定理 设是中的域，。令



则，且对任意，有。

证明 把的定义域扩充到整个复平面，对于，定义。这时，式可写为



由，即在上连续，根据数学分析定理，可得（其实反复利用数学分析定理，可知定理的题设可改为若，可得，证明过程为方便起见以一阶导数连续为例来证明 ）。

现固定，我们证明



为此，取，使得。根据引理，存在，使得当时，；而当时，。记



那么。由于当时，，所以



因而，当时，是全纯函数，所以。于是，在小圆盘 上就有



又因为当时，所以根据非齐次积分公式，有



因为当时，所以



比较式和式，即得



特别地，取，取得



由于是中的任意点，所以在上成立。

在上面的证明中，容易看出，如果，那么问题的解。