# INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE
# SEMANA 16-20/3

Para cualquier conjunto de pares $(x_i, y_i)$, $i = 0, \dots, n$, con nodos distintos $x_i$, existe un único polinomio $P_n$ de grado menor o igual que $n$, que llamaremos el polinomio de interpolación de los valores $y_i$, tal que

$$P(x_i) = y_i, \quad i = 0, \dots, n.$$

En caso de que los $y_i$ representen los valores alcanzados por una función continua $f$, entonces $P_n$ es el polinomio de interpolación de $f$.

Un método para encontrar numericamente el polinomio $P_n$ es el método de interpolación de Lagrange. Su algoritmo es el siguiente.

## 1. Algoritmo

Sea $(x_i, y_i)$, $i = 0, \dots, n$ un conjunto de pares $(x_i, y_i)$, $i = 0, \dots, n$, con nodos distintos $x_i$.

(1) Para $k = 0, \dots, n$, definimos $n + 1$ polinomios

$$\phi_k(x) := \prod_{j=0, j\neq k}^{n} \frac{x - x_j}{x_k - x_j} = \frac{x - x_0}{x_k - x_0} \cdots \frac{x - x_{k-1}}{x_k - x_{k-1}} \frac{x - x_{k+1}}{x_k - x_{k+1}} \cdots \frac{x - x_n}{x_k - x_n}.$$

Los polinomios así definidos son tales que $\phi_k(x_j) = 0$, si $j \neq k$, $\phi_k(x_k) = 1$.

(2) Definimos

$$P_n(x) := \sum_{k=0}^{n} y_k \phi_k(x).$$

El polinomio así definido es tal que $P_n(x_j) = y_j$.

## 2. Problemas

(1) Escribir una función de MATLAB con inputs $(x_i, y_i)$, $i = 0, \dots, n$, y un punto $x \in \mathbb{R}$, y con output el polinomio de interpolación de grado $n$ evaluado en $x$, i.e. $P_n(x)$, calculado con el método de Lagrange.

(2) Sea $(i\pi/2, \sin(i\pi/2))$, $i = 0, \dots 4$, un conjunto de nodos. Escribir un script de MATLAB que dibuje el gráfico del $\sin(x)$ en $[0, 10]$ y el gráfico de $P_4$ calculado con la función de MATLAB escrita en (1).