

1. Considera las siguientes frases:

- Los caballos son animales.
- Mickey Mouse es un animal.
- Hay al menos dos animales de cada especie.
- Los animales de al menos una especie tienen cuatro patas.

Formaliza estas frases en lógica de predicados identificando las constantes, variables, predicados y funciones necesarios para dicha formalización. Para cada predicado y función explica brevemente su significado, indica su aridad y especifica el tipo de cada uno de sus argumentos.

2. Considera la siguiente base de conocimiento:

- $\forall x [A(x) \Leftrightarrow B(x)]$
- $\exists x C(x)$
- $[\exists y C(y)] \Rightarrow [\forall y \neg A(y)]$

Usando resolución por refutación, responde a las siguientes preguntas:

¿Es  $\forall x B(x)$  consecuencia lógica de la base de conocimiento?

¿Es  $\exists x \neg B(x)$  consecuencia lógica de la base de conocimiento?

Cuando pases expresiones a forma normal conjuntiva detalla los pasos intermedios realizados.

3. Consideremos la siguiente ontología para números naturales:

**Constante:** 0

**Variables:** k, n, m, (números naturales).

**Predicados:**  $S^2$  [ejemplo:  $S(n, m)$  evalúa a True si m es el siguiente valor a n en la secuencia de números naturales]

$>^2$  [ejemplo:  $(n > m)$  evalúa a True si n es mayor que m]

$<^2$  [ejemplo:  $(n < m)$  evalúa a True si n es menor que m]

$B^3$  [ejemplo:  $B(k, n, m)$  evalúa a True si k es mayor que n y menor que m]

**Funciones:**  $s^1$  [ejemplo:  $s(n)$  es una referencia al número natural sucesor de n]

- No está permitido introducir constantes adicionales.
- Se puede introducir, únicamente en caso de que sean necesarios, predicados o funciones adicionales, **con la excepción de la relación de igualdad**.
- Asimismo, la base de conocimiento podría ser incompleta. Se pueden introducir sentencias adicionales únicamente en caso de que sean estrictamente necesarias para responder a la cuestión planteada.

a. Formaliza la siguiente base de conocimiento en lógica de predicados:

[1] “Todos los números naturales, incluido el cero, tienen un sucesor”.

[2] “Todos los números naturales, excepto el cero, son sucesores de otro natural”.

[3] “Un número natural está entre (indicado por el predicado B) otros dos si es estrictamente mayor que el primero y estrictamente menor que el segundo”.

[4] “Dado un número natural n, existe número natural número natural tal que no es estrictamente mayor que n y tampoco es estrictamente menor que n”.

[5] Proporciona una definición recursiva para el predicado  $>^2$  basada en el predicado  $S^2$  y la función  $s^1$ .

- b. Transforma la base de conocimiento a forma normal conjuntiva.
- c. Utilizando el truco de Green e inferencia en lógica de predicados (no es posible utilizar razonamiento natural, por casos, o semiformal, etc.), proporciona una respuesta a la pregunta: ¿Qué números naturales se encuentran entre el 0 y 3 (es decir, son estrictamente mayores que 0 y estrictamente menores que 3)?
4. En el examen de matemáticas nos han pedido demostrar si un número irracional elevado a un número irracional puede ser racional. Vamos a realizar la demostración utilizando lógica de predicados. Para ello utilizaremos la siguiente ontología:

**Constantes:**  $2, \sqrt{2}, \sqrt{2}^{\sqrt{2}}$

**Variables:**  $x, y, z$

**Predicados:**  $\text{Pow}^3$  [ejemplo:  $\text{Pow}(x,y,r)$  evalúa a True si  $r$  es el resultado de elevar  $x$  a  $y$ , a False en caso contrario]  
 $R^1$  [ejemplo:  $R(x)$  evalúa a True si  $x$  es racional, a False si  $x$  es irracional]

- a. Formaliza la siguiente base de conocimiento en lógica de predicados:

[1] 2 es un número racional.

[2] La raíz cuadrada de 2 es un número irracional.

[3]  $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$  es el resultado de elevar la raíz cuadrada de 2 a la raíz cuadrada de 2.

[4] 2 es el resultado de elevar  $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$  a la raíz cuadrada de 2.

- b. Utilizando inferencia en lógica de predicados (no es posible utilizar razonamiento natural, por casos, o semiformal), proporciona una respuesta a la pregunta:  
¿Puede ser racional un número ( $z$ ) que es el resultado de elevar un número irracional ( $x$ ) a un número irracional ( $y$ )?

Las respuestas posibles a esta pregunta son sí, no, o no es posible determinarlo.

- c. En caso de que la respuesta al apartado anterior fuera positiva ¿Cuáles serían los valores de  $x, y, z$ ?

Utiliza el truco de Green con un predicado de respuesta que dependa de tres variables para encontrar una cláusula que, al ser interpretadas proporcione la respuesta solicitada. Deriva por inferencia dicha cláusula y proporciona su interpretación en lenguaje natural.

5. Consideremos la siguiente ontología para listas:

**Constantes:** NIL (lista vacía), a, 2, 3.

**Variables:**  $x, y, z, \dots$  (elementos)  
 $l, l_1, l_2, \dots$  (listas)

**Predicados:**  $\text{Int}^1$  [Ejemplo:  $\text{Int}(x)$  es *Verdadero* si  $x$  es un número entero]  
 $\text{Empty}^1$  [Ejemplo:  $\text{Empty}(l)$  es *Verdadero* si  $l$  es la lista vacía]  
 $\text{Member}^2$  [Ejemplo:  $\text{Member}(x, l)$  es *Verdadero* si  $x$  es pertenece a la lista  $l$ ]

**Funciones:**  $\text{first}^1$  [Ejemplo:  $\text{first}(l)$  es una referencia al primer elemento de la lista  $l$ ]  
 $\text{rest}^1$  [Ejemplo:  $\text{rest}(l)$  es una referencia a la lista que contiene a todos los elementos de la lista  $l$  excepto el primero, y en el mismo orden que en  $l$ ]  
 $\text{cons}^2$  [Ejemplo:  $\text{cons}(x, l)$  es una referencia a una lista cuyo primer elemento es  $x$  y cuyo resto es la lista  $l$ ]  
Se pueden utilizar los predicados correspondientes a estas funciones. Por ejemplo, el resultado de la evaluación  $\text{First}(x, l)$  es *Verdadero* si  $x$  es el primer elemento de la lista  $l$ .

**Utilizando únicamente los elementos especificados en la ontología,** ¿qué números enteros pertenecen a la lista (a 2 3)?

Para ello:

- Escribe en la base de conocimiento mínima a partir de la cual es posible realizar inferencia para responder a la cuestión propuesta.  
Debes proporcionar tanto la frase en lenguaje natural como la correspondiente fórmula bien formada (FBF) en lógica de predicados.  
En caso de que sean estrictamente necesarios, se pueden introducir predicados y funciones adicionales. Incluid en la ontología dichas funciones o predicados indicando su aridad y describiendo su significado.
- Transforma la base de conocimiento a forma normal conjuntiva.
- Utilizando el truco de Green e inferencia en lógica de predicados (no es posible utilizar razonamiento natural, por casos, o semiformal, etc.), proporciona una respuesta a la cuestión planteada.