

[Fecha de publicación:

2018/11/22]

[Fecha de entrega:

2018/11/29, 09:00]

[Resolución en clase:

2018/11/29]

**NOTA:** Incluye explicaciones para tus respuestas. Un ejercicio cuya respuesta es correcta, pero que no incluye explicaciones podrá ser valorado como incompleto.

**EJERCICIO 1:** (Adaptado de Rosen) Una cadena de ADN es una secuencia de bases nitrogenadas de 4 tipos distintos (A, G, C y T). Las bases se pueden repetir.

- ¿Cuántas cadenas de ADN de longitud 4 no contienen la base T?
- ¿Cuántas cadenas de ADN de longitud 4 contienen la secuencia ACG?
- ¿Cuántas cadenas de ADN de longitud 4 contienen las 4 bases?
- ¿Cuántas cadenas de ADN de longitud 4 contienen exactamente 3 de las 4 posibles bases?

**EJERCICIO 2:** ¿De cuántas maneras distintas se pueden meter  $n$  pelotas en  $k$  cajas distinguibles en cada uno de los supuestos siguientes?

- Las pelotas son indistinguibles.
- Las pelotas son distinguibles
- Las pelotas son indistinguibles, pero hay que meter al menos dos pelotas en cada caja (suponemos  $n \geq 2k$ ).

**EJERCICIO 3:** (Adaptado de Grimaldi) ¿Cuántas veces se ejecuta la sentencia print en el siguiente programa?

```
for i = 1 to 20 do
  for j = 1 to i do
    for k = 1 to j do
      for m = 1 to k do
        print (i*j) + (k*m)
```

**EJERCICIO 4:** Seis personas deben dormir en 4 habitaciones.

- a. ¿De cuántas maneras distintas se pueden distribuir si en cada habitación puede haber entre 0 y 6 personas?
- b. ¿De cuántas maneras distintas se pueden distribuir si ninguna de las habitaciones debe quedar vacía?
- c. ¿De cuántas maneras distintas se pueden distribuir si en todas las habitaciones debe haber una o dos personas?

**EJERCICIO 5:** Cuando viaja en coche, Marta juega con sus padres a buscar matrículas en las que la suma de los dos primeros dígitos sea igual a la suma de los dos últimos dígitos (por ejemplo 0541). ¿Cuántas matrículas (ignorando las letras) cumplen la propiedad anterior?

**EJERCICIO 6:** Tenemos 5 bolas rojas, numeradas del 1 al 5, y 5 bolas azules, también numeradas del 1 al 5.

- a. ¿De cuántas maneras distintas se pueden colocar las bolas en una fila de modo que no haya dos bolas del mismo color juntas?
- b. ¿De cuántas maneras distintas se pueden colocar las bolas en una fila de modo que los números estén ordenados?
- c. ¿De cuántas maneras distintas se pueden colocar las bolas en una fila de modo que las bolas de un mismo color estén ordenadas por su número?

**EJERCICIO 7:** En la final del mundial de fútbol se produce un empate y el resultado debe decidirse en una tanda de 5 penaltis. El entrenador de uno de los equipos debe elegir a 5 de sus jugadores para lanzar los penaltis. Cada penalti lo debe lanzar un jugador diferente.

- a. ¿De cuántas maneras puede hacerlo si no tenemos en cuenta el orden de los lanzamientos?
- b. ¿De cuántas maneras puede hacerlo si tenemos en cuenta el orden de los lanzamientos?
- c. Está claro que Krispiano, la estrella del equipo, lanzará uno de los 5 penaltis. ¿Cuál es el resultado del apartado (b) en este caso?

**Nota:** En un partido de fútbol juegan 11 jugadores por equipo, y el portero también puede lanzar un penalti.

**EJERCICIO 8:** En esta modalidad de fútbol cada uno de los dos equipos debe lanzar los 5 penaltis de la tanda, independientemente del resultado. Siempre se lanzan por tanto los 10 penaltis.

- a. ¿Cuántos resultados diferentes pueden producirse en la tanda de penaltis? Se considera cada lanzamiento de manera individual. No es lo mismo un resultado 4-0 marcando los cuatro primeros penaltis que marcando los cuatro últimos, por ejemplo.
- b. ¿En cuántos de los casos anteriores se marcan exactamente 5 goles?
- c. ¿En cuántos se marcan al menos 3 goles?

**EJERCICIO 9:** Los 5 defensas de la selección de Talandia tienen fama de ser muy “leñeros”. Después de un determinado partido han realizado 24 faltas, y se han llevado 3 tarjetas amarillas y una tarjeta roja.

- a. ¿De cuántas maneras distintas pueden repartirse las faltas entre los 5 defensas si todos han cometido alguna?
- b. ¿De cuántas maneras distintas pueden repartirse las faltas y las tarjetas entre los 5 defensas si la tarjeta roja ha sido directa, pero no necesariamente todos los defensas han cometido una falta?

Nota: Una tarjeta roja puede ser directa o por acumulación de 2 amarillas. Todas las tarjetas del partido han sido consecuencia de una falta.

**EJERCICIO 10:** (Adaptado de Grimaldi) Un examen consta de 10 preguntas, de las cuales sólo hay que responder a 7.

- a. ¿De cuántas maneras distintas se puede responder al examen?
- b. ¿De cuántas maneras distintas se puede responder al examen si hay que contestar obligatoriamente a las 2 primeras preguntas?
- c. ¿De cuántas maneras distintas se puede responder al examen si hay que contestar a 4 preguntas de las 6 primeras y a 3 de las 4 últimas?

**EJERCICIO 11:** (Adaptado de Rosen) Una heladería vende helados de 10 sabores distintos, con la posibilidad de añadir 5 tipos de sirope y 6 toppings distintos.

- a. ¿De cuántas maneras distintas se puede hacer un helado de 3 bolas (sin sirope y sin toppings), si se puede repetir sabor y el orden de las bolas no importa?
- b. ¿De cuántas maneras distintas se puede hacer un helado con una bola, un sirope y dos toppings distintos?
- c. ¿De cuántas maneras distintas se puede hacer un helado de 3 bolas, 2 siropes y 3 toppings?

NOTA: En todos los casos las bolas pueden repetir sabor, pero los siropes y los toppings no; además el orden de las bolas, siropes y toppings no importa.

**EJERCICIO 12:** Considerando que dos grafos isomorfos son iguales:

- a. ¿Cuántos grafos bipartitos completos distintos existen que tengan  $n$  nodos ( $n \geq 2$ )?
- b. ¿Cuántos grafos bipartitos distintos existen que tengan  $n$  nodos ( $n \geq 2$ ) y una arista?