Geometría de curvas y superficies
Curso 2020-2021
Segunda entrega de ejercicios
12 de mayo de 2021

Los siguientes ejercicios se deberán entregar en LaTeX, escaneados o mediante una foto nítida con el móvil.
Los ejercicios deben entregar como un único archivo pdf que deberá subirse a la entrega de Moodle habilitada al efecto antes del **miércoles 12 de mayo a las 23:55**.
Los ejercicios pueden realizarse por **parejas o individualmente**.
Se valorará especialmente la **claridad** de las explicaciones proporcionadas y la **escritura detallada** de los argumentos.
La calificación de esta entrega contará para la nota final de la asignatura.

---

1. Consideremos una superficie regular S y una línea de curvatura $\boldsymbol{\alpha} : I \subseteq \mathbb{R} \to S$ que nunca es tangente a una dirección asintótica. Demostrar que, si para todo $t \in S$, el plano osculador de $\boldsymbol{\alpha}$ y el plano tangente a S en $\boldsymbol{\alpha}(t)$ forman un ángulo constante, entonces $\boldsymbol{\alpha}$ es una curva plana.

2. Sea $\boldsymbol{\alpha}(t)$ una curva birregular (no necesariamente parametrizada por longitud de arco) contenida en una superficie S. Comprueba que en cada punto $\boldsymbol{\alpha}(t)$ de la curva se tiene que las curvaturas normal y geodésica están dadas por

$$k_n = \frac{\ddot{\boldsymbol{\alpha}} \cdot \boldsymbol{N}}{||\dot{\boldsymbol{\alpha}}||^2}, \qquad \text{y} \qquad k_g = \frac{\ddot{\boldsymbol{\alpha}} \cdot (\dot{\boldsymbol{\alpha}} \times \boldsymbol{N})}{||\dot{\boldsymbol{\alpha}}||^3}.$$

Sugerencia: Reparametrizar $\boldsymbol{\alpha}(t)$ por longitud de arco.