Junco de los Heros

1) $\Delta = \{ A \Leftrightarrow [(B \wedge C) \vee (\neg B \wedge \neg C)],\ \neg[(A \Leftrightarrow B) \Rightarrow C] \}$

i)

$1 \equiv \left(A \Rightarrow [(B\wedge C) \vee (\neg B \wedge \neg C)]\right) \wedge \left([(B\wedge C)\vee(\neg B \wedge \neg C)] \Rightarrow A\right)$

Def. condicional + asociativa

1.1 $A \Rightarrow [(B\wedge C) \vee (\neg B \wedge \neg C)] \equiv \neg A \vee (B \wedge C) \vee (\neg B \wedge \neg C) \equiv$

Distributiva

$\equiv (\neg A \vee B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee C \vee \neg B)$ → 1.1.1 $\neg A \vee B \vee \neg C$
→ 1.1.2 $\neg A \vee C \vee \neg B$

Def condicional + De Morgan

1.2 $[(B \wedge C) \vee (\neg B \wedge \neg C)] \Rightarrow A \equiv \neg[(B\wedge C)\vee(\neg B \wedge \neg C)] \vee A \equiv$

$\equiv [(\neg B \vee \neg C) \wedge (B \vee C)] \vee A \equiv$ → 1.2.1 $\neg B \vee \neg C \vee A$
→ 1.2.2 $B \vee C \vee A$

Def condicional

2 $\neg[((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)) \Rightarrow C] \equiv \neg[((\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)) \Rightarrow C] \equiv$

De Morgan

$\equiv \neg[(A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg A) \vee C] \equiv (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A) \wedge \neg C$ → 2.1 $\neg A \vee B$
→ 2.2 $\neg B \vee A$
→ 2.3 $\neg C$

1.1.2, 2.3 $\vdash_{\text{Res en } C}$ 3: $\neg A \vee \neg B$

2.1, 3 $\vdash_{\text{Res en } B}$ 4: $\neg A \vee \neg A \equiv \neg A$

2.2, 4 $\vdash_{\text{Res en } A}$ 5: $\neg B$

1.2.2, 2.3 $\vdash_{\text{Res en } C}$ 6: $B \vee A$

5, 6 $\vdash_{\text{Res en } B}$ 7: A.

4, 7 $\vdash_{\text{Res en } A}$ 8: $\square \Rightarrow$ UNSAT

ii) ① $A \Leftrightarrow [(B\wedge C) \vee (\neg B \wedge \neg C)]$

A	⇔	B	∧	C	∨	¬B	∧	¬C
0	0	0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	1
0	0	1	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	0	0	0
	↑							

② $\neg[(A \Leftrightarrow B) \Rightarrow C]$

¬	A	⇔	B	⇒	C
1	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0
0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1
1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1
↑				*	

Como no hay ninguna interpretación que sea verdadera en toda la base de conocimiento no hay ningún modelo, UNSAT

iii) $(A \Leftrightarrow B) \Rightarrow C$ es consecuencia lógica de $\{A \Leftrightarrow ((B \wedge C) \vee (\neg B \wedge \neg C))\}$ si hace verdaderos todos las interpretaciones ~~se~~ que son modelo en la base del conocimiento. Como (*) de ii) (que es su tabla de verdad) es verdadero en todos los modelos de la base de conocimiento (tabla de la izq) ~~entonces~~ $(A \Leftrightarrow B) \Rightarrow C$ es consecuencia lógica

2) $\{W_1, W_2, W\}$ es SAT implica que $\exists$ al menos un modelo en esa base de conocimiento, por lo que hay al menos una interpretación para W verdadera. Lo mismo para $\{W_1, W_2, \neg W\}$ SAT, hay al menos una interpretación verdadera.

a) y b) no se pueden determinar, puesto que la información anterior asegura que hay al menos un modelo para $W_1 \wedge W_2 \wedge W$ y otro para $W_1 \wedge W_2 \wedge \neg W$, no que todos los modelos de $W_1 \wedge W_2$ también lo sean de W o de $\neg W$.

c) y d) son afirmaciones correctas pues hay al menos un modelo al tener una o más interpretaciones verdaderas.

Ej. 1 $\Delta_1 = \{A, A \Rightarrow B, C\}$ Ej. 2 $\Delta_2 = \{A, B, A \vee C\}$

			Δ_1		Δ_2		
A	B	C	$A \Rightarrow B$	C	B	$A \vee C$	
0	0	0	1	0	0		
0	0	1	1	1	0		
0	1	0	1	0	1		
0	1	1	1	1	1		
1	0	0	0		0		
1	0	1	0		0		
1	1	0	1	0	1	1	$\rightarrow$ Modelo Δ_2
1	1	1	1	1	1	1	$\rightarrow$ Modelo Δ_2

↳ No hay ningún modelo Δ_1

Junco de los Heros

3.) Se crean dependencias en la tabla de los átomos ya que unos dependen de los otros, es decir, si Alicia es A entonces no es B. Con eso podemos obtener:

$0.1\ A \bar{\vee} B \bar{\vee} C$ $0.4\ A \bar{\vee} AF \bar{\vee} AV$ donde $\bar{\vee}$ es un OR invertido

$0.2\ AF \bar{\vee} BF \bar{\vee} CF$ $0.5\ B \bar{\vee} BF \bar{\vee} BV$ Ej: $0.1 \equiv [A \Rightarrow (\neg B \wedge \neg C)] \wedge [B \Rightarrow (\neg A \wedge \neg C)] \wedge [C \Rightarrow (\neg A \wedge \neg B)]$

$0.3\ AV \bar{\vee} BV \bar{\vee} CV$ $0.6\ C \bar{\vee} CF \bar{\vee} CV$

1. ¡Hola! Me llamo Alicia ~~[illegible]~~
2. ¡Eso es cierto!
3. ¡Un momento! ¡Yo soy Alicia!

$$1.\ \overset{1.1}{(A \Rightarrow A)} \wedge \overset{1.2}{(AV \Rightarrow A)} \wedge \overset{1.3}{(AF \Rightarrow \neg A)}$$

1.1 ≡ V, tautología

1.2 ≡ Si AV entonces contradicción en 0.4 por ser excluyentes, por lo que $\neg AV = 1$.

1.3 ≡ implícito en 0.4

$$2.\ \overset{2.1}{(B \Rightarrow A)} \wedge \overset{2.2}{(BV \Rightarrow A)} \wedge \overset{2.3}{(BF \Rightarrow \neg A)}$$

2.1 ≡ Si B contradicción con $0.1 \Rightarrow \neg B$

$$3.\ \overset{3.1}{(C \Rightarrow C)} \wedge \overset{3.2}{(CV \Rightarrow C)} \wedge \overset{3.3}{(CF \Rightarrow \neg C)}$$

3.1 ≡ V, tautología

3.2 ≡ Si CV contradicción con $0.6 \Rightarrow \neg CV$

3.3 ≡ implícito en 0.6

0.3, 1.2, 3.2 | 4 $\boxed{BV}$ (OR exclusivo)   Al tener $\neg AV$ y $\neg CV$

2.2, 4 | 5 $\boxed{A}$ (MP)

Solución:
- A es humano
- B es verosus
- C es fallacius

0.1, 5 | 6 $\neg C$ (OR exclusivo)

0.3, 4 | 7 $\neg CV$ (OR exclusivo)

0.3, 6, 7 | $\boxed{CF}$ (OR exclusivo)

Junco de los Heros

4.)

Átomo	Descripción
R	Ringo es inocente, dice la verdad.
$\neg R$	Ringo es culpable, miente.
P	Paul es inocente, dice la verdad.
$\neg P$	Paul es culpable, miente.
G	George es inocente, dice la verdad.
$\neg G$	George es culpable, miente.

Ringo decía que Paul era inocente 1 $R \Leftrightarrow P$

Paul culpaba a George 2 $P \Leftrightarrow \neg G$

Solo una persona fue responsable 3 $\neg R \,\bar{\vee}\, \neg P \,\bar{\vee}\, \neg G$

Definición de condicionales

1. $(R \Rightarrow P) \wedge (P \Rightarrow R) \equiv (\neg R \vee P) \wedge (\neg P \vee R)$ → 1.1 $\neg R \vee P$; 1.2 $\neg P \vee R$

2. $(P \Rightarrow \neg G) \wedge (\neg G \Rightarrow P) \equiv (\neg P \vee \neg G) \wedge (G \vee P)$ → 2.1 $\neg P \vee \neg G$; 2.2 $G \vee P$

prop distributiva

$$3.\ \neg R \,\bar{\vee}\, \neg P \,\bar{\vee}\, \neg G \equiv (R \wedge \neg P \wedge \neg G) \vee (\neg R \wedge P \wedge G) \vee (R \wedge P \wedge \neg G) \equiv$$

$$\equiv \overset{3.1}{(\neg R \vee \neg P \vee \neg G)} \wedge \overset{3.2}{(P \vee R)} \wedge \overset{3.3}{(P \vee G)} \wedge \overset{3.4}{(G \vee R)} \wedge \overset{3.5}{(P \vee R \vee \neg G)} \wedge$$

$$\overset{3.6}{(\neg P \vee R \vee G)} \wedge \overset{3.7}{(P \vee \neg R \vee G)} \wedge \overset{3.8}{(P \vee G \vee R)}$$

Suponemos 4. $\neg R$

$1.2, 4 \vdash_{\text{Res en } R} 5\ \neg P$

$3.2, 4 \vdash_{\text{Res en } R} 6\ P$

$5, 6 \vdash_{\text{Res en } P} \square$, UNSAT $\Rightarrow^{4} \neg\neg R \Rightarrow^{4} \boxed{R}$

$1.1, 4 \vdash_{\text{Res en } R} 5.\ \boxed{P}$

$3.1, 4 \vdash_{\text{Res en } R} 6\ \neg P \vee \neg G$

$5, 6 \vdash_{\text{Res en } P} 7\ \boxed{\neg G}$

Solución: Ringo es inocente; Paul es inocente; George es culpable