i = 0, \dots, n.$$

#### 1. ALGORITMO INTERPOLACIÓN A TROZOS DE GRADO 1

Sean  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 0, \dots, n$  los conjunto de pares  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 0, \dots, n$ , que queremos interpolar con una interpolación a trozos de grado 1.

(1) Para  $i = 1, \dots, n$ , sean  $a_i, b_i \in \mathbb{R}$  la solución del sistema lineal

$$\begin{cases} a_i x_{i-1} + b_i = y_{i-1} \\ a_i x_i + b_i = y_i \end{cases}$$

(2) Para  $x \in [x_0, x_n]$ ,

$$S_1(x) := a_i x + b_i, \text{ donde } i : x \in [x_{i-1}, x_i].$$

#### 2. ALGORITMO INTERPOLACIÓN A TROZOS DE GRADO 2

Sean  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 0, \dots, n$  los conjunto de pares  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 0, \dots, n$ , que queremos interpolar con un interpolación a trozos de grado 2.

(1) Para  $i = 1, \dots, n$ , sean  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  la solución del sistema lineal

$$\begin{cases} a_1 x_0^2 + b_1 x_0 + c_1 = y_0 \\ a_1 x_1^2 + b_1 x_1 + c_1 = y_1 \\ a_1 x_{0,1}^2 + b_1 x_1 + c_1 = y_{0,1} \end{cases}$$

donde  $x_{0,1} := (x_0 + x_1)/2$  y  $y_{0,1} := f(x_{0,1})$ , y para  $i \geq 2$

$$\begin{cases} a_i x_{i-1}^2 + b_i x_{i-1} + c_i = y_{i-1} \\ a_i x_i^2 + b_i x_i + c_i = y_i \\ 2a_i x_{i-1} + b_i = 2a_{i-1} x_{i-1} + b_{i-1} \end{cases}$$

Notese que la última ecuación del sistema asegura que  $S_2$  tenga derivada continua en  $(x_0, x_n)$ .

(2) Para  $x \in [x_0, x_n]$ ,

$$S_2(x) := a_i x^2 + b_i x + c_i, \text{ donde } i : x \in [x_{i-1}, x_i].$$

## 3. PROBLEMAS

- (1) Escribir una función de MATLAB con inputs  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 0, \dots, n$ , y un punto  $x \in \mathbb{R}$ , y con output la interpolación a trozos de grado 1 evaluado en  $x$ , i.e.  $S_1(x)$ .
- (2) Escribir una función de MATLAB con inputs  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 0, \dots, n$ ,  $(x_{0,1}, y_{0,1})$  y un punto  $x \in \mathbb{R}$ , y con output la interpolación a trozos de grado 2 evaluado en  $x$ , i.e.  $S_2(x)$ .
- (3) Sea  $(i\pi/2, \sin(i\pi/2))$ ,  $i = 0, \dots, 4$ , un conjunto de nodos. Escribir un script de MATLAB que dibuje el gráfico del  $\sin(x)$  en  $[0, 10]$  y el gráfico de  $S_1$  y de  $S_2$ .