

标准正态分布k阶原点矩公式

原创 犹有傲霜枝 2019-05-18 17:42:39 22075 已收藏 34 版权

文章标签: k阶原点矩 标准正态分布 E(X^4)

标准正态分布k阶原点矩公式

今天在看 χ^2 分布, 计算其方差时, 遇到了标准正态分布的四阶原点矩。书上直接写 $E(X_i^4) = 3$, 很好奇。设 $X_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$ 想根据定义计算:

$$E(X_i^4) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^4 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

计算起来复杂度有点高, K阶就更不敢想。
想着估计结果是k的递推关系式。所有直接计算:

$$\begin{aligned} E(X^k) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x^k \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \\ &= \frac{1}{k+1} x^{k+1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \frac{1}{k+1} \int_{-\infty}^{+\infty} x^{k+2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \\ &= 0 + \frac{1}{k+1} E(X^{k+2}) \end{aligned}$$

从上式看, 结果已经很明了了, 其递推关系为:

$$E(X^k) = (k-1)E(X^{k-2}), \quad k = 2, 3, 4 \dots$$

其中:

$$E(X^0) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1$$

$$E(X^1) = 0$$

所以, 当 $k = 2i$ 为偶数时:

$$\begin{aligned} E(X^k) &= (k-1)(k-3) \dots 3 \times 1 \times E(X^0) \\ &= \prod_{i=1}^{k/2} (2i-1) \end{aligned}$$

当 $k = 2i-1$ 为奇数时:

$$\begin{aligned} E(X^k) &= (k-1)(k-3) \dots 3 \times 1 \times E(X^1) \\ &= 0 \end{aligned}$$


综上有:

$$E(X^k) = \begin{cases} \prod_{i=1}^{k/2} (2i-1) & k=2i, i=1,2,3\cdots \\ 0 & k=2i-1 \end{cases}$$


PS5&PS4聲援新兵強勢機體免費送
機動戰士激戰任務2 超寫實機械感的6打6對戰 PS5 & PS4 立即免費下載

广告 台灣萬代南夢宮娛樂


零阶矩、一阶矩、二阶矩、三阶矩 图形跟班 6万+
参考: Moment (mathematics) - Wikipedia此处截取其中的一段: In mathematics, a moment is a specific quantitative...




优质评论可以帮助作者获得更高权重




评论




cgc138: 第二条公式使用分步积分法后, 第一部分的值只有当k为奇数时才等于0 2月前 回复 ...





Programme_Fresher: 感谢 2月前 回复 ...



相关推荐

- 标准正态总体的k阶原点矩与方差的计算_lrt366的博客

1-30

标准正态总体的k阶原点矩与方差的计算 转自:http://www.docin.com/p-1760437196.html
- ...什么数字特征_专注大规模数据处理_正态分布的k阶中心矩

2-28

用样本的k阶矩代替总体的k阶矩来估计总体中未知参数的方法。 用已知样本的X的一阶矩和二阶矩来估计分布律,分...
- Rocketmq - 2 集群架构模型和部署结构图

liang 3995

RocketMQ的Broker集群搭建 Master和slaver类似Redis和MySql的主从, Slaver只有读的权限, 没有写的权限。 Roc...
- 正态分布 (高斯分布)

Techblog of HaoWANG 16万+

Table of Contents 正态分布 概要 历史 正态分布的定义 概率密度函数 累积分布函数 生成函数 性质 动差或矩 (mome...
- k阶矩、原点矩、中心距_mjiansun的专栏_k阶原点矩

2-2

标准正态分布k阶原点矩公式 犹有傲霜枝的博客 2万+ 标准正态分布k阶原点矩公式今天在看x2\chi^2x2分布,计算其方...
- 正态分布_https://space.bilibili.com/59807853

2-8

2. 期望为0的正态分布 k 阶原点矩、绝对矩通项公式, (双阶乘是一个数学概念,用n!!表示。正整数的双阶乘表示不超...
- K阶矩

hudada19的博客 3102

1、原点矩 定义: 设一随机变量, 若存在, 则称为的阶原点矩, 简称阶矩。(其中) (当阶数大于2时, 称为高阶) ...
- 原点矩与中心矩

便纵有千种风情 8826

K阶原点矩: E(xk)E(x^k)E(xk), 1阶原点矩是数学期望。 K阶中心矩: E(x-E(x))kE(x-E(x))^kE(x-E(x))k, 2阶原点矩是方...
- 正态分布的C++实现_c++正态分布,c++正太分布-C++代码类资源-CSDN...

3-1

标准正态分布k阶原点矩公式 21929标准正态分布k阶原点矩公式今天在看x2\chi^2x2分布,计算其方差时,遇到了标准...
- f分布的k阶矩_卡方分布的概率密度函数和它的一些衍生问题

2-19

k阶原点矩 k阶中心矩: 期望 方差(二阶中心矩): 偏度(统计数据分布偏斜方向和程度的度量,偏度小于0为右偏态(负偏态...
- f分布k阶原点矩自我推导

undergraduate_的博客 419

这个问题很简单, 茆诗松的《概率论与数理统计》上直接写了“容易算出”, 下面就对这个容易的结果进行简单证明(学...
- 正态分布 (Normal distribution) 又名高斯分布 (Gaussian distribution)

ms521的专栏 34万+

正态分布 (Normal distribution) 又名高斯分布 (Gaussian distribution), 是一个在数学、物理及工程等领域都非常...
- 高等数理统计(一)_weixin_30606669的博客_高等数理统计

1-24

样本、总体分布与样本分布,然后介绍了统计量的概念和几个常见的统计量:样本均值、方差、标准差、 k 阶原点矩和...
- ...第三十四讲——矩,协方差矩阵,多元正态分布的性质...

1-29

1. k阶(原点)矩和k阶中心矩的定义 2. k+l阶混合(原点)矩和k+l阶混合中心矩的定义 3. n元随机变量的数学期望(向量)的...