Junco de los Heros
Valenzuela 23-04-2020

2) Llamaré M al suceso que aparezca Mortys en la caja.

a) Condicionamos por el suceso de la caja que abre primero.
A_i es el suceso que abre la caja i.

$$P(M) = P(M|A_1)\cdot P(A_1) + P(M|A_2)\cdot P(A_2) + P(M|A_3)\cdot P(A_3).$$

$P(A_i) = \frac{1}{3}$ ya que se abren al azar.
$P(M|A_i) = p_i$ que nos dan en el enunciado.

$$P(M) = \frac{1}{3}p_1 + \frac{1}{3}p_2 + \frac{1}{3}p_3 = \boxed{\frac{1}{3}(p_1+p_2+p_3)}$$

b) Queremos saber $P(A_1|M)$, usamos el teorema de Bayes:

$$P(A_1|M) = \frac{P(M|A_1)\cdot P(A_1)}{P(M|A_1)\cdot P(A_1) + P(M|A_2)P(A_2) + P(M|A_3)P(A_3)} =$$

$$= \frac{p_1\cdot\frac{1}{3}}{P(M)} = \frac{\frac{1}{3}p_1}{\frac{1}{3}(p_1+p_2+p_3)} = \boxed{\frac{p_1}{p_1+p_2+p_3}}$$

c) La probabilidad de que le salga Mortys es 1 − probabilidad de que no le salga Mortys.

$P(M) = 1 - P(M^c) = 1 - P($no le salga en la caja normal 1 ∩ no le salga en la caja normal 6 .. no le salga en la ~~ajazaa~~ megacaja 1$) =$

(son probabilidades independientes), y la probabilidad que no le salga en la caja i es $1-p_i$, así que $P(A\cap B) = P(A)P(B)$

$$P(M) = 1 - (1-p_1)^6(1-p_2)^3(1-p_3)^1$$