Conjuntos y números **1º de Matemáticas**

Examen Final, 18 de Enero de 2010

Apellidos, Nombre ______________________________

D.N.I. ______________________ Grupo ____________

1.- (1 pto) Decidir razonadamente si la proposición

$$\forall n \in \mathbb{N}\ \exists m \in \mathbb{N}(n > 5 \Rightarrow n^n > n + m)$$

es verdadera o falsa. Escribir su negación SIN USAR el símbolo de negación ($\neg$).

2.- (1 pto) Demostrar que

$$\left(\frac{2^2}{1 \cdot 3}\right)\left(\frac{3^2}{2 \cdot 4}\right)\cdots\left(\frac{n^2}{(n-1)\cdot(n+1)}\right) = \frac{2n}{n+1}$$

para $n = 2, 3, \ldots$

3.- (1 pto) Decide si la funcion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es inyectiva, sobreyectiva, o biyectiva en cada uno de los siguientes casos. En caso de ser una biyección calcula su inversa.

i) $f(x) = x^2 - 2x$.

ii) $f(x) = \dfrac{2x+5}{3}$.

4.- (2 ptos) Sea $h : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ la función definida como $h(n,m) = 2n + 3m$. En $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ se define la relación

$$(n,m)\, R\, (n',m') \quad \text{si} \quad h(n,m) = h(n',m').$$

i) Demuestra que R es una relación de equivalencia.

ii) Halla la clase de equivalencia del elemento $(3,2)$.

5.- (2 ptos)

i) Indica si la ecuación $7X \equiv 16 \pmod{32}$ tiene solución y en caso afimativo calcula todas las soluciones.

ii) Indica cuántas unidades tiene $\mathbb{Z}/32\mathbb{Z}$.

6.- (1 pto) Decide si la ecuación $14X + 16Y = 16$ tiene soluciones en $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, y en caso afirmativo indica cuáles son.

7.- (2 ptos) Demuestra que $27n^{26} - n^{14} + 14n^{13} + 12n$ es múltiplo de 13 para cualquier número entero n.