

MACHINE LEARNING 71/10 학습

신경망 학습

PREVIEW

■ 신경망

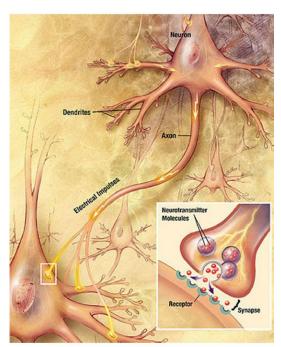
- 기계 학습 역사에서 가장 오래된 기계 학습 모델이며, 현재 가장 다양한 형태를 가짐
- 1950년대 퍼셉트론 → 1980년대 다층 퍼셉트론
- 신경망은 딥러닝의 기초가 됨

발상과 전개

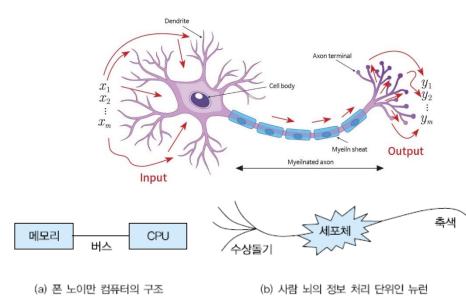
- 두 줄기 연구의 시너지
 - 컴퓨터 과학
 - 계산 능력의 획기적 발전으로 지능 처리에 대한 욕구
 - 의학
 - 두뇌의 정보처리 방식 연구 > 얼마간의 성과 (뉴런의 동작 이해 등)
- 뇌의 정보처리 모방하여 인간에 필적하는 지능 컴퓨터에 도전
 - 인공 신경망 (ANN; Artificial Neural Network)이 대표적
 - 인공 신경망은 생물학적인 신경망에서 영감을 받아서 만들어진 컴퓨팅 구조

컴퓨터와 두뇌의 비교

- 폰 노이만 컴퓨터
 - 순차 명령어 처리기
- 사람의 뉴런
 - 두뇌의 가장 작은 정보처리 단위
 - 세포체는cell body 간단한 연산, 수상돌기는dendrite 신호 수신, 축삭은axon 처리 결과를 전송
 - 사람은 10¹¹개 정도의 뉴런을 가지며, 뉴런은 1000개 가량 다른 뉴런과 연결되어 있어 10¹⁴개 정도의 연결



사람의 뉴런의 구조와 동작



전통적인 컴퓨터 vs 인공신경망

	기존의 컴퓨터	인간의 두뇌	
처리소자의 개수	10 ⁸ 개의 트랜지스터	10 ¹⁰ 개의 뉴런	
처리소자의 속도	10 ¹² Hz	10 ² Hz	
학습기능	없음	있음	
계산 스타일	중앙 집중식, 순차적인 처리	분산 병렬 처리	

신경망의 간단한 역사

■ 간략한 역사

- 1943, McCulloch과 Pitts 최초 신경망 제안
- 1949, Hebb의 학습 알고리즘
- 1958, Rosenblatt 퍼셉트론
- Widrow와 Hoff, Adaline과 Madaline
- 1960대, 신경망의 과대 포장
- 1969, Minsky와 Papert, Perceptrons라는 저서에서 퍼셉트론 한계 지적
 - 퍼셉트론은 선형 분류기에 불과하고 XOR도 해결 못함
 - 이후 신경망 연구 퇴조
- 1986, Rumelhart, Hinton, 그리고 Williams, 다층 퍼셉트론과 오류 역전파 학습 알고리즘
 - 필기 숫자 인식같은 복잡하고 실용적인 문제에 높은 성능
 - 신경망 연구 다시 활기 찾음
 - 현재 가장 널리 활용되는 문제 해결 도구
- 신경망 연구 부활
- 1990년대 SVM에 밀리는 형국
- 2000년대 딥러닝이 실현되어 신경망이 기계 학습의 주류 기술로 자리매김

수학적 모델로서의 신경망

■ 신경망 특성

- 학습 가능 : 데이터만 주어지면 신경망은 예제로부터 배울 수 있음
- 뛰어난 일반화 능력 : 몇 개의 소자가 오동작하더라도 전체적으로는 큰 문제가 없음
- 병렬 처리 가능
- 현실적 문제에서 우수한 성능
- 다양한 문제 해결 도구 (분류, 예측, 함수 근사화, 합성, 평가, ...)

■ 절반의 성공

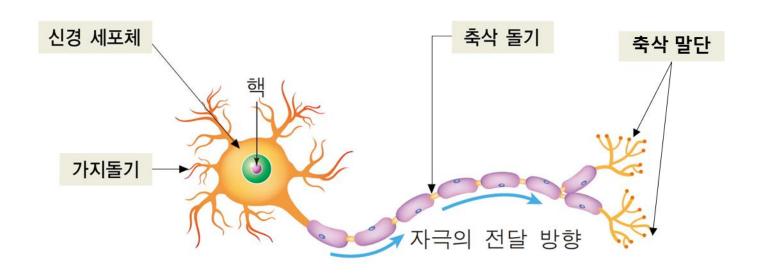
- 인간 지능에 필적하는 컴퓨터 만들지 못함
- 제한된 환경에서 실용적인 시스템 만드는데 크게 기여 (실용적인 수학적 모델로서 자리매김)

퍼셉트론

- 새로운 개념들 등장
 - 층
 - 노드와 가중치
 - 학습
 - 활성 함수
- 비록 분명한 한계를 가지지만 MLP의 초석이 됨

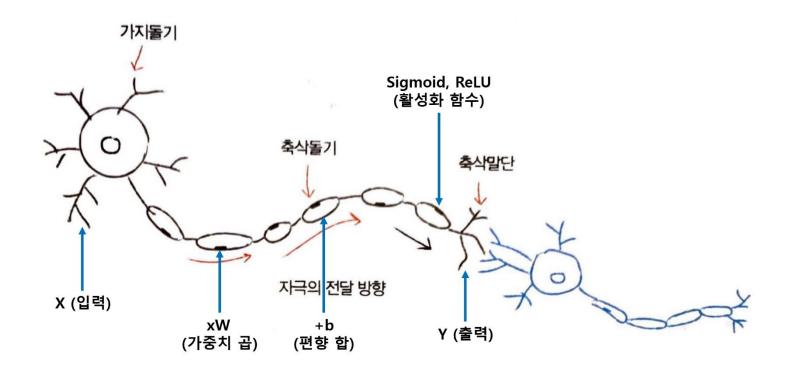
뉴런의 구성과 동작원리

- 뉴런의 기본 동작
 - 신호를 받아들이고, 이 신호가 축삭 돌기를 지나 축삭 말단으로 전달
 - 축삭 돌기를 지나는 동안 신호가 약해지거나, 너무 약해서 축삭 말단까지 전달되지 않거나 혹은 강하게 전달되기도 함
 - 축삭 말단까지 전달된 신호는 연결된 다음 뉴런의 가지 돌기로 전달



실제 뉴런과 인공 뉴런

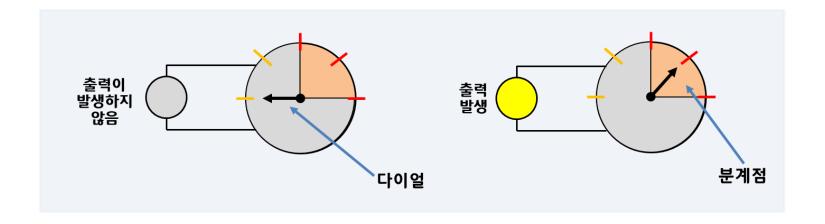
- 인공 뉴런의 기본
 - 입력신호, 즉 입력값 X에 가중치(W)를 곱하고 편향(b)을 더한 뒤 활성화 함수(Sigmoid(시 그모이드), ReLU(렐루) 등)를 거쳐 결과값 y를 만들어 냄
 - 원하는 y값을 만들어내기 위해 W와 b의 값을 변경해가면서 적절한 값을 찾아냄(이러한 최적화 과정을 학습 또는 훈련)
 - Y= Sigmoid(x * W + b)



뉴런의 동작원리

■ 뉴런의 출력

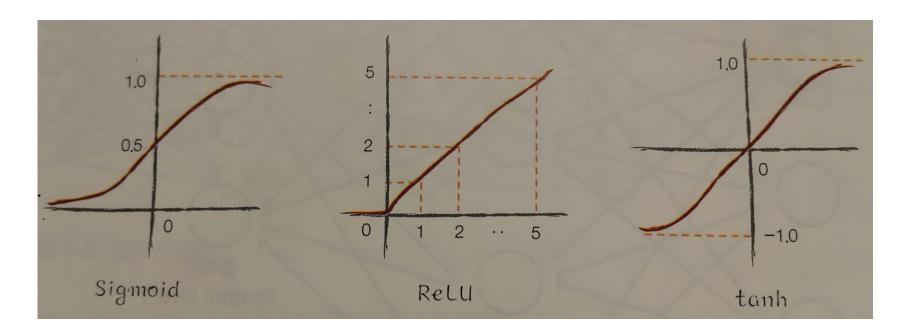
- 입력 값이 어떤 분계점(threshold)에 도달해야 출력 발생
- Ex) 컵에 물을 채울 때 컵을 가득 채워야만 물이 넘친다.



■ 입력 신호를 받아 특정 분계점을 넘어서는 경우에 출력 신호를 생성해주는 함수 를 <u>활성화 함수</u>라고 함

활성화 함수

- 활성화 함수
 - 인공신경망을 통과해온 값을 최종적으로 어떤 값으로 만들지를 결정
 - 이 함수가 인공 뉴런의 핵심 중에서도 가장 중요한 요소
 - 활성화 함수
 - Sigmoid(시그모이드), ReLU(렐루), tanh(쌍곡탄젠트)



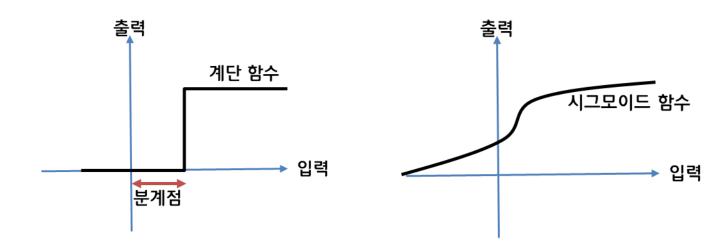
활성화 함수 예

■ 계단 함수(step function)

- 입력 값이 작은 경우 출력 값은 0
- 입력 값이 분계점 이상이면 출력 값은 임의의 값이 출력

■ 시그모이드 함수

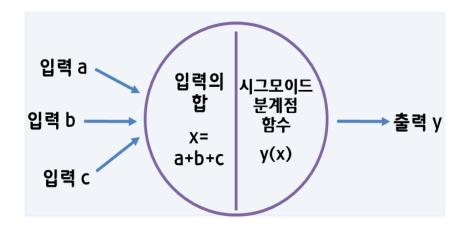
- 로지스틱 함수(logistic function)
- $y = \frac{1}{1 + e^{-x}}$
- 예를 들어 x=0 일때 e^{-x} = 1 이므로 y= 1/(1+1) = $\frac{1}{2}$

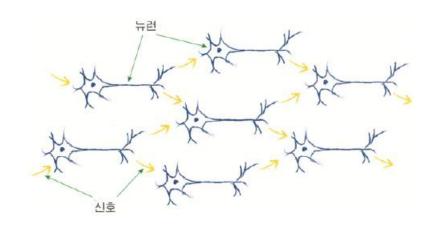


뉴런의 동작 과정

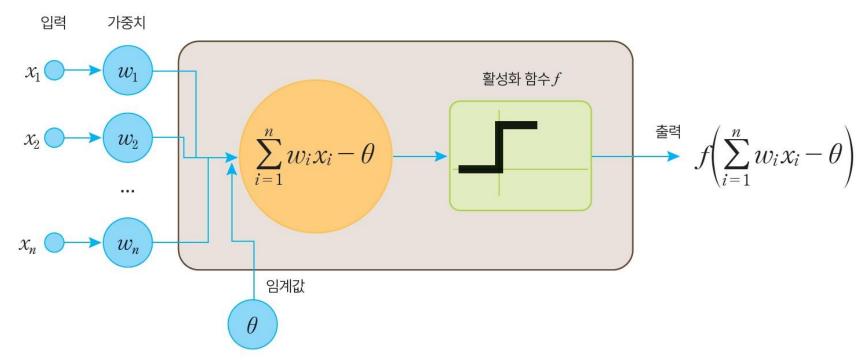
■ 여러 개의 입력이 있을 경우

- 입력 a,b,c의 합 x > 분계점 → 시그모이드 함수에서 출력X
- 입력 a,b,c의 합 x < 분계점 → 시그모이드 함수에서 출력O
- 3개의 입력 값 중 1개의 입력 값만 커도 뉴런 작동 가능





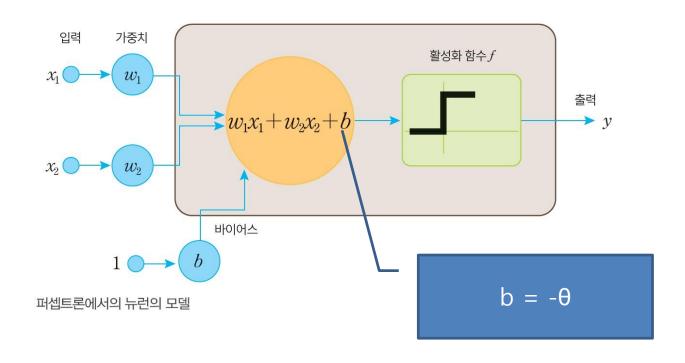
뉴런의 수학적인 모델



뉴런의 수학적인 구조

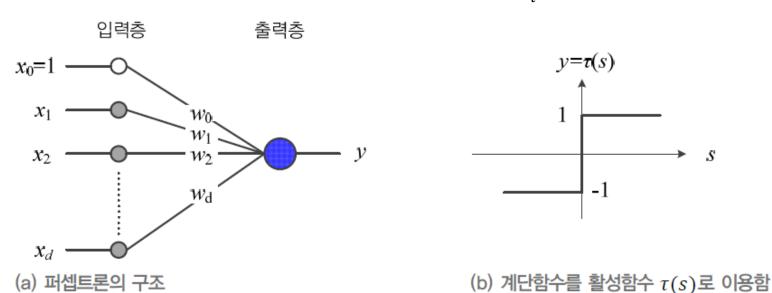
퍼셉트론

■ 퍼셉트론(perceptron)은 1957년에 로젠블라트(Frank Rosenblatt)가 고안한 인공 신경망이다.



구조와 원리

- 퍼셉트론의 구조
 - 입력층과 출력층을 가짐
 - 입력층은 연산을 하지 않으므로 퍼셉트론은 단일 층 구조라고 간주
 - 입력층의 i번째 노드는 특징 벡터 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_d)^{\mathrm{T}}$ 의 요소 x_i 를 담당
 - 항상 1이 입력되는 바이어스 노드
 - 출력층은 한 개의 노드
 - ullet i번째 입력층 노드와 출력층을 연결하는 에지는 가중치 w_i 를 가짐



퍼셉트론의 구조와 동작

구조와 원리

- 노드의 연산
 - 입력 노드: 받은 신호를 단순히 전달
 - 출력 노드: 합 계산과 활성 함수 계산

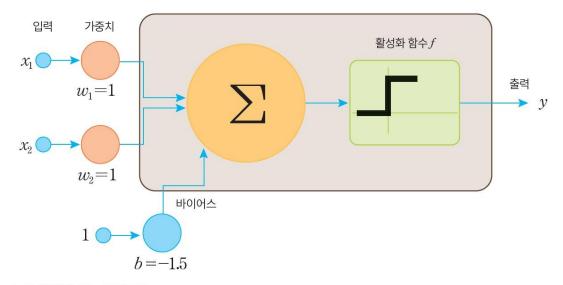
$$y = \tau(s) = \tau(\sum_{i=1}^{d} w_i x_i + b) = \tau(\mathbf{w}^{\mathsf{T}} \mathbf{x} + b)$$

$$| \mathbf{w} | \tau(s) = \begin{cases} +1, s \ge 0 \\ -1, s < 0 \end{cases}$$

■ 퍼셉트론은 선형 분류기

$$d(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^{\mathsf{T}} \mathbf{x} + b > 0$$
이면 $\mathbf{x} \in \omega_1$
 $d(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^{\mathsf{T}} \mathbf{x} + b < 0$ 이면 $\mathbf{x} \in \omega_2$

퍼셉트론은 논리 연산을 학습할 수 있을까?

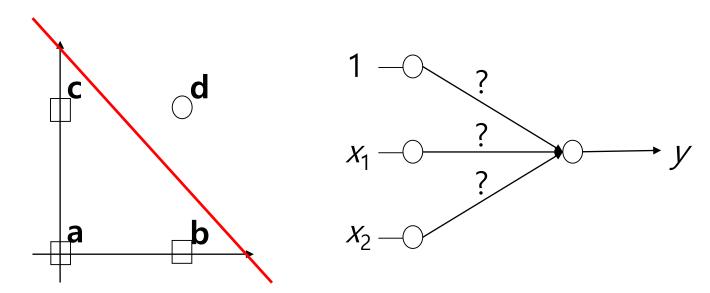


x1	x2	у
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

논리 연산을 하는 퍼셉트론

퍼셉트론은 논리 연산을 학습할 수 있을까?

$$\mathbf{a} = (0,0)^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{b} = (1,0)^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{c} = (0,1)^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{d} = (1,1)^{\mathsf{T}}$$



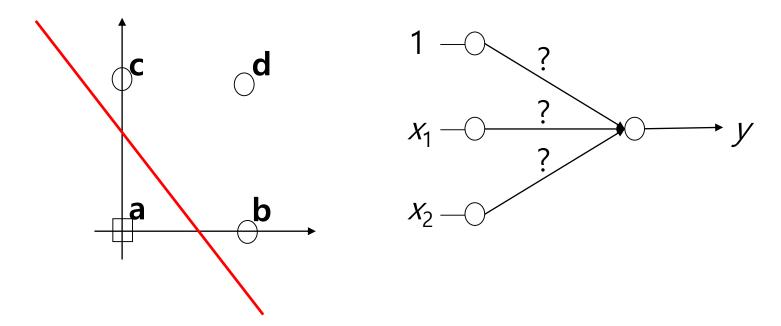
결정 직선 방정식 $d(x) = x_1 + x_2 - 1.5$

퍼셉트론 출력 계산

x1	x2	$w_1x_1 + w_2x_2$	b	$w_1x_1+w_2x_2+b$	출력
0	0	1*0+1*0=0	-1. 5	-1.5	0
1	0	1*1+1*0=1	-1.5	-0.5	0
0	1	1*0+1*1=1	-1.5	-0.5	0
1	1	1*1+1*1=2	-1.5	+0.5	1

퍼셉트론의 OR 연산 학습

$$\mathbf{a} = (0,0)^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{b} = (1,0)^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{c} = (0,1)^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{d} = (1,1)^{\mathsf{T}}$$



이 퍼셉트론은 $\mathbf{w}=(1,1)^{\mathsf{T}},\;b=-0.5,\;$ 활성 함수는 계단 함수 따라서 결정 직선은 $d(\mathbf{x})=x_1+x_2-0.5$

퍼셉트론 학습 알고리즘

■ 학습 세트 : m개의 샘플

8

- $w^*x = w_0(t)x_0 + w_1(t)x_1 + ... + w_n(t)x_n$ 벡터의 내적
- W_i(t)는 시간 t에서의 가중치 i의 값

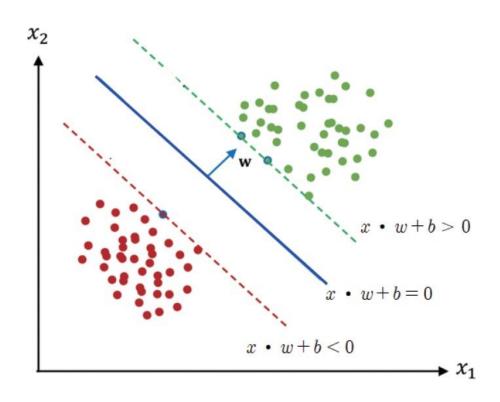
input: 학습 데이터 $(x^1, d^1), ..., (x^m, d^m)$

```
① 모든 w들과 바이어스 b를 0 또는 작은 난수로 초기화한다.
② while (가중치가 변경되지 않을 때까지 반복)
③ 각 학습 데이터 x<sup>k</sup>와 정답 d<sup>k</sup>에 대하여
④ y<sup>k</sup>(t) = f(w ⋅ x)
⑤ if d<sup>k</sup> == y<sup>k</sup>(t)
⑥ continue
⑦ else
```

모든 가중치 w_i 에 대하여 $w_i(t+1)=w_i(t)+\eta$ • $(d^k-y^k(t))$ • x_i^k

선형 분류 가능 문제

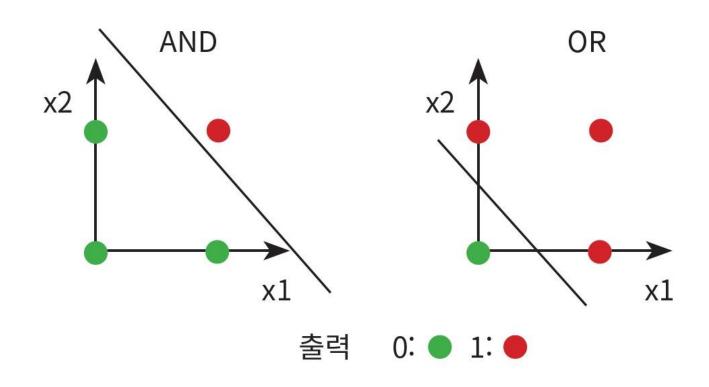
■ 패턴 인식 측면에서 보면 퍼셉트론은 직선을 이용하여 입력 패턴을 분류하는 선형 분류자(linear classifier)의 일종이라고 말할 수 있다.



선형 분류자

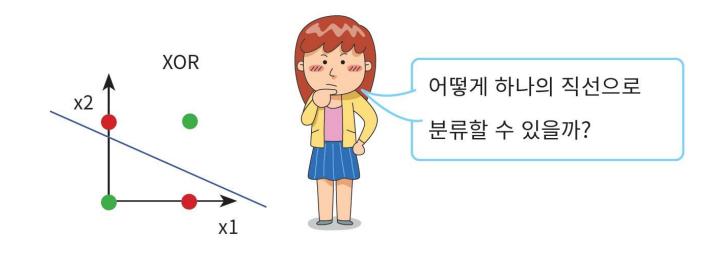
선형 분류 가능 문제

■ AND나 OR 연산은 모두 선형 분리 가능한 문제에 속한다



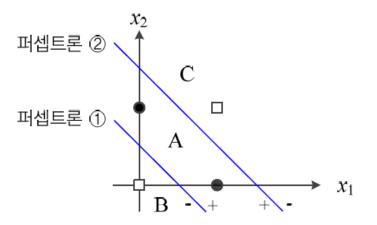
XOR 학습 문제

- XOR 연산 : 2개의 입력이 같으면 0, 2개의 입력이 서로 다르면 1이 되는 논리적인 연산
- Minsky와 Papert는 1969년에 발간된 책 "Perceptrons"에서 1개의 레이어 (layer, 계층)으로 구성된 퍼셉트론은 XOR 문제를 학습할 수 없다는 것을 수학적으로 증명
 - 당시에 진행 중이던 모든 신경망 연구가 중단 (신경망의 암흑기)



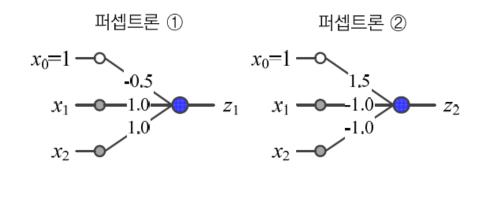
다층 퍼셉트론

- 퍼셉트론 2개를 사용한 XOR 문제의 해결
 - 퍼셉트론①과 퍼셉트론②가 모두 +1이면 부류이고 그렇지 않으면 □ 부류임



(a) 퍼셉트론 2개를 이용한 공간분할

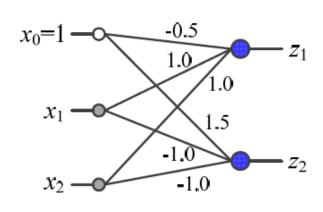
XOR 문제의 해결



(b) 퍼셉트론 2개

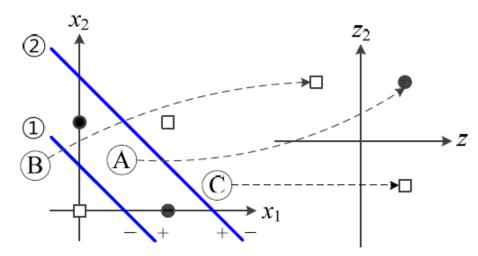
다층 퍼셉트론

- 퍼셉트론 2개를 병렬로 결합하면
 - 원래 공간 $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^{\mathrm{T}}$ 를 새로운 특징 공간 $\mathbf{z} = (z_1, z_2)^{\mathrm{T}}$ 로 변환
 - 새로운 특징 공간 z에서는 선형 분리 가능함



(a) 두 퍼셉트론을 병렬로 결합

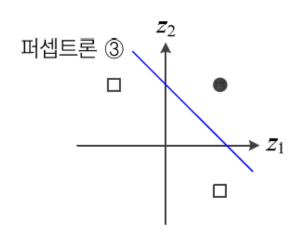
특징 공간의 변환



(b) 원래 특징 공간 x를 새로운 특징 공간 z로 변환

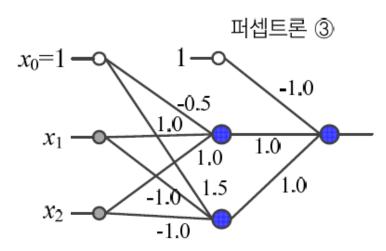
다층 퍼셉트론

- 퍼셉트론 1개를 순차 결합하면,
 - 새로운 특징 공간 z에서 선형 분리를 수행하는 퍼셉트론③을 순차 결합하면, (b)의 다층 퍼셉트론이 됨



(a) 새로운 특징 공간에서 분할

다층 퍼셉트론

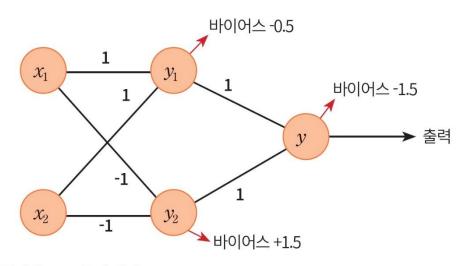


(b) 퍼셉트론 3개를 결합한 다층 퍼셉트론

• 이 다층 퍼셉트론은 훈련집합에 있는 4개 샘플 $\binom{0}{0}\binom{0}{1}\binom{1}{0}\binom{1}{1}$ 을 제대로 분류하나?

다층 퍼셉트론(은닉층)

■ XOR 문제는 입력층과 출력층 사이에 은닉층을 두면 쉽게 풀 수 있다



다층 퍼셉트론에서 XOR 문제 해결

x1	x2	y1	y2	У	출력
0	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0

다층 퍼셉트론 학습 알고리즘

Minsky와 Papert는 다층 퍼셉트론을 학습시키는 알고리즘을 찾기가 아주 어려울 것이라고 예언하였다. 예언에 맞았을까? 그렇지 않았다. 1980년대 중반에 Rumelhart와 Hinton 등은 다층 퍼셉트론을 위한 학습 알고리즘을 재발견하게 된다.

