

Ejercicio 1 de Abril

Tirada de los Heros  
Volcanuela.

~~Sea  $X_N$  el n.º de cambios de sentido con  $N$  tiradas.~~

Sea  $X_i = 1$  si hay cambio de sentido entre los tirados  $i$  y  $i+1$ .  
Nos preguntan  $E[X_N]$ , y  $X_N = \sum_{i=0}^{N-1} X_i$   $0 \leq i \leq N-1$

~~\*2\*~~

$$E[X_N] = E\left[\sum_{i=0}^{N-1} X_i\right] = \sum_{i=0}^{N-1} E[X_i] \quad \text{Los } X_i \text{ son independientes 2 a 2. (aunque esto no es necesario).}$$

$$E[X_i] = P(T_i = C \cap T_{i+1} = X) \cdot 1 + 1 \cdot P(T_i = X \cap T_{i+1} = C)$$

donde  $T_i$  es el resultado, de cara o cruz  $X$  en la tirada  $i$ -ésima.

Los  $T_i$  son independientes 2 a 2, así que

$$E[X_i] = P(T_i = C) \cdot P(T_{i+1} = X) + P(T_i = X) \cdot P(T_{i+1} = C) = P \cdot (1-P) + (1-P) \cdot P$$

Notese que da igual que sea  $P$  la <sup>probabilidad</sup> cara o la cruz, ya que juegan un papel simétrico en la fórmula.

$$E[X_N] = \sum_{i=0}^{N-1} E[X_i] = \sum_{i=0}^{N-1} (P(1-P) + (1-P)P) = (N-1) \cdot 2P(1-P)$$

$E[X_N] = 2(N-1)P(1-P)$