Primer Parcial

Viernes, 14 de octubre de 2016

Apellidos: ______________________ Nombre: ______________

DNI: ______________________ Grupo: ______________

Problema 1. Decide de manera razonada si las siguientes afirmaciones son **verdaderas** o **falsas**.

(a) (1 punto) Un sistema de ecuaciones lineales con m ecuaciones y n incógnitas con $m > n$ siempre tiene solución.

(b) (1 punto) Consideremos un sistema de m ecuaciones con n incógnitas

$$A\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix} \qquad (*)$$

con A una matriz $m \times n$. Si $s_1 = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ y $s_2 = (\beta_1, \ldots, \beta_n)$ son dos soluciones de (*), entonces $s_1 - s_2$ es solución del sistema homogéneo asociado:

$$A\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (**)$$

(c) (1 punto) Sean $\mathcal{B}_1 = \{u_1, u_2, u_3\}$ y $\mathcal{B}_2 = \{u_1, u_1 + u_2, u_1 + u_2 + u_3\}$ dos bases del $\mathbb{R}$-espacio vectorial $V = \mathbb{R}^3$. Entonces las coordenadas del vector $w_1 = u_1 - u_2 + u_3$ en la base $\mathcal{B}_2$ son $(2, -2, 1)$.

Problema 2. (2.5 puntos) Sea $V = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ el espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$ de las matrices 2×2 con entradas en el cuerpo de los reales. Consideremos la base canónica $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$, de manera que las coordenadas de una matriz $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ sean (a, b, c, d). Encontrar un sistema de ecuaciones lineales homogéneo, con el mínimo número de ecuaciones, del que

$$W_1 = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

sea el conjunto de soluciones.

Problema 3. (2.5 puntos) Explicita un conjunto de generadores linealmente independientes del subespacio de $\mathbb{R}^4$ formado por las soluciones al siguiente sistema homogéneo:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 0 \\ 3x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 6x_4 = 0 \end{cases}$$

Problema 4. (2 puntos) Calcula un polinomio de grado 2, $p(x) = ax^2 + bx + c$, de manera que la gráfica de la función $y = p(x)$ pase por los puntos de coordenadas $(1, 12)$, $(2, 15)$, y $(3, 16)$.