

令 称为变分向量场

则

的面积





所以有



令显然有 ，根据有



根据散度定理



所以有









命题 曲面S为极小曲面曲面S的面积关于固定边界的沿任意方向的面积变分达到临界值等价于平均曲率为0。

命题 若曲面S在所有过边界的曲面中面积最小，则S必为极小曲面。