

多波束测线问题研究

摘要

本文主要研究多波束测线的问题，建立多波束测深的覆盖宽度及相邻条带之间重叠率的数学模型，以及根据海域地形情况设计符合指定要求的测线。

针对问题一，我们将测线相互平行且海底地形平坦的理想情况下的覆盖宽度以及重叠率的定义式，延伸到了此问的情境中，分析了情境中的几何关系，根据正弦定理、三角函数等几何知识，分别建立了海水宽度、多波束测深的覆盖宽度及相邻条带之间重叠率的数学模型。利用该数学模型得出结果，并对结果进行了分析。

针对问题二，分析了情境中的几何关系，建立了在此情况下的海水深度的模型和多波束测深覆盖宽度的数学模型。在建立模型的过程中，先在立体空间中分析，由多波束覆盖宽度的定义进行初步建模，再将其放到平面中，求解出重要的边角关系。最后将这些边角代入到多波束测深覆盖宽度的定义式中，完成模型建立。再将数据代入数学模型得出结果，并对结果进行了分析。

针对问题三，我们假设测线在水平面内相互平行，然后分别对测线与等深线平行、测线与等深线存在夹角两种情况进行分析建模。分别在两种情况中采用遍历算法和迭代算法，通过几何关系建立方程，确定了东西两侧的测线临界位置及临界夹角。然后从一侧开始，按照题目所给的约束条件，不断向另一侧进行迭代，直到到达临界位置时停止迭代，记录下的迭代位置和次数即为该情况下的一组符合要求的测线。

针对问题四，我们首先对该不规则的曲面进行分割，沿合适的方向将其分割为 a 面和 b 面，通过取边界点平均值的方式对该模型做进一步简化，使其变为类似于问题三中的坡面模型，再结合题目的约束条件分别对简化后的模型进行测线布设。布设完测线后，根据附件所给数据的特点，将海面看作是由无数个边长为 0.02 海里的小正方形格子组成的，进而引入新的网格化定义，推导出了在新定义下的覆盖宽度和相邻条带重叠率的计算公式，并运用公式，采用遍历算法，较准确地计算出了真实海域中的指标。

关键词：多波束测线、海底测绘、遍历算法、迭代算法

一、 问题的背景与重述

1.1、问题的背景

大海是支撑我们生存的重要存在，包含着大量的资源，随着人类意识的增长科技的进步，海洋的科研意义越来越明显。为了了解并开发海洋，人类在海洋中展开了大量的科学研究、军事研究和资源开发，而这些都依赖于人类准确获取海底地形地貌信息的能力。^[1]

目前，利用波束测量海底深度的方法，在海底地形测量中被广泛应用。传统的单波束测深过程采用声波在均匀介质中作匀速直线传播，在不同界面发生反射的原理，由测量船向海底发射单波束来计算海水深度，如图 1.1 所示。由于此过程采取单点连续的测量方法，其数据分布沿航迹十分密集，而在测线间没有数据。多波束测深系统在单波束测深的基础上，能在与航迹垂直的平面内一次能发射出数十个乃至上百个波束，再由接收换能器接收由海底返回的声波，其工作原理如图 1.2 所示。此方法克服了单波束测深的缺点，能够测量出以测量船测线为轴线且具有一定宽度的全覆盖水深条带，如图 1.3 所示。

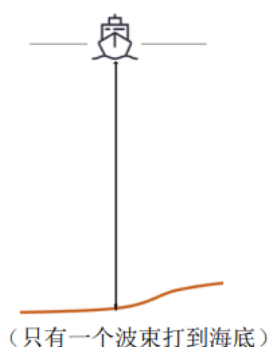


图 1.1 单波束测深

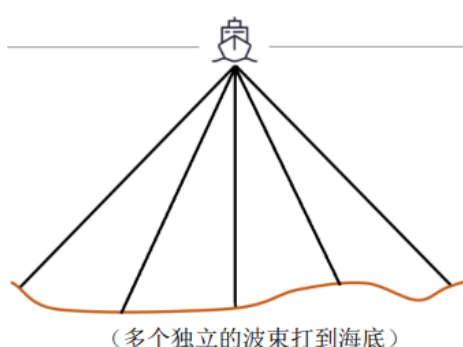


图 1.2 多波束测深

海底地形起伏变化大，若采用海区平均水深设计测线间隔，虽然条带之间的平均重叠率可以满足要求，但在水深较浅处会出现漏测的情况，影响测量质量；若采用海区最浅处水深设计测线间隔，虽然最浅处的重叠率可以满足要求但在水深较深处会出现重叠过多的情况，数据冗余量大，影响测量效率。

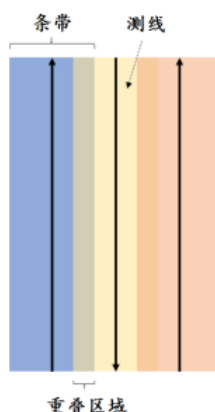


图 1.3 单波束测深

1.2、问题重述

1.2.1、问题一：

当与测线方向垂直的平面和海底坡面的交线构成一条与水平面夹角为 α 的斜线（如图 1.4）时，要求建立出此时多波束测深的覆盖宽度及相邻条带之间重叠率的数学模型。若给定了多波束换能器的开角，坡度以及海域中心点处的海水深度，利用上述模型计算某些给定位置的指标值。

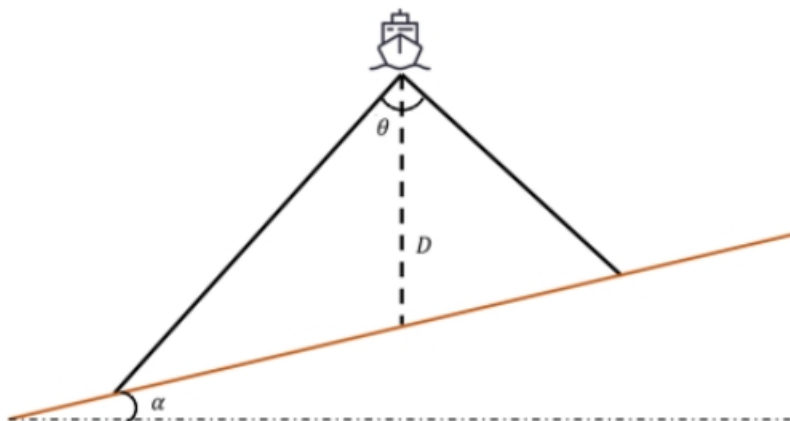


图 1.4 与测线方向垂直的平面和海底坡面的交线构成一条与水平面夹角为 α 的斜线

1.2.2、问题二：

当待测海域是一个矩形，测线方向与海底坡面的法向在水平面上投影的夹角为 β 时（如图 1.5），建立多波束测深覆盖宽度的数学模型。若给定了多波束换能器的开角，坡度以及海域中心点处的海水深度，利用上述模型计算某些给定位置的多波束测深的覆盖宽度。

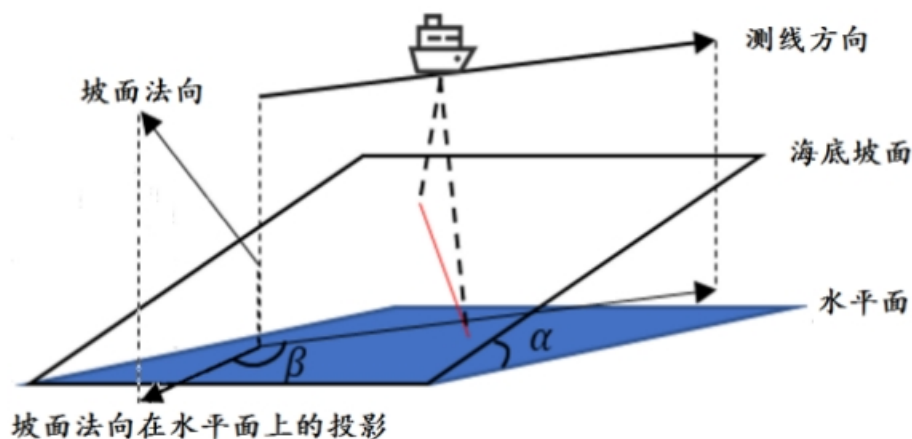


图 1.5 测线方向与海底坡面的法向在水平面上投影的夹角为 β

1.2.3、问题三：

考虑具体的海域情况：一个南北长 2 海里、东西宽 4 海里的矩形海域内，海域中心点处的海水深度为 110 m，西深东浅，坡度为 1.5° ，多波束换能器的开角为 120° 。在此情况下，设计一组测线。要求测量长度最短、可完全覆盖整个待测海域，且相邻条带之间的重叠率满足 10%~20% 的要求。

1.2.4、问题四：

考虑一个真实的海域情况，给出若干年前某海域（南北长 5 海里、东西宽 4 海里）单波束测量的测深数据，利用这组数据，为多波束测量船设计测量布线。要求如下：(1) 沿测线扫描形成的条带尽可能地覆盖整个待测海域；(2) 相邻条带之间的重叠率尽量控制在 20% 以下；(3) 测线的总长度尽可能短。设计出具体测线后，计算如下指标：(1) 测线的总长度；(2) 漏测海区占总待测海域面积的百分比；(3) 在重叠区域中，重叠率超过 20% 部分的总长度。

二、 问题分析

2.1、 问题一

问题一是一种比较理想的情况，即与测线方向垂直的平面和海底坡面的交线构成一条与水平面夹角为 α 的斜线，各变量与船沿测线行进的距离无关，故可将情景转化为平面进行分析。建立多波束测深的覆盖宽度及相邻条带之间重叠率的数学模型，首先要建立覆盖宽度和重叠率的定义，由测线相互平行且海底地形平坦的情况延伸到斜面上，得到覆盖宽度和重叠率的定义式。根据几何关系，运用正弦定理等几何知识，即可得到数学模型。在求解指标时，只需要将各变量的值代入建立好的数学模型，即可得到结果。

2.2、 问题二

问题二是一个比较理想的三维空间情况，相较问题一，引入了测线方向与海底坡面的法线在水平面上投影的夹角 β 这个变量。要建立多波束测深覆盖宽度的数学模型，同样由已得到的多波束测深覆盖宽度的定义式出发，分析此三维情况下的空间几何关系，运用正弦定理等几何知识，得到覆盖宽度定义式中所需要的变量，代入定义式即可得到数学模型。在计算各位置多波束测深的覆盖宽度时，将各变量的值代入建立好的数学模型，即可得到结果。

2.1、 问题三

问题三中待测区域是南北长和东西宽且西深东浅的矩形海域，给定了海域中心点处的海水深度、坡度和多波束换能器的开角。要设计一组测线，符合长度最短、完全覆盖整个待测海域且相邻条带之间的重叠率满足10%~20%的要求。经查阅文献可知，根据规范要求以及多波束的测量特性，多波束的布线原则上应该平行于等深线的方向，所以我们先通过几何分析，建立了约束最浅处和最深处两条等深线位置的方程并求解，然后从测线恰好扫描到待测区域较浅侧边缘时的测线位置开始，按约束向后不断推算，直到到达或越过恰好扫描到待测区域较深侧边缘时的测线位置为止，即得到了一组测线。

受问题二启发，我们又考虑了一组平行测线与海底等深线存在夹角的测线布局，在此模型设计中，首先需要根据题目所给的约束条件，确定夹角的取值。然后根据夹角设置第一条测线，再根据题目所给的约束条件，向另一侧不断迭代，直到将另一侧完全覆盖时停止迭代。记录迭代次数和位置，即可得到结果。

2.2、 问题四

问题四提供了一个若干年前某海域单波束测量的测深数据，将附件的海水深度数据画出图后，发现其海底地形是一个不规则的曲面，处理困难。由问题三可知，对于一个平整的坡面，只需知道其坡度和平面法向量方向，就可以求出符合要求的一组测线，因此考虑将此问中的不规则曲面分割为几个近似平面进行求解。经观察分析，将此曲面沿对角线分割后，能得到较为理想的平面。然后根据题目的三个约束条件对分割后的平面分别进行测线布设，设计出具体的测线后，计算：

如下三个指标：(1) 测线的总长度；(2) 漏测海区占总待测海域面积的百分比；(3) 在重叠区域中，重叠率超过 20% 部分的总长度。

三、模型假设

- 1、假设测线之间相互平行。
- 2、假设覆盖宽度是水平段的宽度。
- 3、假设探测得连续海水深度数据。
- 4、假设忽略航偏角^[2]。
- 5、假设航向方向总与测线方向保持一致。
- 6、多波束换能器开角 $\theta = 120^\circ$

四、 符号说明

表 4.1 本文中出现的符号及其意义

符号	符号意义
W	覆盖深度
W_i	第 i 条测线的覆盖宽度
$W_{i, 1}$	第 i 条测线左侧覆盖宽度在水平面上的投影
$W_{i, 2}$	第 i 条测线右侧覆盖宽度在水平面上的投影
$W'_{i, 1}$	第 i 条测线左侧覆盖宽度
$W'_{i, 2}$	第 i 条测线右侧覆盖宽度
S_i	测线距中心点处的距离
D	海水深度
D_0	中心点处深度
D_i	第 i 条测线处的海水深度
η	测线与前一条测线的重叠率
η_i	第 i 条测线与前一条测线的重叠率
θ	多波束换能器的开角
α	测线方向垂直的平面和海底坡面的交线构成的与水平面夹角
d	相邻两条测线的间距
β	测线方向与海底坡面的法向在水平面上投影的夹角
ϕ	过测线的垂直于水平面的面与海底坡面的交线与水平面的夹角

所用到的其他符号在文章对应位置有相应说明和图示

五、问题一的模型求解

5.1. 模型的建立

5.1.1 相邻条带之间重叠率的数学模型建立

由题意得，如下图所示，在测线相互平行且海底地形平坦的情况下，相邻条带之间的重叠率 η 定义为：

$$\eta = 1 - \frac{d}{W} \quad (5.1)$$

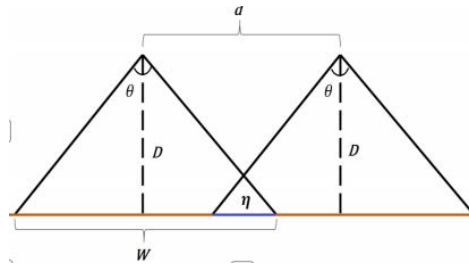


图 5.1 深度为 D 平坦海底上距离为 d 、多波束换能器的开角为 θ 的平行测线

在斜面上对这一定义进行延伸，如图，重叠发生在第 $i-1$ 条测线的右侧覆盖宽度和第 i 条测线的左侧覆盖宽度中，即 $W_{i-1,2}$ 和 $W_{i,1}$ 之间，记两条测线间距离为 S ，则此时第 i 条测线和第 $i-1$ 条测线之间的重叠率定义式应为：

$$\eta_i = 1 - \frac{d}{W_{(i-1),2} + W_{i,1}} \quad (5.2)$$

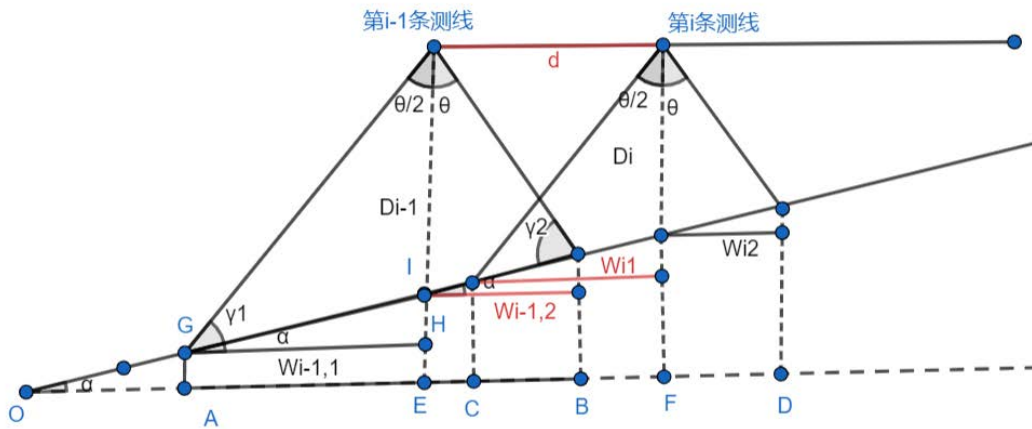


图 5.2 测线在海底和水平面的覆盖宽度

在第一问中，相邻两条测线的间距 $d=200\text{m}$ 。

5.1.2 多波束测深的覆盖宽度的数学模型建立

为方便计算，定义第 i 条测线的覆盖宽度 W_i 由第 i 条测线左侧覆盖宽度 W_{iL} 和第 i 条测线右侧覆盖宽度 W_{iR} 加和而成，即：

$$W_i = W_{i,1} + W_{i,2} \quad (5.3)$$

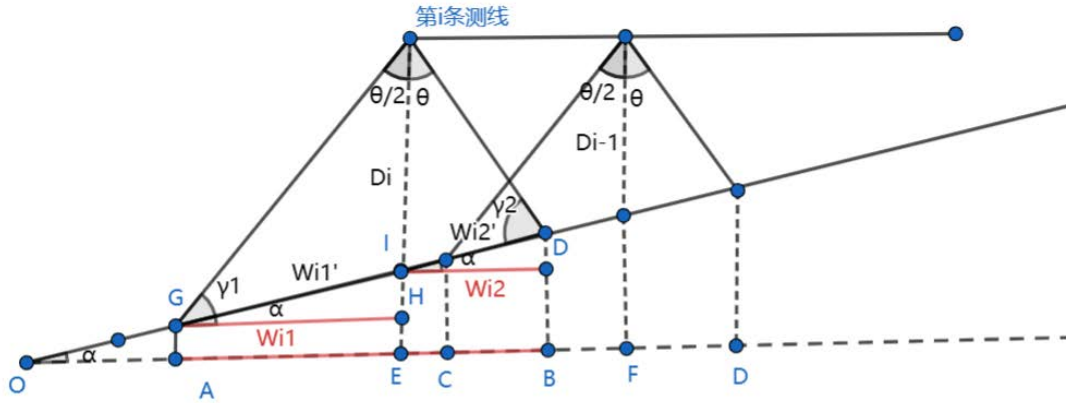


图 5.3 测线面几何关系图

根据集合关系，列出方程组 (5.4)

$$\frac{D_i}{\sin(y_1)} = \frac{W_{i,1}}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (5.4.1)$$

$$y_1 = \frac{\pi - \theta}{2} - \alpha \quad (5.4.2)$$

$$W_{i,1} = W'_{i,2} \cos(\alpha) \quad (5.4.3)$$

联立方程组 (5.4)，得出第 i 条测线左侧覆盖宽度 W_{iL} 的计算公式为：

$$W_{i,1} = D \frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta}{2} + \alpha\right)} \cos(\alpha) \quad (5.5)$$

同理可得第 i 条测线右侧覆盖宽度 W_{iR} 的计算公式

$$W_{i,2} = D \frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta}{2} - \alpha\right)} \cos(\alpha) \quad (5.6)$$

5.1.3 测线处深度的数学模型的建立

$$D_i = D_0 - S_i \tan(\alpha) \quad (5.7)$$

5.1.4 多波束测深的覆盖宽度的模型

综上，多波束测深的覆盖宽度的模型为

$$W_i = (D_0 - s_i \tan(\alpha)) \cos(\alpha) \left(\frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta}{2} + \alpha\right)} + \frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta}{2} - \alpha\right)} \right) \quad (5.8)$$

测线与前一条测线的重叠率的模型为

$$\eta_i = 1 - \frac{d}{D_{(i-1),2} \frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta}{2} - \alpha\right)} \cos(\alpha) + D_{i,1} \frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta}{2} + \alpha\right)} \cos(\alpha)} \quad (5.9)$$

5.2. 模型的求解

将 $D_0=70\text{m}$, $\alpha=1.5^\circ$, $\theta=120^\circ$,

$S_i=\{-800, -600, -400, -200, 0, 200, 400, 600, 800\}$ 带入模型，解得

表 5.1 问题一的解

测线距中心点 处的距离/m	-800	-600	-400	-200	0	200	400	600	800
海水深度/m	90.9487	85.7116	80.4744	75.2372	70	64.7628	59.5256	54.2884	49.0513
覆盖宽度/m	315.7051	297.5256	279.346	261.1665	242.987	224.8074	206.6279	188.4484	170.2688
与前一条测线 的重叠率/%	——	0.3468	0.3056	0.2588	0.2053	0.1434	0.0711	-0.0146	-0.1177

5.3. 结果分析

在一定的换能器开角以及测线间隔下，随着海水深度变浅，多波束测深条带的覆盖宽度在逐渐变窄，重叠率在逐渐变小，甚至在海水深度为 54.2884 米和 49.0513 米时，其重叠率为负数，出现了漏测的情况。这反映了，合适的测线间隔对于多波束测深的准确性是非常重要的，结果是合理的。

六、 问题二的模型建立与求解

6.1、模型建立

6.1.1 、海水深度的数学模型建立

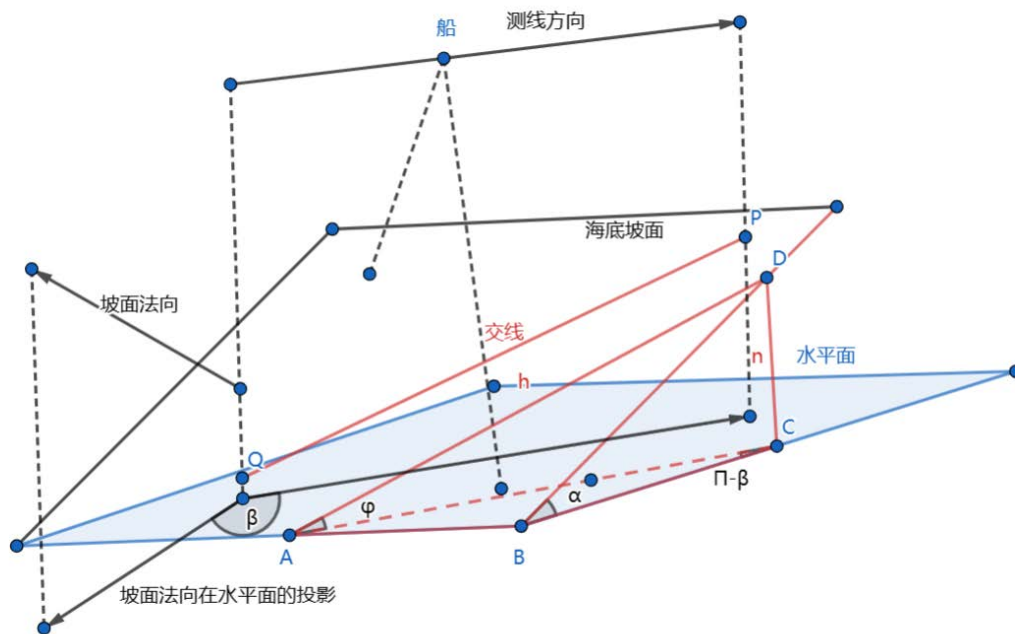


图 6.1 与海底深度有关的几何关系

设测量船距离海域中心点处的距离为 x_i , 当测量船距海域中心点 x_i 时, 海水深度:

$$D_i = D_0 + X_i \tan(\varphi) \quad (6.1)$$

为求 $\tan\varphi$ ，如上图所示，过测线和矩形待测海域的边界分别做垂直于水平面的面，PQ 为过测线的垂面与海底坡面的交线，在海底坡面上作 PQ 的平行线 AD，使得 A 位于海底坡面与水平面的交线上，D 位于过矩形待测海域边界的垂面与海底坡面的交线上，过点 D 作垂线 DC 交水平面于点 C，连接 AC，得到三棱锥 D-ABC，展开三棱锥 D-ABC：

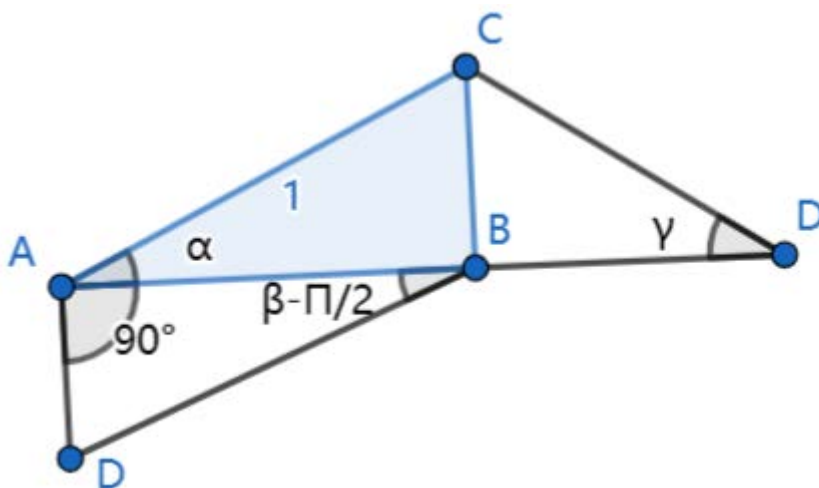


图 6.4 图 6.3 中三棱锥 D-ABC 的展开图

如图所示，当 $AC=1$ 时，由几何关系可以得出 $\angle CDB = \beta - \frac{\pi}{2}$

$$\tan \gamma = \tan(\alpha) \sin(\beta) \quad (6.4)$$

在面 BCD 中求覆盖宽度

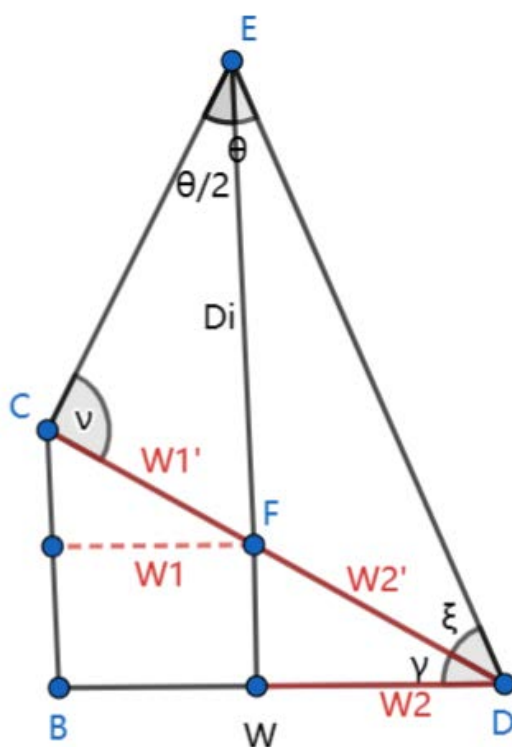


图 6.5 面 BCD 中的几何关系

设 $\angle EDF$ 角度为 ξ ，在面 BCD 中有以下几何关系

$$\frac{D_i}{\sin(v)} = \frac{W_1'}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (6.5.1)$$

$$\frac{D_i}{\sin(\xi)} = \frac{W_2'}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (6.5.2)$$

$$V = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} + \gamma \quad (6.5.3)$$

$$\xi = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - \gamma \quad (6.5.4)$$

$$W_1 = W_1' \cos(\gamma) \quad (6.5.5)$$

$$W_2 = W_2' \cos(\gamma) \quad (6.5.6)$$

$$W = W_1 + W_2 \quad (6.5.7)$$

联立方程 6.4，方程组 6.5 得：

$$W = (D_0 + X_i \tan(\alpha) \cos(\beta)) \cos \gamma \left(\frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos\left(\frac{\theta}{2} + \gamma\right)} + \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos\left(\frac{\theta}{2} - \gamma\right)} \right) \quad (6.6)$$

其中 $\gamma = \arctan(\tan(\alpha) \sin(\beta))$

6.2、模型求解

将 $D_0=70\text{m}$,

$\alpha=1.5^\circ$,

$\theta=120^\circ$

$\beta=\{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ, 315^\circ\}$

$X_i=\{0, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, 1.8, 2.1\}$

代入模型

解得：

表 6.1 不同侧线方向夹角和船距海域中心距离下的多波束覆盖宽度

覆盖宽度/m		测量船距海域中心点处的距离/海里							
		0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1
测线方向夹角/°	0	415.6922	466.0911	516.4899	566.8888	617.2876	667.6865	718.0854	768.4842
	45	416.1202	451.7943	487.4683	523.1424	558.8165	594.4905	630.1646	665.8387
	90	416.5491	416.5491	416.5491	416.5491	416.5491	416.5491	416.5491	416.5491
	135	416.1202	380.4461	344.7721	309.0980	273.4239	237.7498	202.0758	166.4017
	180	415.6922	365.2933	314.8945	264.4956	214.0967	163.6979	113.2990	62.9002
	225	416.1202	380.4461	344.7721	309.0980	273.4239	237.7498	202.0758	166.4017
	270	416.5491	416.5491	416.5491	416.5491	416.5491	416.5491	416.5491	416.5491
	315	416.1202	451.7943	487.4683	523.1424	558.8165	594.4905	630.1646	665.8387

6.3、结果分析

由表 6.1 可见，多波束测深条带的覆盖宽度随水深变化而变化，水较深时，覆盖宽度较大。测线方向不同，行驶相同距离产生的水深变化也不同。特别地，当测线方向夹角为 90° 或者 270° 时，其情况与问题一类似，水深不随测量船距海域中心点处的距离变化而变化。因此是合理的。

七、问题三的建立与求解

7.1、模型的建立与求解

7.1.1、与等深线平行的测线布局模型

根据规范要求以及多波束的测量特性，多波束的布线原则上应该平行于等深线的方向^[3]。在这一方向的基础上，考虑与等深线存在夹角的情况。故分别在等深线平行和与等深线存在夹角两种情况中建立平行排布的测线布局模型。与等深线平行的测线布局模型

设最浅处海水深度为 D_{00} ，根据

$$D_i = D_{00} + X_i \tan(\alpha) \quad (7.1)$$

求出测线正下方的海底深度 D_i ，其中 X_i 为测线到最浅处海岸边的距离， X_i 为测线恰好扫描到待测区域较深侧边缘时的测线位置， X_b 为测线恰好扫描到待测区域较深侧边缘时的测线位置。

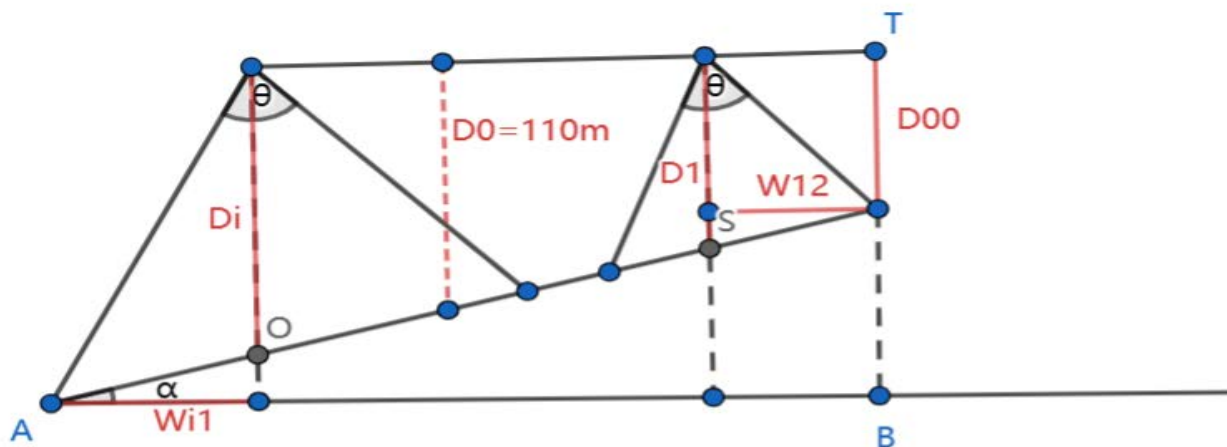


图 7.1 临界测线位置 X_i 和 X_b 的纵切图

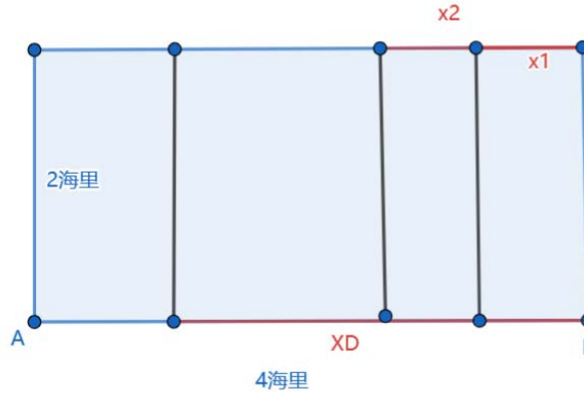


图 7.2 水平面上的临界测线位置 X_1 和 X_0 及第二条测线 X_2
根据图 7.1 和图 7.2 中的几何关系，得出：

$$W_{1,2} = X_1 \quad (7.2)$$

$$W_{i,1} + X_D = |AB| \quad (7.3)$$

又根据第 i 条测线左、右侧覆盖宽度在水平面上的投影公式

$$W_{i,1} = D \frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta}{2} + \alpha\right)} \cos(\alpha) \quad (5.5)$$

$$W_{i,2} = D \frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta}{2} - \alpha\right)} \cos(\alpha) \quad (5.6)$$

可求出 X_1 、 X_0

为了使得沿测线扫描的条带覆盖整个待测区域，测线总长度最小，最后一条测线的位置 X_i 应当大于 X_0 ，重叠率应当在取值范围内取最小值，故将重叠率 $\eta = 0.1$ 作为由 X_1 向 X_i 推到的约束条件，将 $X_i \geq X_0$ 作为推导中止条件即：

$$\eta = 1 - \frac{X_i - X_{i-1}}{W_{i,2} + W_{i-1,1}} = 0.1 \quad (7.4)$$

求得 X_i 由大到小的序列：

{7049.47828791165, 6457.45334482874, 5911.87471995957, 5409.09854575967, 4945.76682816590, 4518.78501887465, 4125.30134714928, 3762.68777311556, 3428.52243533433, 3120.57347542017, 2836.78413167231, 2575.25900215965, 2334.25138551221, 2112.15161486945, 1907.47630706900, 1718.85845527217, 1545.03829885575, 1384.85490959112, 1237.23843791547, 1101.20296750867, 975.839930452349, 860.312038991474, 753.847693369414, 655.735828386817, 565.321164265040, 481.999830095072, 405.215330641390, 334.454829563413,

269.245724230549, 209.152489254348, 153.773767656017, 102.739690241481, 55.7094052803443, 12.3688019897344}

即一种 34 条与等深线平行的测线的设计，测线总长度为 125936 米。

7.1.2、 测线与等深线夹角为 ψ 的测线布局模型（以 $\psi=0.98^\circ$ 为例）

在测线与等深线有夹角的测线布局模型设计中，首先需要确定 ψ 的取值，待测区域长 4 海里的边界条件、重叠率上限为 0.2 的约束条件下，从低到高遍历 ψ ，使得在，4 海里长待测区域内，重叠率的区间 $[0.1,0.2]$ 内，解得 ψ 的取值范围上限在 0.9824° 到 0.9825° 之间

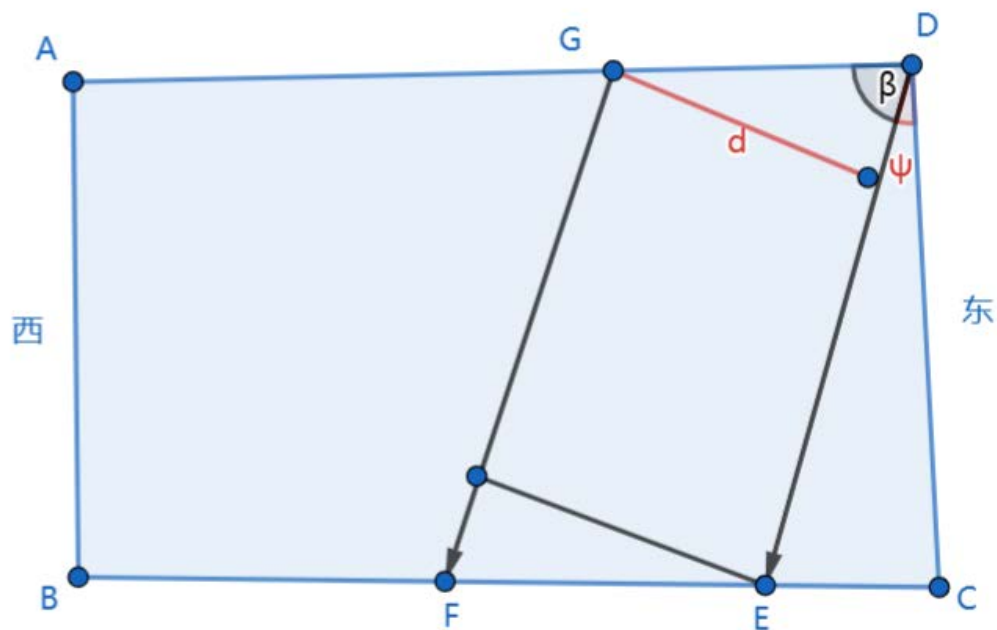


图 7.3 测线与等深线夹角 ψ 在水平面上的投影图

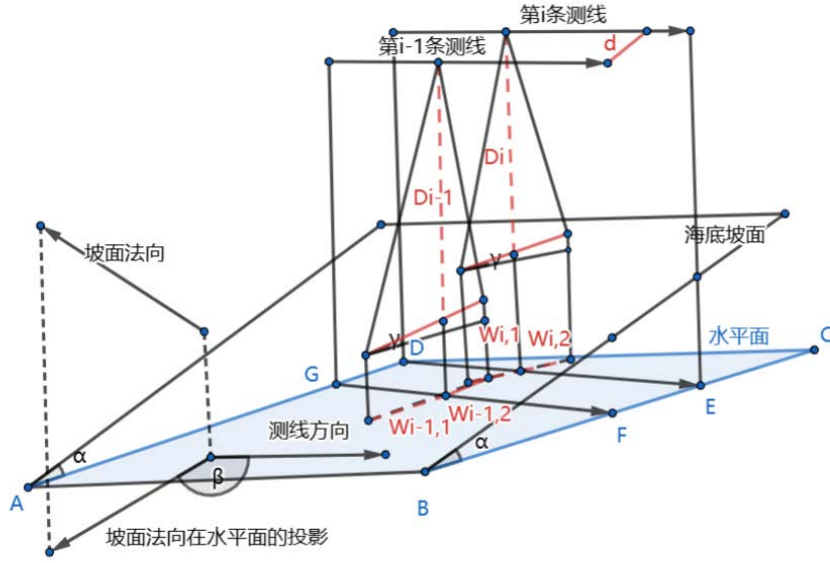


图 7.4 测线与等深线夹角为 ψ 的测线布局模型的三维示意图

联立图 7.4 中几何关系得方程组 7.5:

$$W_{i,1} = D_i \cos \gamma \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} + \gamma \right)} \quad (7.5.1)$$

$$W_{i,2} = D_i \cos \gamma \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} - \gamma \right)} \quad (7.5.2)$$

$$\gamma = \arctan (\tan (\alpha) \sin (\beta)) \quad (7.5.3)$$

$$D_i = D_0 + X_i \cos (\beta) \tan (\alpha) \quad (7.5.4)$$

又有

$$\eta_i = 1 - \frac{d}{W_{(i-1),2} + W_{i,1}}$$

(5.2)

所以有

$$\eta_i = 1 - \frac{d}{(D_0 + X_i \tan (\alpha) \cos (\beta)) \cos (\arctan (\tan (\alpha) \sin (\beta))) \left(\frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} + \gamma \right)} + \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} - \gamma \right)} \right)}$$

(7.6)

测线与待测区域北侧边界交点 x_i 的序列

{0, 42.1938272490649, 87.9871279127419, 137.679858108915, 191.671959328098, 250.263387688174, 313.754099307027, 382.644021047799, 457.433079773630, 538.621202347660, 626.708315633030, 722.294331865509, 825.979163280865, 938.562692860123, 1060.64483283905, 1193.12545157131, 1336.90441741054, 1492.98158408303, 1662.25681994243, 1846.02993483290, 2045.40076785337, 2261.76911422061, 2496.53476915142, 2751.29749860786, 3027.75705392460, 3327.71317180895, 3653.16555971347, 4006.31389583597, 4389.55782911954, 4805.39699387987, 5256.63098055056, 5746.35933568307, 6277.68160582888, 6854.29724977522, 7480.00571168197}

测线即为从北侧边界 x_i 处出发, 向南偏西 0.98° 方向到南侧边界为止的 35 条水平面上的平行线段, 总长度为 129658.9657

7.2、结果分析

与等深线平行的测线布局模型和测线与等深线夹角为 ψ 的测线布局模型均做到了全覆盖、 $\eta \in [0.1, 0.2]$, 在测线数量上, 与等深线平行的测线布局模型由 34 条测线构成, $\eta = 0.1$, 测线与等深线夹角为 ψ 的测线布局模型由 35 条测线构成, η 随深度增加而增加, $\Delta \eta$ 接近 0.1, 显然后者测线总长度大于前者, 在测线由一组平行线段构成的情况中, 与等深线平行的测线布局模型测线总长度最小, 重叠率最低。

八、 问题四的模型建立与求解

8.1、数据特征分析

单波束测深形成的海底数据是分辨率为 0.02m 的离散数据

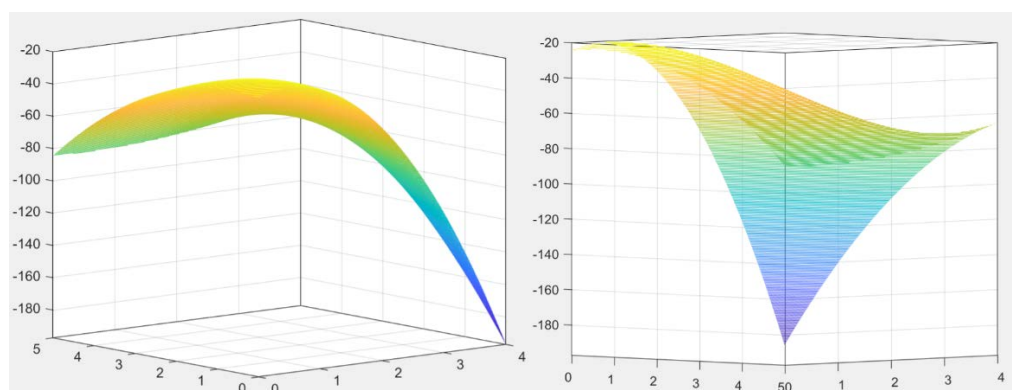


图 8.1 从西南向东北和东南向西北方向观察单波束测深形成的海底数据

由图像可知, 海底呈鞍状, 东北-西南对角线高, 全局最低点在东南角, 西北角处于局部低点

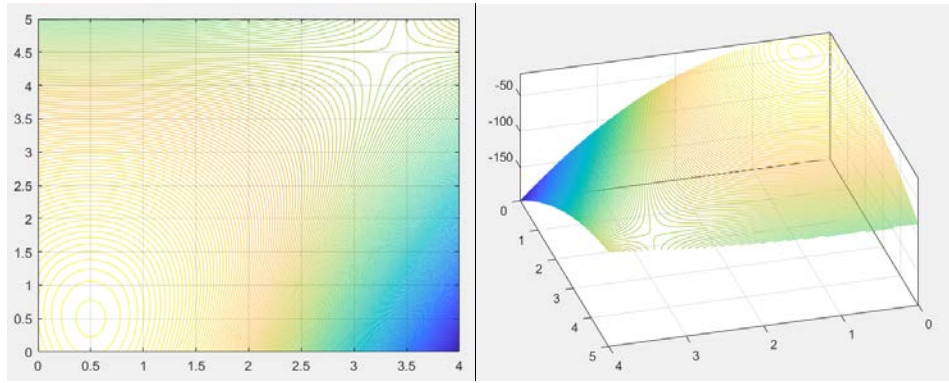


图 8.2 基于单波束测深形成的海底数据绘制的水平面和三维等高线海底地形图

8.2、模型的建立与评价

考虑将其沿过 $(0, 0)$ 和 $(4, 5)$ 的竖直面切开，分为 a 面和 b 面，如下图：

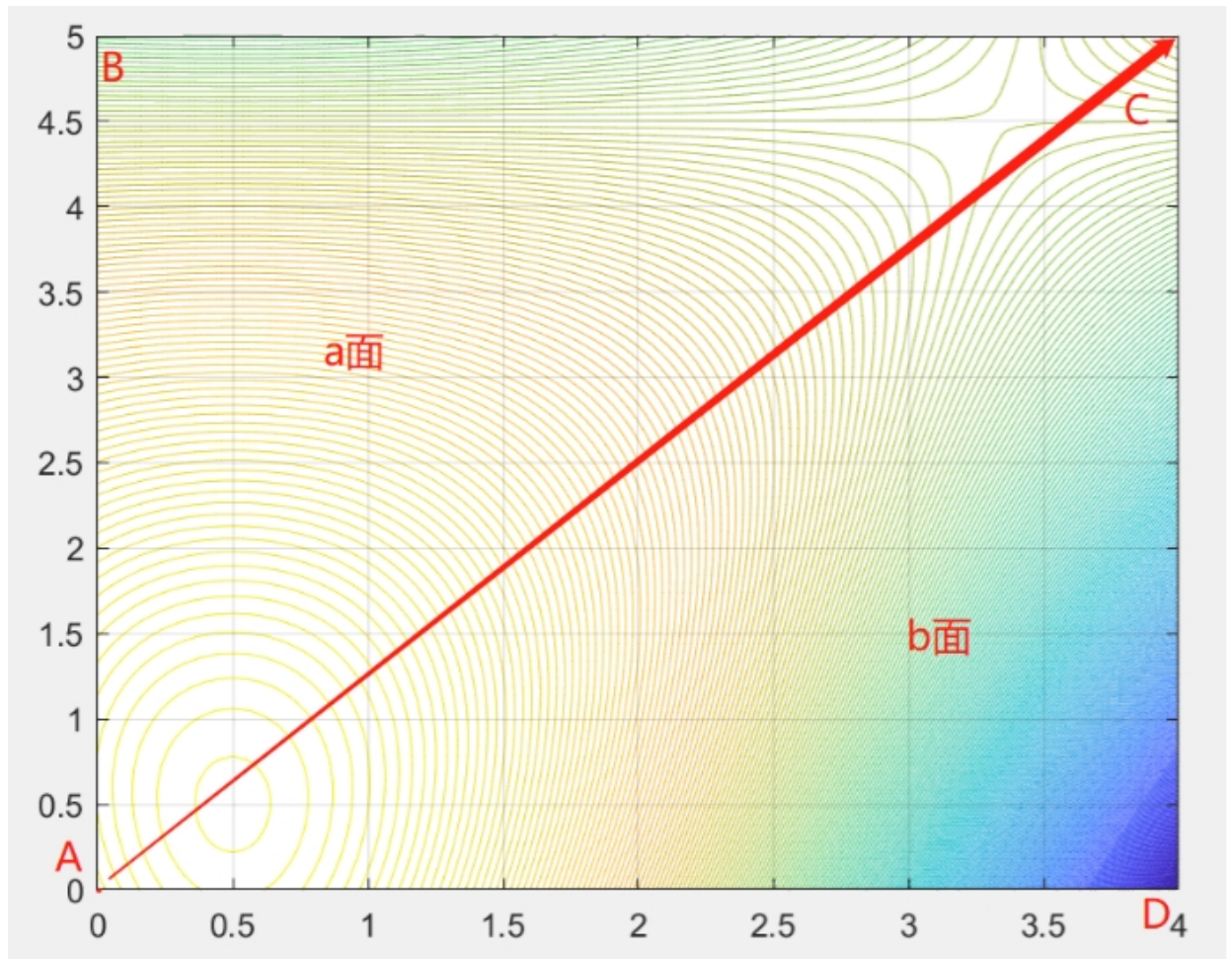


图 8.3 a、b 面切割路径

下面分别对 a 面和 b 面建立数学模型。

8.2.1、a 面数学模型的建立与求解

考虑到 a 面分割后依然是一个曲面，由三点可以确定一个面，为进一步简化 a 面，取上图中的三个边缘点：

A (0, 0, -24.4) , B (0, 5, -84.4) , C (4, 5, -65.2) ,

更进一步地，将 B 和 C 的纵坐标取平均值

从而得到新的平面 A' B' C'

其中 A' (0, 0, -24.4) , B' (0, 5, -74.8) , C' (4, 5, -74.8)

将点 A' 投影到与 B'、C' 所在的平面 $Z=Z_{B'}=Z_{C'}$ 于 D

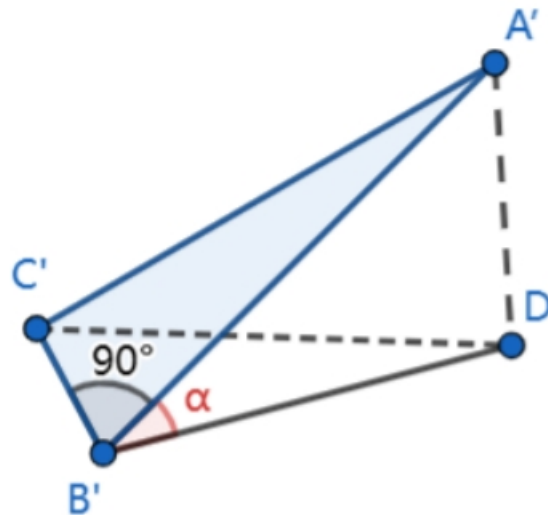


图 8.4 四面体 A' B' C' D

由几何关系可知

$$\alpha = \arctan\left(\frac{Z'_C - Z'_B}{B'D}\right) \quad (8.1)$$

代入数值计算可得 $\alpha = 0.31184^\circ$

此时的 a 面的情况与问题三类似。

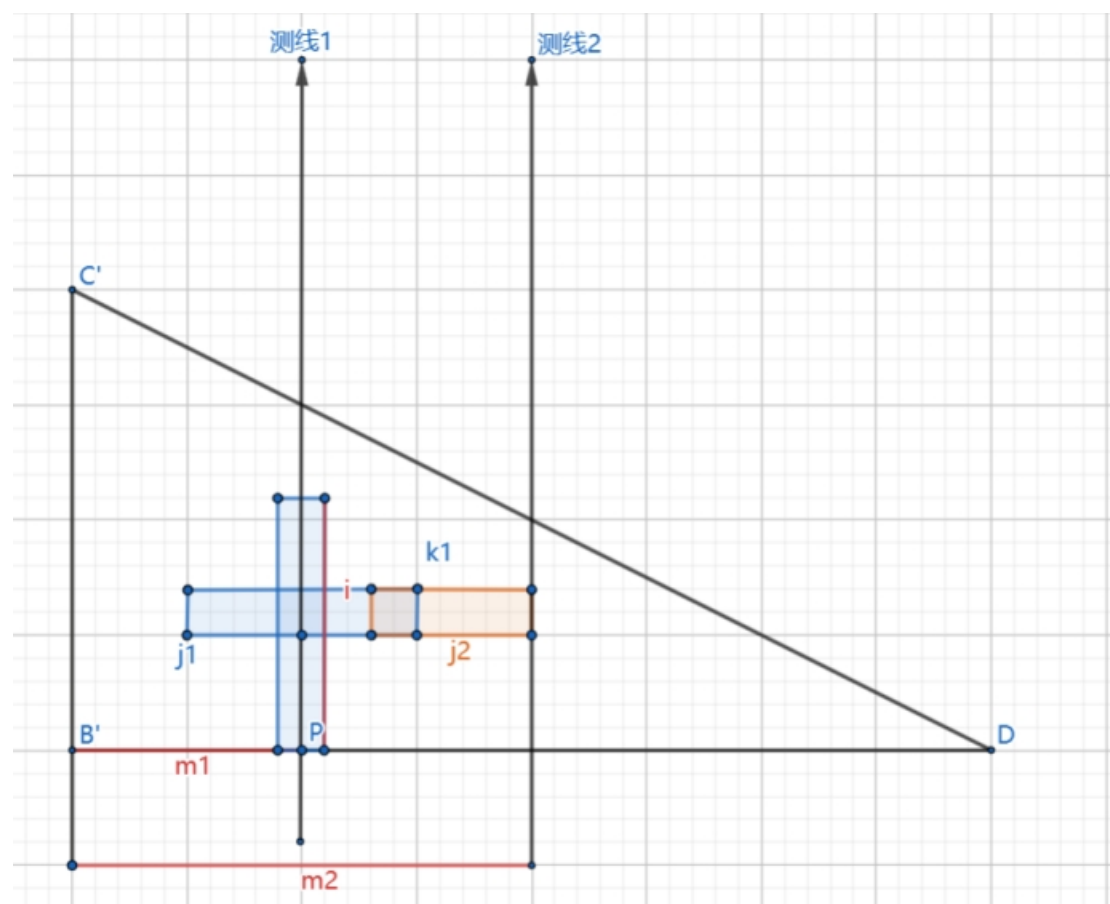
设多波束换能器的开角 $\theta = 120^\circ$ ，考虑测线平行于等深线 B'C' 方向建立数学模型。与问题三类似，先根据几何关系建立最深处临界距离和最浅处临界距离的方程，并求解获得两个临界距离，然后选一侧作为第一条测线，以设定好的重叠率往另一侧进行迭代，直达到达另一侧的临界距离时，停止迭代，记录迭代的次数与位置，得到一组测线。

由 MATLAB 程序求解结果，不同的重叠率会对应不同的测线布局，此处取 60 条南北走向的测线距西面边界距离的数组 $X_1 = \{$

9130.44259959385, 8876.16759877227, 8626.64199915339, 8381.77709043652
8141.48581927034, 7905.68275830411, 7674.28407581682, 7447.20750591379
7224.37231927973, 7005.69929447827, 6791.11068978747, 6580.53021556137
6373.88300710786, 6171.09559807307, 5972.09589432292, 5776.81314831251
5585.17793393429, 5397.12212183592, 5212.57885519923, 5031.48252597159
4853.76875154115, 4679.37435184787, 4508.23732692196, 4340.29683484192

4175.49317010429, 4013.76774239738, 3855.06305577150, 3699.32268819822
 3546.49127151147, 3396.51447172327, 3249.33896970712, 3104.91244224226
 2963.18354341186, 2824.10188634879, 2687.61802532228, 2553.68343815917
 2422.25050899350, 2293.27251133835, 2166.70359147382, 2042.49875214526
 1920.61383656613, 1801.00551271946, 1683.63125795271, 1568.44934386025
 1455.41882144826, 1344.49950657674, 1235.65196567337, 1128.83750171429
 1024.01814046666, 921.156616988242, 820.216362379133, 721.161490780909
 623.956786618660, 528.567692081288, 434.960294835655, 343.101315970217
 252.958098163843, 164.498594075617, 77.691354951505, -7.49448055617758}

分析附件所给的真实数据,可以发现相邻数据之间的最小间隔为 0.02 海里,故可将此海面近似抽象为一张由无数个边长为 0.02 海里的正方形小格子组成的网络。借此,为了在真实海域中计算测线长度、侧漏百分比等指标,作如下定义:



如图, 设图中每一个小格子的边长为 0.02 海里

则 m_1 代表测线 1 距离 $B'C'$ 边有 m_1 格, m_2 代表测线 2 距离 $B'C'$ 边 m_2 格

i 代表 P 点沿测线 1 方向移动了 i 格, j_1 、 k_1 分别代表从测线 1 上某一格向左、向右出发最远能测到的格数, j_2 代表从测线 2 某一个向左出发能测到的最远的格数。

在上述定义基础上, 可以得到覆盖率新的定义式:

$$\eta = 1 - \frac{d}{W_{i-1,2} + W_{i,1}} = 1 - \frac{m_2 - m_1}{k_1 + j_z} \quad (8.2)$$

j 和 k 由多波束测深仪换能器开角和海底实际情况决定

j (k) 从 1 开始遍历，当左（右）移 j (k) 格后，测线下降的深度大于该格海底真实深度时停止遍历，得到 j (k) 的值。

表 8.1 a 面测线总距离、漏测海区占比、重叠率超过 20% 部分的总长度随 η 变化表

η	测线总距离/m	漏测海区百分比 /%	重叠率超过 20% 部分的总长度 /m
-0.2	156354.868	8.2360	148.1600
-0.1	169709.1375	5.8920	444.4800
0	185711.9511	3.4480	1592.700
0.1	205255.8632	1.6200	9741.5
0.2	229741.3858	0.5320	54264e

8.2.2 b 面模型的建立与求解

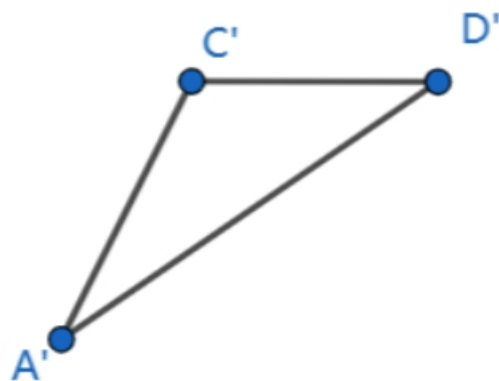
考虑到 b 面分割后依然是一个曲面，由三点可以确定一个面，为进一步简化 b 面，取上图中的三个边缘点

A (0, 0, -24.4), D (0, 5, -197.2), C (4, 5, -65.2),

更进一步地，将 A 和 C 的纵坐标取平均值

从而得到新的平面

A' (0, 0, -44.80), D (0, 5, -197.2), C' (4, 5, -44.80)



简化过程与 a 面相同。

由于此时测线方向与坡面法向量的水平投影方向不垂直，无法通过固定的重叠率来进行测线间隔的迭代求解，故在此问中采用等距离测线间隔进行求解。

经试验得出了一组测线距东面边界距离的值为

$$X_i = 222.24i \quad (8.3)$$

的南北向测线。

表 8.2 b 面测线总距离、漏测海区占比、重叠率超过 20% 部分的总长度随 η 变化表

d/海里	测线总距离/m	漏测海区百分比/%	重叠率超过 20% 部分的总长度/m
0.12	146678.4	0.5400	32743
0.15	112856.25	2.7040	9727
0.2	87970	7.5440	1037.1
0.22	77922.9	6.8880	37.0400

8.2.3 模型总体结果

综合考虑后得到区域 a 选择 η 为 0，区域 b 选择 d 为 0.15，测线如上述设计

表 8.3 模型整体测线总距离、漏测海区占比、重叠率超过 20% 部分的总长度表

测线总距离 /m	漏测海区百分比 /%	重叠率超过 20% 部分的 总长度/m
29856.8	3.076%	5659.9

8.3 结果分析

模型经过网格分割一分为二，之后进行了进一步简化，网格过大造成漏测和重叠现象比较严重，但是仍然接近可接受范围，可以预料，基于海底情况进行更加细致的网格分割可以进一步减小测线总距离、漏测海区占比和重叠率。

九、模型评价与改进

9.1、多波束测深的覆盖宽度、测线与前一条测线的重叠率的模型评价

在简单情境下建立了 η_i ， W_i 关于 α 、 θ 、 D_0 的计算式，创新地将覆盖宽度定义为深处右侧覆盖宽度和下一条测线左侧覆盖宽度的和，并投影在水平面上计算重叠率。

9.2、模型二的评价与改进

建立了侧线宽度 W_i 关于测线方位夹角 β 、测线位置深度 D_i 、坡度 α 、多波束换能器开角 θ ，海域中心深度 D_0 ，测量点在 x 轴上与距海域中心距离 x_i 的模型

9.3、模型三评价与改进

优点：建立了可以求解的数学模型，对于 ψ 取值范围进行了讨论，运用了遍历和迭代的方法

缺点：只考虑了贯穿待测海域一组平行的测线，对 ψ 的角度有较严格限制

改进：将待测海域进行分割，降低重叠率随深度降低的提高，讨论测线间其他的位置关系。

9.4、模型四的评价与改进

优点：得出了可行的测线方案，使得重复和漏测处于较低水平，运算相对简单，运用了遍历和迭代的方法

缺点：沿对角线进行切割有一定主观成分，对离散的海底数据进行了抽象，有一定失真

改进：根据数据特征对海底进行更加细致的切割，减少失真。

十、参考文献

[1] 鄢泓哲.多波束测深系统关键技术研究[D].浙江海洋大学,2019.

[2] 赵建虎,刘经南,张红梅.船姿分析及其对多波束测量的影响[J].武汉大学学报(信息科学版),2001(02):144-149.

[3] 黄永军,王闰成.多波束外业实施研究与探讨[J].气象水文海洋仪器,2006(03):43-49.DOI:10.19441/j.cnki.issn1006-009x.2006.03.010.

十一、附录

A MATLAB 代码

A.1、问题一求解代码

```
clc,clear
%符号定义: s、d、D0、D、x、W1、W2、Wi1、Wi2、 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\theta$ 、 $\eta$ 、 $\gamma$ 
%W1 为沿测线方向左侧覆盖范围, W2 为沿测线方向右侧覆盖范围
%Wi1 为第 i 条测线沿测线方向左侧覆盖范围, Wi2 为第 i 条测线沿测线方向右侧覆盖范围
%海水深度:  $D=D0-s*\tan\alpha$  s 为正减小, 为负增大

alpha=deg2rad(1.5);%转换成弧度值
d=200;
s=[-800,-600,-400,-200,0,200,400,600,800];
D=70-s.*tan(alpha);
disp('海水深度: ')
disp(D')
%覆盖宽度:  $W=W1+W2=D*\cos\alpha*(\sin(\theta/2)/\cos(\theta/2+\alpha)+\sin(\theta/2)/\cos(\theta/2-\alpha))$ 
theta = deg2rad(120);%转换成弧度值
W1 = D.*cos(alpha)*sin(theta/2)/cos(theta/2+alpha);
W2 = D.*cos(alpha)*sin(theta/2)/cos(theta/2-alpha);
W = W1 + W2;
disp('覆盖宽度: ')
disp(W')
%相邻线条重叠率:  $\eta=1-d/Wi2+W(i+1)$ 
len=length(W);%len 为测线条数
eta=zeros(1,len-1);
for i = 1:len-1
    eta(i)=1-d/(W2(i)+W1(i+1));
end
disp('相邻线条重叠率: ')
disp(eta')
```

A. 2、问题二求解代码

```
clc,clear
%问题二
% $\gamma$  是不同测线方向的真实坡度
 $\gamma = \arctan(\sin\beta \cdot \tan\alpha)$ 
 $D = D_0 + x \cdot \cos\beta \cdot \tan\alpha$ 
%x 是船行驶的距离
alpha=1.5*pi/180;%转换成弧度值
theta = 120*pi/180;%转换成弧度值
beta=0:45:315;
beta=deg2rad(beta);
x=0:0.3:2.1;
x=x.*1852;%转换成米
len1=length(beta);%行数
len2=length(x);%列数
D0=120;%海域中心点处水深
W=zeros(len1,len2);
for i=1:len1    %先写第一行
    gamma=atan(sin(beta(i))*tan(alpha));
    D=D0+x.*cos(beta(i))*tan(alpha);
    W1 = D.*cos(gamma)*sin(theta/2)/cos(theta/2-gamma);
    W2 = D.*cos(gamma)*sin(theta/2)/cos(theta/2+gamma);
    W(i,:) = W1 + W2;
end
disp('覆盖宽度: ')
disp(W)
```

A.3、与等深线平行的测线布局模型代码

```
%%
%水深
clc,clear
alpha=deg2rad(1.5);%转换成弧度值
D_mid=110;
x=-2:0.1:2;
x=1852.*x;
D=D_mid+x*tan(alpha);
disp(D')
%%
clc,clear
D0=13.0073;
alpha=deg2rad(1.5);%转换成弧度值
theta = deg2rad(120);%转换成弧度值
%求解最浅处临界距离
syms x1
f = (D0+x1*tan(alpha))*cos(alpha)*(sin(theta/2)/cos(theta/2-alpha)) - x1;
solution = solve(f, x1);
x1 = double(solution);
%求解最深处临界距离
syms x3
f = (D0+x3*tan(alpha))*cos(alpha)*(sin(theta/2)/cos(theta/2+alpha)) + x3 - 7408;
solution = solve(f, x3);
x3 = double(solution);

%从最浅处临界值开始迭代航线
x_far=x1;
x=[];
x=[x,x_far];

while x_far <= x3 %没有迭代到西海岸之前
    syms x2
    f = 0.85*((D0+x2*tan(alpha))*cos(alpha)*sin(theta/2)/cos(theta/2-alpha)+(D0+x_far*tan(alpha))*cos(alpha)*sin(theta/2)/cos(theta/2+alpha))-x2+x_far;
    solution = solve(f, x2);
    % 将符号解转换为数值解
    x_far = double(solution);
    x=[x,x_far];
end
```

```

disp(x')
disp(['一共有',num2str(length(x)), '条测线'])
disp(['近处迭代，测量长度为：',num2str(length(x)*2*1852), '米'])
%%
clc,clear
D0=13.0073;
alpha=deg2rad(1.5);%转换成弧度值
theta = deg2rad(120);%转换成弧度值
%求解最浅处临界距离
syms x1
f = (D0+x1*tan(alpha))*cos(alpha)*(sin(theta/2)/cos(theta/2-alpha)) - x1;
solution = solve(f, x1);
x1 = double(solution);
%求解最深处临界距离
syms x3
f = (D0+x3*tan(alpha))*cos(alpha)*(sin(theta/2)/cos(theta/2+alpha)) + x3 -
7408;
solution = solve(f, x3);
x3 = double(solution);

%从最浅处临界值开始迭代航线
x_near=x3;
x=[];
x=[x,x_near];

while x_near >= x1 %没有迭代到西海岸之前
    syms x2
    f =
0.9*((D0+x2*tan(alpha))*cos(alpha)*sin(theta/2)/cos(theta/2+alpha)+(D0+x_ne
ar*tan(alpha))*cos(alpha)*sin(theta/2)/cos(theta/2-alpha))+x2-x_near;
    solution = solve(f, x2);
    % 将符号解转换为数值解
    x_near = double(solution);
    x=[x,x_near];
end
disp(x')
disp(['一共有',num2str(length(x)), '条测线'])
disp(['远处迭代，测量长度为：',num2str(length(x)*2*1852), '米'])

```

A.4、问题 3 测线与等深线夹角为 ψ 的测线布局模型中求角 ψ 取值范围的代码

```
clc,clear;
D00=13.0073;
alpha=deg2rad(1.5);%转换成弧度值
theta = deg2rad(120);%转换成弧度
beta=deg2rad(89.0176);
% d=2*1852*cos(beta);
% [W11,W12]=fun(beta, D00,d*tan(alpha));
% disp(W11)
% disp(d)
d_max=0;
eta1=0;
W11_record=0;
for d_try=1:0.1:2000
    D0=D00+(d_try/sin(beta)-d_try*sin(beta))*tan(alpha);
    delta_d=d_try*sin(beta);
    D=D0+delta_d*tan(alpha);
    x=[0:100:(2*1852/sin(beta)-d_try/tan(beta))];%确定 d,遍历 x
    [W11,W12]=fun(beta, D0,x);
    [W21,W22]=fun(beta, D,x);
    eta=repeat(d_try,W12,W21);
    if min(eta) >= 0.1 && max(eta) <= 0.2
        d_max=d_try;
        eta1=eta;
        W11_record=W11;
    end
end

% for d_try2=1:0.1:2000
%     D=D00-(d_try2*sin(beta))*tan(alpha);
%     x=[0:100:(2*1852/sin(beta)-d_try2/tan(beta))];%确定 d,遍历 x
%     [W11,W12]=fun(beta, D00,x);
%     [W21,W22]=fun(beta, D,x);
%     eta=repeat(d_try2,W12,W21);
%     if min(eta) >= 0.1 && max(eta) <= 0.2
%         d_max=d_try2;
%         eta1=eta;
%         W11_record=W11;
%     end
% end
disp(d_max)
disp(eta1)
```

```

%%
function [W1,W2] = fun(beta, D0,x)
    alpha=deg2rad(1.5);%转换成弧度值
    theta = deg2rad(120);%转换成弧度值
    gamma=atan(sin(beta)*tan(alpha));
    D=D0+x.*cos(beta)*tan(alpha);
    W1 = D.*cos(gamma)*sin(theta/2)/cos(theta/2-gamma);
    W2 = D.*cos(gamma)*sin(theta/2)/cos(theta/2+gamma);
end
function eta = repeat(d,W12,W21)
    eta = 1 - d./(W12+W21);
end

```


A.5、问题 3 测线与等深线夹角 ψ 的测线布局模型中求测线位置和总长的代码

```
clc,clear;
D00=13.0073;
result=[];
result=[result,D00];
alpha=deg2rad(1.5);%转换成弧度值
theta = deg2rad(120);%转换成弧度
beta=deg2rad(89.67);
%先算东南角是否合理
% d=2*1852/cos(beta);
% syms x1
% gamma=atan(sin(beta)*tan(alpha));
% D=D00+x1.*cos(beta)*tan(alpha);
% W1 = D.*cos(gamma)*sin(theta/2)/cos(theta/2-gamma);
% f = W1 - x1/tan(beta);
% solution = solve(f, x1);
% x1 = double(solution);
% m=2*1852-x1/sin(beta);
% d=m*cos(beta);
% D=D00+(d*sin(beta))*tan(alpha);
% x=[0:100:(2*1852-2386)/sin(beta)];%确定 d,遍历 x
% [W11,W12]=fun(beta, D00,x);
% [W21,W22]=fun(beta, D,x);
% eta=repeat(d,W12,W21);
% disp(eta)
%%
%算西北角临界深度
D0=197.61;
n=(207-D0)/tan(alpha);
x=n*sin(beta);
[W11,W12]=fun(beta, D0,x);
disp(['W12 是',num2str(W12)])
disp(['距离西北角',num2str(n*sin(beta))])
%%

while D00<197.61
    for d_try=1:0.1:2000
        D0=D00+(d_try/sin(beta)-d_try*sin(beta))*tan(alpha);
        delta_d=d_try*sin(beta);
        D=D0+delta_d*tan(alpha);
        x=[0:100:(2*1852/sin(beta)-d_try/tan(beta))];%确定 d,遍历 x
        [W11,W12]=fun(beta, D0,x);
        [W21,W22]=fun(beta, D,x);
```

```

        eta=repeat(d_try,W12,W21);
        if min(eta) >= 0.1 && max(eta) <= 0.2
            d_max=d_try;
            eta1=eta;
            W11_record=W11;
        end
    end
    D00 = d_max*sin(beta)*tan(alpha)+D00
    result=[result,D00];
end
disp(length(result))
% for d_try=1:0.1:2000
%     D0=D00+(d_try/sin(beta)-d_try*sin(beta))*tan(alpha);
%     delta_d=d_try*sin(beta);
%     D=D0+delta_d*tan(alpha);
%     x=[0:100:(2*1852/sin(beta)-d_try/tan(beta))];%确定 d,遍历 x
%     [W11,W12]=fun(beta, D0,x);
%     [W21,W22]=fun(beta, D,x);
%     eta=repeat(d_try,W12,W21);
%     if min(eta) >= 0.1 && max(eta) <= 0.2
%         d_max=d_try;
%         eta1=eta;
%         W11_record=W11;
%     end
% end
% disp(d_max)
% disp(d_max*sin(beta)*tan(alpha)+D00)
% disp(eta1)
%
% for d_try2=1:0.1:2000
%     D=D00-(d_try2*sin(beta))*tan(alpha);
%     x=[0:100:(2*1852/sin(beta)-d_try2/tan(beta))];%确定 d,遍历 x
%     [W11,W12]=fun(beta, D00,x);
%     [W21,W22]=fun(beta, D,x);
%     eta=repeat(d_try2,W12,W21);
%     if min(eta) >= 0.1 && max(eta) <= 0.2
%         d_max=d_try2;
%         eta1=eta;
%         W11_record=W11;
%     end
% end
% disp(d_max)
% disp(eta1)
%%

```

```

%求解西北角
D0=197.61;
alpha=deg2rad(1.5);%转换成弧度值
theta = deg2rad(120);%转换成弧度
beta=deg2rad(89.02);
n=(207-D0)/tan(alpha);
x=n*sin(beta);
[W11,W12]=fun(beta, D0,x);
disp(['W12 是',num2str(W12)])
disp(['距离西北角',num2str(n*sin(beta))])
%%
%符合要求

%该角度下东南角求解
alpha=deg2rad(1.5);%转换成弧度值
theta = deg2rad(120);%转换成弧度
beta=deg2rad(89.02);
syms x1
gamma=atan(sin(beta)*tan(alpha));
D=D0+x1.*cos(beta)*tan(alpha);
W1 = D.*cos(gamma)*sin(theta/2)/cos(theta/2-gamma);
f = W1 - x1/tan(beta);
solution = solve(f, x1);
x1 = double(solution);
m=2*1852-x1/sin(beta);
d=m*cos(beta);
%d=40.8215;
D00=13.0074;
D=D00+(d*sin(beta))*tan(alpha);
x=[0:100:((2*1852-2386)/sin(beta))];%确定 d,遍历 x
[W11,W12]=fun(beta, D00,x);
[W21,W22]=fun(beta, D,x);
eta=repeat(d,W12,W21);
disp(eta)

%%
function [W1,W2] = fun(beta, D0,x)
    alpha=deg2rad(1.5);%转换成弧度值
    theta = deg2rad(120);%转换成弧度值
    gamma=atan(sin(beta)*tan(alpha));
    D=D0+x.*cos(beta)*tan(alpha);
    W1 = D.*cos(gamma)*sin(theta/2)/cos(theta/2-gamma);
    W2 = D.*cos(gamma)*sin(theta/2)/cos(theta/2+gamma);

```

```

end
function eta = repeat(d,W12,W21)
    eta = 1 - d./(W12+W21);
end

```

A.6、问题 4 基于单波束测深形成的海底数据绘制等高线图和曲面图

```

clc,clear;
[num]=xlsread('附件.xlsx' , 'C3:GU253'); %读取表格文件
x = 0:0.02:4;
y = 0:0.02:5;
num=-num;
contour3(x,y,num,levelstep =0.75)%绘制等高线图
colormap('hsv');
surf(x, y, num);%绘制曲面图

```

A.7、问题 4 a 面上测线模型

```
clc,clear;
[num]=xlsread('附件.xlsx' , 'C3:GU253');
x_data = 0:0.02:4;
y_data = 0:0.02:5;
%colormap('hsv');
num=-num;
figure
contour3(x_data,y_data,num,levelstep =0.75)
%surf(x_data, y_data, num);

% 设置颜色映射，例如使用 'jet' 颜色映射
%由公式推导出新的

% %找(0,5)到(4,0)数据
% array1=[];% (4,0)方向
% for i=1:1:251 %第几行
%     j=round(i*4/5);
%     array1=[array1,num(252-i,j)];
% end
% len=length(array1);
% x=1:1:len;
% figure
% plot(x,array1+120)
%%
%分割第一块
% 给出三个点的坐标
X1 = 0;
Y1 = 0;
Z1 = -74.8;

X2 = 8*1852;
Y2 = 0;
Z2 = -74.8;

X3 = 0;
Y3 = 10*1852;
Z3 = -24.4;

tan_alpha = (Z3-Z1)/(5*1852);
alpha=atan(tan_alpha);
disp(['板块一的坡度: ',num2str(alpha*180/pi)])
%%
```

```

D0=24.4;
theta = deg2rad(120);%转换成弧度值
%求解最浅处临界距离
syms x1
f = (D0+x1*tan(alpha))*cos(alpha)*(sin(theta/2)/cos(theta/2-alpha)) - x1;
solution = solve(f, x1);
x1 = double(solution);
%求解最深处临界距离
syms x3
f = (D0+x3*tan(alpha))*cos(alpha)*(sin(theta/2)/cos(theta/2+alpha)) + x3 -
5*1852;
solution = solve(f, x3);
x3 = double(solution);

%从最浅处临界值开始迭代航线
x_near=x3;
x=[];
x=[x,x_near];
len=[];
len=[len,4*1852*4/5];
while x_near >= x1 %没有迭代到西海岸之前
    syms x2
    f =
0.8*((D0+x2*tan(alpha))*cos(alpha)*sin(theta/2)/cos(theta/2+alpha)+(D0+x_ne
ar*tan(alpha))*cos(alpha)*sin(theta/2)/cos(theta/2-alpha))+x2-x_near;
    solution = solve(f, x2);
    % 将符号解转换为数值解
    len=[len,x_near*4/5];
    x_near = double(solution);
    x=[x,x_near];
end
disp(x')
disp(['一共有',num2str(length(x)), '条测线'])
disp(['远处迭代, 测量长度为: ',num2str(sum(len)), '米'])
%%
%计算重叠率大于 20 面积和漏测面积
%先算第一条
%找起始点格数
% t=10;
% m=fix((5*1852-x(t))/(0.02*1852))+1;
% 计算这一条航线上, 往左往右分别可以扫几格
% if t==1
%     n=200;
% else

```

```

%      n=4/5*x(t-1)/(0.02*1852);%可以前进几格
% end
%
% mleft=[];
% mright=[];
% for i=1:1:n
%     for j=1:1:100
%         D=j*0.02*1852/tan(theta/2);%随着 j 变大，水深变大
%         if j <=m && D >= -num((251-m+j),i) %碰到障碍物
%             mleft=[mleft,j];
%             break;
%         elseif j==m %到头了
%             mleft=[mleft,j];
%             break;
%         else
%             continue
%         end
%     end
%     for k=1:1:100
%         D=k*0.02*1852/tan(theta/2);%随着 j 变大，水深变大
%         if D >= -num((252-m-k),i) %碰到障碍物
%             mright=[mright,j];
%             break;
%         else
%             continue
%         end
%     end
% end
%for t=1:1:length(x)
num_repeat=0;
repeat=[];
no=[];
num_no=0;
for t=1:1:length(x)-2
    [m_left1,m_right1,m1,n1] = fun(t,x,theta,num);
    [m_left2,m_right2,m2,n2] = fun(t+1,x,theta,num);
    %重叠超过 20%的数量
    for s=1:1:n2
        if (m2-m1)<0.8*(m_right1(s)+m_left2(s))
            num_repeat=num_repeat+1;
        end
        if (m2-m1-1)>(m_right1(s)+m_left2(s))
            num_no=num_no+1;
        end
    end
end

```

```

end
repeat=[repeat,num_repeat];
no=[no,num_no];
end

function [mleft,mright,m,n] = fun(t,x,theta,num)
m=fix((5*1852-x(t))/(0.02*1852))+1;
%计算这一条航线上，往左往右分别可以扫几格
if t==1
    n=200;
else
    n=4/5*x(t-1)/(0.02*1852);%可以前进几格
end

mleft=[];
mright=[];
for i=1:1:n
    for j=1:1:100
        D=j*0.02*1852/tan(theta/2);%随着 j 变大，水深变大
        if j <=m && D >= -num((251-m+j),i) %碰到障碍物
            mleft=[mleft,j-1];
            break;
        elseif j==m %到头了
            mleft=[mleft,j-1];
            break;
        else
            continue
        end
    end
    for k=1:1:100
        D=k*0.02*1852/tan(theta/2);%随着 j 变大，水深变大
        if D >= -num((252-m-k),i) %碰到障碍物
            mright=[mright,j];
            break;
        else
            continue
        end
    end
end
end
end
end

```


A.8、问题 4 b 面上测线模型

```
clc,clear;
[num]=xlsread('附件.xlsx' , 'C3:GU253');
x_data = 0:0.02:4;
y_data = 0:0.02:5;
%colormap('hsv');
num=-num;
figure
contour3(x_data,y_data,num,levelstep =0.75)
%surf(x_data, y_data, num);

% 设置颜色映射，例如使用 'jet' 颜色映射
%由公式推导出新的

%%
%分割第一块
% 给出三个点的坐标
% 输入三个点的坐标
A = [0,0, -44.8];
B = [4*1852, 0, -197.2];
C = [4*1852, 5*1852, -44.8];

tan_alpha = (197.2-44.8)/(20*1852/sqrt(41));
alpha=atan(tan_alpha);
theta = deg2rad(120);%转换成弧度值
beta=pi/2+atan(4/5);%行驶方向与坡度法向水平投影的夹角
disp(['板块二的坡度: ',num2str(alpha*180/pi)])
%%
num_repeat=0;
repeat=[];
no=[];
num_no=0;
d0=0.12;
x=d0:d0:4-d0;
x=x*1852;
len=sum(x)*5/4;
disp(['一共有',num2str(length(x)), '条测线'])
disp(['总距离',num2str(len)])
%%
for t=1:1:length(x)-2
    [m_left1,m_right1,m1,n1] = fun(t,x,theta,num);
    [m_left2,m_right2,m2,n2] = fun(t+1,x,theta,num);
    %重叠超过 20%的数量
```

```

for s=1:1:n2
    if (m2-m1)<0.8*(m_right1(s)+m_left2(s))
        num_repeat=num_repeat+1;
    end
    if (m2-m1-1)>(m_right1(s)+m_left2(s))
        num_no=num_no+1;
    end
end
repeat=[repeat,num_repeat];
no=[no,num_no];
end

function [mleft,mright,m,n] = fun(t,x,theta,num)
m=fix(x(t)/(0.02*1852))+1;
%计算这一条航线上，往左往右分别可以扫几格
if t==1
    n=250;
else
    n=(4*1852-x(t))*5/4/0.02/1852;%可以前进几格
end

mleft=[];
mright=[];
for i=1:1:n
    for j=1:1:100
        D=j*0.02*1852/tan(theta/2);%随着 j 变大，水深变大
        if j <=m && D >= -num((252-i),(201-m+j)) %碰到障碍物
            mright=[mright,j-1];
            break;
        elseif j==m %到头了
            mright=[mright,j-1];
            break;
        else
            continue
        end
    end
end
for k=1:1:100
    D=k*0.02*1852/tan(theta/2);%随着 j 变大，水深变大
    if D >= -num((252-i),(202-m-k)) %碰到障碍物
        mleft=[mleft,k];
        break;
    else
        continue
    end
end

```

```

        end
    end
end
% function [W1,W2] = fun1(beta, D0,x)
%     alpha=deg2rad(1.5);%转换成弧度值
%     theta = deg2rad(120);%转换成弧度值
%     gamma=atan(sin(beta)*tan(alpha));
%     D=D0+x.*cos(beta)*tan(alpha);
%     W1 = D.*cos(gamma)*sin(theta/2)/cos(theta/2-gamma);
%     W2 = D.*cos(gamma)*sin(theta/2)/cos(theta/2+gamma);
% end
% function eta = repeat1(d,W12,W21)
%     eta = 1 - d./(W12+W21);
% end

```