Legendre方程



令



代入方程得



所以





对 成立。

若令



显然这两个多项式都是方程的解，根据数学分析定理9.12收敛半径为。

# 当n为正偶数时



令











一般地，我们有





# 当n为正奇数时



因此方程的解统一写成



并且和有一个是次多项式，一个是无穷级数记做，称为第二类函数。方程的通解为





# 母函数







又因为





# 母函数推导

假设



由柯西积分公式



根据已知的结论有



令 ，则有



令，得到方程，解得









# 递推式



证明：



两边关于 的导数



等式两边乘以，有





# 正交性



证明：

已知多项式满足方程







命题得证。



证明：假设，令







所以有

