# 高斯消元法

## 将矩阵化成单位上三角矩阵

假设输入矩阵为 构造一个单位矩阵，对输入矩阵做的任何变换，都同时作用在矩阵O上。化成上三角矩阵的步骤如下：

1. 当前为第（i+1）次迭代(i=0,1,…,n-1)寻找第i列的绝对值最大的元素,若都为0并且迭代还未结束说明矩阵奇异，否则交换该行和第i行。将第i行对角线元素化为1。
2. 对k=i+1,i+2,…,n-1行的第i列元素消去。
3. 最后将化为1。

## 将矩阵化为单位矩阵

步骤如下：

1. 当前为第（n-i）次迭代(i=n-1,n-2,…,1)，直接消去第i列对角线以上的元素
2. 迭代结束输出的即为矩阵的逆矩阵。

# 正定矩阵的Cholesky分解

## LLT分解



当时，有



即



特别地，当时，有



计算步骤如下：

1. 从上到下从左到右迭代
2. 当时,
3. 当时，

## 2.2 LDLT分解

### 2.2.1 分解得到下三角矩阵

归纳假设 对于 成立。





首先对于时有

因此归纳假设 成立



因此对于，都成立 ，因此公式



对于成立。



当时（下三角元素），有



因此有



### 2.2.2 下三角矩阵求逆

假设下三角矩阵为，逆矩阵为，则有





从上往下迭代







显然有



成立

对于有



### 2.2.3 下三角矩阵的转置乘以下三角





计算步骤如下：

1. 按照从左到右，从上到下的顺序迭代，计算得到矩阵和。
2. 根据



1. 计算两个下三角矩阵的乘积得到结果

# QR分解

## 3.1 Givens方法

初等旋转矩阵



左乘以矩阵只改变矩阵的第行和第行。 将矩阵通过初等变换化成上三角矩阵





## 3.2 HouseHolder方法

进行(n-1)次迭代，第i次迭代将第i列对角线以下化为0，也就是计算反射矩阵 ，通过反射矩阵进行如下变换



注意反射矩阵是正交矩阵

## 3.3 上三角矩阵求逆





从上往下迭代







显然有



成立

对于有



# 上Hessenberg化



取 ，现在令









即满足



也就是满足



即有



如此进行n-2步得到



令，得到