

中国科学院自动化研究所
2017 年招收攻读博士学位研究生入学考试试题

考试科目： 算法设计与分析

（共 2 页，7 道大题，满分 100 分，时间为 3 个小时）

说明：算法设计可以使用类程序语言（伪代码）描述。

1. 完成下列各题 [本题满分 36 分，每小题 6 分]：

- (1) 请给出算法，对双链表 X ，将指针变量 F 指向的结点插入到指针变量 P 指向的结点之前。
- (2) 请写出算法，实现如下功能：对于输入的任意一个非负 10 进制整数 N ，打印出与其等值的 2 进制数。
- (3) 请设计一个算法，删除字符串 S 中从第 i 个位置开始连续的 n 个字符，估计算法的执行时间。
- (4) 对于给定序列：6 12 18 26 45 56 88 97
如果用二分法（折半查找法）检索 88，请问：分几步可以找到 88？请给出每一步中范围指针 low （低位）和 $high$ （高位）及其中间位置指针 mid 的取值。
- (5) 请用图示说明用直接插入排序对以下序列：
26 32 35 28 18 57 5 68
进行排序的过程，包括每次的比较和交换次数。
- (6) 请证明：对于一个无向图 $G=(V,E)$ ，若 G 中各顶点的度均大于或等于 2，则 G 中必有回路。

2. 请设计一个镜面映射算法，将一棵二叉树的左、右孩子结点对称地交互位置。
[本题满分 10 分]

3. 若 M 是 $m_1 \times n_1$ 矩阵， N 是 $m_2 \times n_2$ 矩阵， $n_1 = m_2$ ，矩阵 $Q = M \times N$ 。如果 M 和 N 为稀疏矩阵并用三元组表存储非零值，请写出矩阵相乘的算法。
[本题满分 10 分]

4. 请设计算法，用于寻找迷宫中从入口到出口的所有路径。
[本题满分 10 分]

5. 假设集合 S 有 n 个元素, m 个形如 (x, y) ($x, y \in S$) 的等价偶对确定了等价关系 R , 请设计算法求 S 的所有等价类。

[本题满分 10 分]

6. 给定由 n 个整数 (可能为负整数) 组成的序列 a_1, a_2, \dots, a_n , 给出动态规划算

法求该序列形如 $\sum_{k=i}^j a_k$ 的子段和的最大值, 并说明算法的时间代价和空间代

价。当所有整数均为负整数时定义其最大子段和为 0。依此定义, 所求的最

优值为 $\max\{0, \max_{1 \leq i \leq j \leq n} \sum_{k=i}^j a_k\}$ 。例如, 当 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6) = (-2, 11, -4, 13, -5, -2)$

时, 最大子段和为 $\sum_{k=2}^4 a_k = 20$ 。

[本题满分 10 分]

7. 假设一个带权的有向图 $G=(V, E)$, w 是 G 的一个顶点, w 的偏心距定义为:

$$\text{Max}\{\text{从 } u \text{ 到 } w \text{ 的最短路径的长度}\}$$

其中, $u \in V$, 最短路径的长度指路径上边所带权的总和。

G 中偏心距最小的顶点称为 G 的中心。请设计一个算法求带权有向图的中心, 并确定算法的时间复杂度。

[本题满分 14 分]