 是矩阵的特征对，则有，从而有



Krylov序列在第项终止，是指是满足的最小整数

若Krylov序列在第项终止，是的一个维不变子空间

# Arnoldi分解

随着的增加，矩阵越来越病态 。



 

是上HessenBerg矩阵。



是上HessenBerg矩阵



其中刚好是矩阵 关于的Rayleigh商

对上式两边取最后一列得到











以上过程实际是求向量在上的正交投影的Gram-Schmidt正交化过程。

记







# Lanczos分解

当是对称矩阵时，在Arnoldi分解中，其关于的Rayleigh商就是一个对称三角阵：



对应的Arnoldi分解变为









于是有



# Rayleight-Ritz方法

只考虑实数对称矩阵的特征向量时有：









称为Ritz值，而称为Ritz向量，称为Ritz对。在一定条件下，Ritz对将是的一个很好的近似特征对。

基本步骤：

1. 计算子空间的一组标准正交基;
2. 计算Rayleigh商;
3. 计算的特征值，并选择其中若干所需的作为的近似特征值：;
4. 计算所对应的特征向量，并形成Ritz向量