Jairo de los Heros Valenzuela

Explicación detallada de cómo obtener α_n teniendo $\alpha_1 \dots \alpha_{n-1}$:

Primero veremos para α_4 y luego para α_n.

$\alpha_4 = \sum_{j=0}^{\infty} j^4 \frac{\lambda^j e^{-\lambda}}{j!}$, sabemos que $\sum_{j=0}^{\infty} \frac{\lambda^j e^{-\lambda}}{j!} = 1$ así que intentaremos que los j^4 del numerador se cancele con el denominador: $j!$, por lo que j^4 lo expresaremos como $\underbrace{j(j-1)(j-2)(j-3)}_{A} + \underbrace{6j^3 - 11j^2 - 6j}_{B}$.

La parte B tiene una estructura que ya hemos calculado, por lo que podemos dejarla como $6\alpha_3 \pm 11\alpha_2 - 6\alpha_1$ y la parte A quedará $\sum_{j=0}^{\infty} \frac{j(j-1)(j-2)(j-3)\lambda^j e^{-\lambda}}{j!} = \lambda^4 \sum_{j=4} \frac{\lambda^{j-4} e^{-\lambda}}{(j-4)!} = \lambda^4$

↳ j en $\{0..3\}$ se anula el numerador

quedando $\alpha_4 = \lambda^4 + 6\alpha_3 - 11\alpha_2 - 6\alpha_1 = \lambda^4 + 6\lambda^3 + 7\lambda^2 + \lambda$

$\alpha_n = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\lambda^j \cdot j^n e^{-\lambda}}{j!}$, ponemos $j^n = j\cdot(j-1)\cdots(j-(n-1)) + \beta_1 j + \dots + \beta_{n-1} j^{n-1}$

para algunos $\beta_1 \dots \beta_{n-1}$ únicos quedando

$$\alpha_n = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{j(j-1)\cdots(j-(n-1))\lambda^j e^{-\lambda}}{j!} + \beta_1 \alpha_1 + \dots + \beta_{n-1}\alpha_{n-1} =$$

$$= \lambda^n \sum_{j=n} \frac{\lambda^{j-n} e^{-\lambda}}{(j-n)!} + \beta_1\alpha_1 + \dots + \beta_{n-1}\alpha_{n-1} = \lambda^n + \beta_1\alpha_1 + \dots + \beta_{n-1}\alpha_{n-1}$$