例8.1.1证明

(1)

根据空间的有限覆盖定理或者定理7.3.3可知，实数集的任意一个有界闭区间是紧致子集。

根据定义可知实数集的任意一个有界闭区间是可数紧致子集，由定理7.4.3知道，实数集的任意一个有界闭区间是列紧空间。根据定义有，有界闭区间的任何一个无限子集都有凝聚点。

假设序列是某个有界闭区间的一个无限子集，必有凝聚点属于该区间。

(2)

根据定理5.1.2可知实数集的任意一个有界闭区间满足第一可数公里。根据定理7.4.7知道有界闭区间是序列紧致空间，所以该区间的任意一个序列必有一个收敛的子序列。区间的序列必有收敛的子序列（也是集合的一个无限子集）收敛于。若不成立，由定理2.7.2可知是该子序列的一个凝聚点，同时也是序列和区间的一个凝聚点。 又因为是拓扑空间的闭集，所以必有成立。（根据数学分析的定理可知序列必收敛于。） 假设序列的子序列收敛于。即对于的每一个邻域，存在使得当时有。令，必存在使得当时，成立。那么存在，使得当时必有，所以序列 也收敛于。