APELLIDOS Y NOMBRE ______________________________

D.N.I. ______________________ GRUPO ______________

Justificar todas las respuestas.

1. (*2,5 pts.*)
   (i) Demostrar que la función $f(x,y) = (x^2y)^{\frac{1}{3}}$ es continua en todo el plano y tiene derivadas parciales en $(0,0)$. Determinar si es diferenciable en dicho punto.
   (ii) Hallar la ecuación del plano tangente a la gráfica de $f(x,y)$ en el punto $(1,1,1)$.

2. (*2,5 pts.*) Sea R la región limitada por el plano $z = 3$ y el cono $z = \sqrt{x^2+y^2}$. Calcular

$$\iiint_R \sqrt{x^2+y^2+z^2}\, dx\, dy\, dz.$$

3. (*2,5 pts.*) Consideramos la función $f(x,y) = x^3 - 4y^3$.
   (i) Hallar y clasificar los puntos críticos de $f(x,y)$.
   (ii) Calcular el máximo y el mínimo absoluto de $f(x,y)$ restringida al dominio $D = \{(x,y) : x^2+4y^2 \leq 4\}$.

4. (*2,5 pts.*) Sea C la curva intersección de la esfera $x^2+y^2+z^2 = 4$ y el paraboloide $x^2+y^2 = 3z$. Orientamos C con la orientación inducida por la normal exterior a la esfera. Calcular la integral de linea

$$\int_C \vec{F}\cdot\vec{ds} \qquad \text{con} \qquad \vec{F}(x,y,z) = (2yz^2, xz^2, 3xyz).$$

   (a) Directamente.
   (b) Aplicando el teorema de Stokes.

5. (*1 pt.* Opcional.) Para $\alpha \in \mathbb{R}$ consideramos el campo vectorial

$$\vec{F}(x,y,z) = (\alpha xy - z^3, (\alpha-2)x^2, (1-\alpha)xz^2).$$

   (i) Calcular **rot** $\vec{F} = \nabla \times \vec{F}$ y determinar los valores de α para los cuales $\vec{F}$ es el gradiente de una función escalar f.

   Para los valores de α determinados en (i) calcular:

   (ii) Una función f tal que $\nabla f = \vec{F}$.
   (iii) El valor de la integral de línea $\int_\sigma \vec{F}\cdot\vec{ds}$, con $\sigma(t) = (1+t, \cos(\pi t), t^2+1)$ con $0 \leq t \leq 1$.