ESPERANZA MATEMÁTICA. Def. 1: Sea X v.a. discreta. Si = |t| px(t) < m/ consinifab E(X):= \frac{1}{2} + Px(4). Ejemplos, (-) X= rosultado do una tirado de un dado equilibrado. E(X) = \frac{1}{2} \frac{1}{2} \langle b \times \langle 3) = = 1 .1 + 1 .2 + 1 .3 + 1 .4 + 1 .5 + 1 .6 (ii) YN Ber (p). E(4) = 0.(1-p) + 1. p = p.

E(Y) = 0.(1-p) + 1.p = p.(i.i.) $\geq 1.a.$ con $p_{2}(t) = 2^{-t}$, t = 1,2,... $\stackrel{?}{\leq} t.2^{-t} \leq \stackrel{?}{\leq} 2^{-t/2} < \infty$, así que f(x) = 1 está lien definide.

E(2), 至t,2 = = 是是t(全) = 2

Ejaricia: (i-) Soa 2 la suma de dos tirodos de dado aquilibrado independientos. Colandos F(3). (i) Sea G ~ Gaam (p). Colcular E(6). cii) Sea X v.a. con función do mosa de probabilidad dada por Px(F)= 6, 1/2, t=1,2,3,... (b) Calcular E(X). (iv-) Soa Y v.a. que toma velores de la Jenna (-1) ; ; ; = 1,2,3, ... P(M=t)= 6 1/2. @ Composition E(4) € Sea M. v.a. que toma volorer de la ferma 1/4/ f=1,2,3, ... con probabilided $P(M = \frac{1}{4}) = \frac{1}{4^2} \cdot \frac{6}{\pi^2}$

¿Es M integrable ? Es doch, ? (M)? abinife enal stra 5

Def. 2. See
$$\times$$
 v.a. centime. Si

$$\int \frac{1}{4} f_{X}(t) dt < \infty,$$
definitions
$$E(X) = \int f_{X}(t) dt$$

$$E_{\text{jemples}} : \Theta \times N \text{ Unf}(a,b).$$

$$E(X) = \int f_{X}(t) dt - A \cdot \frac{t^{2}}{4} \int_{a}^{b} \frac{a+b}{a+b} dt$$

E(X)= 1 | tak = 1 - 2 | 2 = a+2.

E(2)= (xte-xt 2) = x (te-xt 2).

E(2)= > [t.(-ex)] + [2 2 3t st]

 $=0+\int_{-\lambda}^{\infty}e^{-\lambda t}dt=\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}\Big|_{\infty}=\frac{1}{\lambda}.$

$$\frac{e^{-\lambda k}}{e^{-\lambda k}}\Big|_{0}^{\infty} = \frac{\lambda}{\lambda}$$

>1000 1 20,

así que M no admite esparanza.

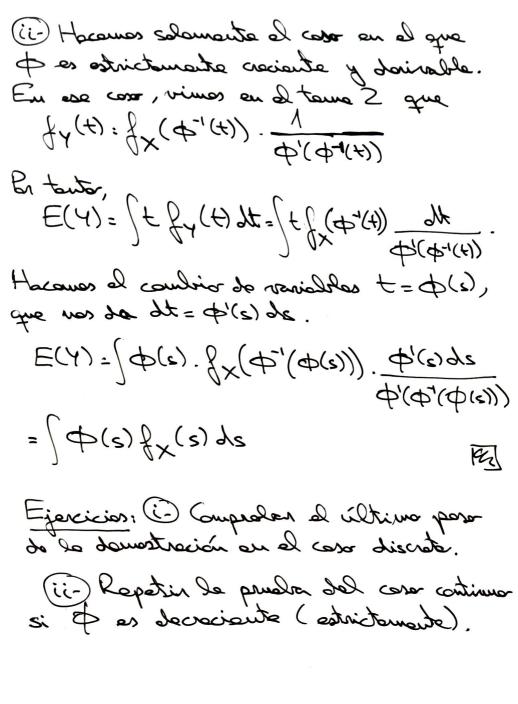
Ejercicios: (i) Sea Y una v.a. continue con Junción do dousidad (Ct3, O< t<2 fr(f)={ Cf3, eu el nester. Calcular C. @ Calcular E(Y). (ii-) Sea 2 me v.a. continue con función do doneidad {z(t) = {Kt - sz

@ Calular K.

(b) Colcular E(2).

(iii) See TNN(0; 1). Calcula E(T).

ESPERANZA DE FONCIONES DE UNA V.A. Loma: (i) Sea X v.a. discreta, y Φ:R→R. Sea Y= Ф(X). Si Y es integrable (as doir, si ECY) asté bien , (skinifel E(A) = \(\phi \ \phi(\phi) \ b^{\text{(p)}} \). Domostración: (i-) Si Y= \$(X), entercos Py(t): ≥ Px(s). En tento, E(4) = 5tpy(+) = = + = = Px(s) = = = = t Px(s) $= \frac{2}{5} \frac{2}{5} \frac{1}{5} \frac{$



Ejamplos: (i) Sea X el resultado do una tirado do un dedor equilibrado. Calcular E(X²) do dos meneros distintos.

Solución 1. cálcula directo. Sea Y=X². La Junción do mosa do probabilidad da Y viene dado por

Py (Λ) = Py (Θ) = Py (Θ) = Py (SS) = Py (SS)

= 91. Soución 2: user del lama. Sea \$U:E2.

E(X2)=E(A(X))= \(\frac{1}{2} \\ \fr

(ii) Sea Xn Unif (a, b). Calculor E(X3+1). En este coso, visamos \$(4)=13+1.

En este coor, mamos \$ (4) = 6 +1.

E(X3+1) = E(&(X)) = \$ & (4) & (4) & dx

= 1+ 1 = 1+ 1. & -a = 1+ 1 = 1+ 1. & -a

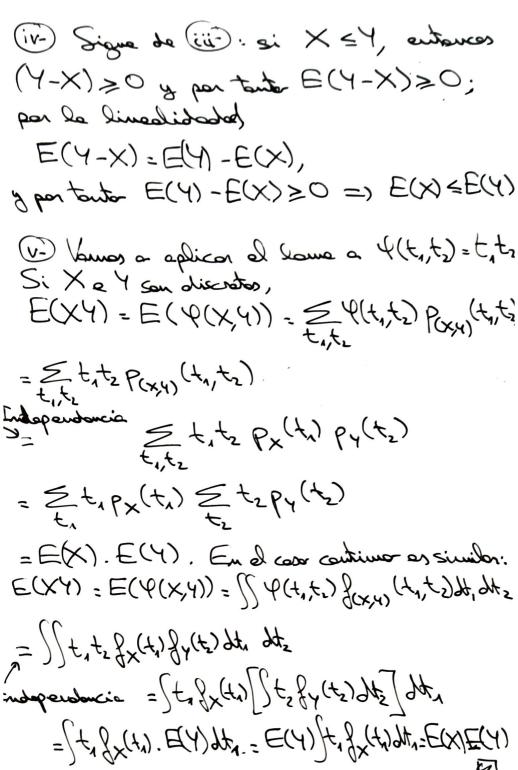
Louis: Sea $X=(X_1,...,X_N)$ un vector alastorier, y $\phi:\mathbb{R}^N\to\mathbb{R}$. a Si X as discrato, $E(\Phi(\vec{x})) = \sum_{t_1, \dots, t_n} \Phi(t_1, \dots, t_n) P_{\vec{x}}(t_1, \dots, t_n)$ Do Si X es contimo y de es centime, E(\$(\$\frac{1}{2}))=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}\cdots\frac{1}{ Obs: en la mayorée de los casos ocurriré que n=2. Ejercicios, transparencias del curso, temo 4 poésine 15.

traposición (propiedados de la esperanza). (i-) Si X=C, es decir, X es degenerado, E(x) = C. (ii-) Si X, Y sen integrables y a, browstantes E(ax + b Y) = a E(X) , & E(Y). (iii) ×>0 => E(X) >0 . (iv) X < Y => E(X)=E(Y). (V-) Si X e Y son independientes e integrallos, E(XY)=EX)E(Y) Domostración: (i) Si X=C, px(C)=1, an que E(X)=C (ii) Sea \$\(\text{t}_1, \text{t}_2\) = at_1 + letz. Br el , soiratus amal E(ax, by)=E(&(x,4)); si Xe4 Son discrotos, E(\$(x,y)) = \(\frac{t_1,t_2}{t_1,t_2}\) P(\(\frac{t_1,t_2}{t_2}\) = = = (at, + l+t) P(x,4) (+,+2)

E(X) = \frac{1}{2} \frac{1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \f

constages carelos and on X, Os X id (-iii) Br touto, si X es discrete:

Si X catima, E(X) = Jt fx(t) dt ≥0.



Observación: Aunque an este curso va la romas a lacer, los puntos (i-) y (v-) en la proposición tenbrión volan aunque X e Y no sean del miemo tipor.

Observación 2: los rosultados vietos hoste alore sa puedan combinar. En ejemplo, si Z=2X3+5Y²,

E(Z)=2E(X3)+5E(Y3).