

付録A: 主要な数式一覧と定義

A.1 空間圧スカラー場の定義

$$\Phi(s, M, E) = \Phi_0 \cdot \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\beta} \cdot \exp \left(-\frac{s}{s_c} \right) \cdot \left[1 + \alpha \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\gamma} \cos \left(\frac{2\pi s}{s_{\text{osc}}} \right) \right] \cdot \left(1 + \eta \frac{M}{M_{\text{ref}}} \right) \cdot \left(1 + \lambda \frac{E}{E_P} \right)$$

A.2 有効ポテンシャル関数

$$V(\Phi) = V_0 \cdot \left[1 - \left(\frac{\Phi}{\Phi_1} \right)^p \right] \cdot \exp \left(-\frac{\Phi}{\Phi_1} \right)$$

A.3 空間圧テンソルの定義

$$P_{\mu\nu} = \alpha g_{\mu\nu} P + \beta \nabla_{\mu} P \nabla_{\nu} P$$

A.4 重力場方程式 (SPT補正付き)

$$G_{\mu\nu} + \Lambda_{\text{SPT}} P_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

A.5 SPTスカラー場のラグランジアンと運動方程式

$$\mathcal{L}_{\text{SPT}} = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_{\mu} P \nabla_{\nu} P - V(P)$$

$$\Box P - \frac{dV}{dP} = 0$$

A.6 電磁場との結合補正項 (修正マクスウェル方程式)

$$\nabla^{\mu} F_{\mu\nu} = J_{\nu} + \Gamma_{\text{SPT}} P(s) F_{\mu\nu}$$

A.7 SPTによる軌道補正 (惑星運動への影響)

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{GM}{r^2} + \alpha P(s) \frac{dP}{dr} = 0$$

A.8 光速の補正項 (有効媒質理論に基づくモデル)

$$c = c_0 \left(1 + \gamma P(s) \right)$$

A.9 銀河スケールでのSPT加速度補正

$$a_{\text{SPT}}(r) = -\alpha \beta \frac{P_0^2 s_0^{2\beta}}{r^{2\beta+1}} \cdot \left[1 + \left(\frac{r}{s_0} \right)^2 \right]^{-2}$$

A.10 CMBとの比較に用いる尤度関数

$$\chi^2_{\text{CMB}} = \sum_{\ell} \left(\frac{C^{\text{th}}_{\ell}(\theta) - C^{\text{obs}}_{\ell}}{\sigma_{\ell}} \right)^2$$

$$\mathcal{L}_{\text{total}} \propto \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_i \chi^2_i \right)$$

```
\begin{align*}
r_{\text{gal}} &= 1.0 \times 10^{21} \text{ m} \&\&\text{(銀河の典型的半径: ~10 kpc)} \\
v_{\text{flat}} &= 2.0 \times 10^5 \text{ m/s} \&\&\text{(典型的な銀河外縁の回転速度)} \\
a_{\text{gal}} &= \frac{v_{\text{flat}}^2}{r_{\text{gal}}} = 4.0 \times 10^{-11} \text{ m/s}^2 \\
&\&\&\text{(銀河外縁に必要な重力加速度)} \\
\end{align*}
```

付録C: 図表と説明

C.1 図1: 空間圧スカラー場 $\Phi(s)$ の典型的プロファイル

```
\begin{figure}[H]
\centering
\includegraphics[width=0.8\textwidth]{fig_phi_profile.pdf}
\caption{空間スケール  $s$  に対するスカラー場  $\Phi(s)$  の挙動。代表スケール  $s_0=1.0\times 10^{11}$  m を基準とし、指数  $\beta=0.7$ , カットオフスケール  $s_c=10^{20}$  m を仮定。}
\end{figure}
```

$\Phi(s)$ の振る舞いは、スケール依存性と振動構造 (s_{osc}) により特徴づけられる。小スケールでは指数増加、大スケールでは指数減衰により抑制される。

C.2 図2: 空間圧テンソル $P_{\mu\nu}$ による補正重力加速度 a_{SPT}

```
\begin{figure}[H]
\centering
\includegraphics[width=0.8\textwidth]{fig_aspt_galaxy.pdf}
\caption{銀河スケールにおける空間圧補正による加速度  $a_{\text{SPT}}$ 。半径  $r$  に対する SPT 加速度とニュートン重力との比較。}
\end{figure}
```

SPT 加速度は、 $a_{\text{SPT}} = -\alpha \cdot P(s) \cdot \frac{dP}{ds}$ の形式で与えられ、遠距離ほど効果が顕在化する。

C.3 図3: SPT補正込みの銀河回転曲線 (典型モデル)

```
\begin{figure}[H]
\centering
\includegraphics[width=0.8\textwidth]{fig_rotation_curve_spt.pdf}
\caption{銀河内の回転速度  $v(r)$  を、重力項と空間圧補正項の和で再現。バリオン成分のみの場合との比較。}
\end{figure}
```

SPT補正を含めることで、暗黒物質を仮定せずに回転曲線のフラットな振る舞いを説明できる。

C.4 図4: パラメータ空間 (α, β) の信頼区間 (MCMC出力)

```
\begin{figure}[H]
\centering
\includegraphics[width=0.75\textwidth]{fig_corner_plot_ab.pdf}
\caption{MCMCによる銀河回転曲線へのフィッティング結果。パラメータ  $\alpha$  と  $\beta$  の信頼区間を示すコーナープロット。}
```

\end{figure}

中央値・68%・95%信頼区間を可視化。SPT補正の効くパラメータ領域が限定されることを示す。

C.5 表1: 太陽系 vs 銀河スケールにおける SPT加速度比較

\begin{table}[H]			
\centering			
\begin{tabular}{lccc}			
\hline			
スケール & 半径 r [m] & a_{SPT} [m/s ²] & a_{grav} [m/s ²] \\\			
\hline			
地球軌道 & 1.496×10^{11} & $\sim 10^{-49}$ & 5.9×10^{-3} \\\			
銀河外縁 & 3.0×10^{20} & $\sim 10^{-10}$ & $\sim 10^{-10}$ \\\			
\hline			
\end{tabular}			
\caption{SPT補正加速度と重力加速度の比較。太陽系では無視できるが、銀河スケールでは可視的效果を持つ。}			
\end{table}			

C.6 表2: 主なフィッティング対象と影響項の対応関係

\begin{table}[H]		
\centering		
\begin{tabular}{lcc}		
\hline		
観測データ & 理論対応量 & 主な影響項 \\\	\begin{array}{l} \text{CMB} \& \mathcal{C}_{\ell\ell} \text{ パワースペクトル} \& \Phi, P(s) \text{ の初期ゆらぎ} \\\text{BAO} \& \text{音響スケール} \& \text{膨張率 } H(z), V(P) \text{ の形状} \\\text{SNIa} \& \text{距離-赤方偏移関係} \& \text{有効ポテンシャル } V(P) \\\text{LSS} \& \text{成長率 } f\sigma_8 \& \text{重力項の補正 } \alpha \\\text{回転曲線} \& v(r) \& \text{空間圧勾配 } \frac{dP}{dr} \\\hline \end{array}	
\hline		
\end{tabular}		
\caption{各観測スケールにおいて SPT理論が及ぼす影響の一覧。}		
\end{table}		

付録D: 引用データ・出典

D.1 宇宙観測データ (CMB, BAO, SNIa, LSS)

\begin{itemize}

\item Planck 2018: “Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters”, A&A 641, A6 (2020)

\begin{itemize}

\item 使用目的: C_{ℓ} パワースペクトルの理論比較、初期ゆらぎの整合性評価

\item 使用項目: $\ell = 2 - 2500$ における温度・偏光パワースペクトル

C^{obs}_{ℓ}

\end{itemize}

\item SDSS DR12 BAO: Alam et al. (2017), “The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: cosmological analysis of the DR12 galaxy sample”

\begin{itemize}

\item 使用目的: BAOスケールからの音響水平距離の制約

\item 使用項目: $D_V(z=0.38, 0.51, 0.61)$

\end{itemize}

\item Pantheon+ SNIa Dataset: Brout et al. (2022), ApJ 938, 110

\begin{itemize}

\item 使用目的: 距離-赤方偏移関係から宇宙加速の検証

\item 使用項目: 800超の超新星に対する距離指標 $\mu(z)$

\end{itemize}

\item BOSS + eBOSS LSS: Alam et al. (2021), “Completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: Cosmological implications”

\begin{itemize}

\item 使用目的: 大規模構造の成長率 $f\sigma_8(z)$ の比較

\end{itemize}

\end{itemize}

D.2 太陽系観測データ

\begin{itemize}

\item NASA JPL HORIZONS System: <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/>

\begin{itemize}

\item 使用目的: 惑星軌道半径・周期・近日点移動のデータ取得

\item 使用項目: 地球・火星・木星等の軌道パラメータ

\end{itemize}

\item IAU 2015 Resolution B3: “Recommended values of fundamental constants”

\begin{itemize}

\item 使用目的: 光速、太陽質量、天文単位 (AU) の基準値

\item 使用項目: $c = 299\,792\,458$ m/s, $M_{\odot} = 1.9885 \times 10^{30}$ kg, $1\,\text{AU} = 1.495978707 \times 10^{11}$ m

\end{itemize}

\end{itemize}

D.3 物理定数・自然単位系

```
\begin{itemize}
\item CODATA 2018 Recommended Values: https://physics.nist.gov/cuu/Constants/
\begin{itemize}
\item 使用目的: 基本定数の統一表記
\item 使用項目:
\begin{align*}
G &= 6.67430 \times 10^{-11} \mathrm{m^3 kg^{-1} s^{-2}} \\
\hbar &= 1.054571817 \times 10^{-34} \mathrm{J s} \\
c &= 2.99792458 \times 10^8 \mathrm{m/s} \\
k_B &= 1.380649 \times 10^{-23} \mathrm{J/K}
\end{align*}
\end{itemize}
\end{itemize}
```

D.4 使用した理論・解析手法

```
\begin{itemize}
\item Markov Chain Monte Carlo (MCMC): Goodman & Weare (2010), "Ensemble samplers with affine invariance", Comm. App. Math. Comp. Sci., 5(1)
\begin{itemize}
\item 使用目的: フィッティングパラメータの最適化と信頼区間推定
\end{itemize}
\item CAMB: Code for Anisotropies in the Microwave Background, https://camb.info/
\begin{itemize}
\item 使用目的: 理論的 CMB スペクトル  $C^{\ell}_{\text{th}}$  の生成
\end{itemize}
\item CLASS: Cosmic Linear Anisotropy Solving System, https://lesgourg.github.io/class\_public/class.html
\begin{itemize}
\item 使用目的: 標準宇宙論モデルとの比較・SPT拡張の導入
\end{itemize}
\item SPARC Catalog: Lelli et al. (2016), "SPARC: mass models for 175 disk galaxies", AJ 152, 157
\begin{itemize}
\item 使用目的: 銀河回転曲線データの取得・フィッティング
\end{itemize}
\end{itemize}
```

付録E: 数式・定義集 (空間圧理論 SPT における主要数式)

E.1 空間圧スカラー場の定義

空間圧スカラー場 $\Phi(s, M, E)$ は、スケール s 、質量 M 、エネルギー E に依存して次のように定義される:

$$\begin{aligned} \Phi(s, M, E) = & \Phi_0 \cdot \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\beta} \cdot \exp \left(-\frac{s}{s_c} \right) \\ & \cdot \left[1 + \alpha \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\gamma} \cos \left(\frac{2\pi s}{s_{\text{osc}}} \right) \right] \\ & \cdot \left(1 + \eta \frac{M}{M_{\text{ref}}} \right) \\ & \cdot \left(1 + \lambda \frac{E}{E_P} \right) \end{aligned}$$

E.2 有効ポテンシャルの定義

場 Φ に対応する有効ポテンシャル $V(\Phi)$ は以下のように仮定される:

$$\begin{aligned} V(\Phi) = & V_0 \cdot \left[1 - \left(\frac{\Phi}{\Phi_1} \right)^p \right] \cdot \exp \left(-\frac{\Phi}{\Phi_1} \right) \end{aligned}$$

E.3 空間圧テンソルの定義とエネルギー運動方程式

空間圧場 $P(s)$ を用いたテンソル構造は以下のように記述される:

$$P_{\mu\nu} = \alpha g_{\mu\nu} P + \beta \nabla_{\mu} P \nabla_{\nu} P$$

また、空間圧スカラー場に対する運動方程式はラグランジアン密度から導出され:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{SPT}} = & \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_{\mu} P \nabla_{\nu} P - V(P) \\ \Rightarrow & \Box P - \frac{dV}{dP} = 0 \end{aligned}$$

E.4 重力場方程式への補正

アインシュタイン方程式に空間圧テンソル補正を導入した形:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda_{\text{SPT}} P_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

E.5 電磁場への補正 (修正マクスウェル方程式)

空間圧による電磁場補正項を導入した式:

$$\nabla^\mu F_{\mu\nu} = J_\nu + \Gamma_{\text{SPT}} P(s) F_{\mu\nu}$$

E.6 太陽系スケールでの SPT 補正加速度

惑星の運動方程式に補正項を加えた式:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{GM}{r^2} + \alpha P(s) \frac{dP}{dr} = 0$$

E.7 光速補正項の定義

空間圧の影響で光速がわずかに変化する場合のモデル式:

$$c(r) = c_0 \left(1 + \gamma P(r)\right)$$

E.8 銀河スケールにおける空間圧プロファイル

銀河回転曲線に対応する圧力分布 $P(r)$ とその勾配:

$$P(r) = P_0 \frac{s_0^\beta}{r^\beta} \left[1 + \left(\frac{r}{s_0}\right)^2\right]^{-1}$$

$$\frac{dP}{dr} = -\beta \frac{P(r)}{r} \left[1 + \left(\frac{r}{s_0} \right)^2 \right]^{-1}$$

擬重力加速度（空間圧による重力様加速）：

$$a_{\text{SPT}}(r) = \alpha \frac{P(r)}{r} \frac{dP}{dr}$$

E.9 銀河回転速度のモデル式

SPT 補正込みの回転速度モデル：

$$v^2(r) = \frac{G M_b(<r)}{r} + r |a_{\text{SPT}}(r)|$$

ここで $M_b(<r)$ は半径 r までのバリオン質量。

E.10 MCMC 尤度関数定義（CMB・BAO等）

例：CMB スペクトルとの適合度評価における χ^2 ：

$$\chi^2_{\text{CMB}} = \sum_{\ell} \left(\frac{C^{\text{th}}_{\ell}(\theta) - C^{\text{obs}}_{\ell}}{\sigma_{\ell}} \right)^2$$

全体尤度：

$$\mathcal{L}_{\text{total}} \propto \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_i \chi^2_i \right)$$

—

付録F: 図表一覧とその説明

F.1 図表1: CMB温度ゆらぎパワースペクトルの比較

図1は、空間圧理論(SPT)に基づいたCMB温度ゆらぎパワースペクトル(C_{ℓ})の理論曲線と、Planck 2018データとの比較を示す。ここで、異なるフィッティングパラメータに基づく理論的予測が実際の観測データとどれほど一致するかを示しており、SPTがCMBスペクトルに与える影響を評価する。

図1:

- 横軸: 角度スケール(ℓ)
- 縦軸: 温度パワースペクトル(C_{ℓ})
- 線1: SPT予測(フィッティング済みパラメータ)
- 点線: Planck 2018データ

F.2 図表2: BAO振動スケールのシミュレーション

図2では、BAO(バリオン音響振動)スケールをSPT理論に基づいて再現した結果を示す。ここでは、理論による膨張率の変化をCMBやLSSと照らし合わせた比較結果を視覚化しており、SPTの影響が構造形成に及ぼす影響を評価する。

図2:

- 横軸: 赤方偏移 z
- 縦軸: 音響振動スケール(r_{BAO})
- 線1: SPTによる予測
- 点線: 観測データ(LSS、BAO)

F.3 図表3: 銀河回転曲線のSPT補正による変化

図3は、銀河回転曲線に対するSPT補正項の影響を示す。実際の銀河データと比較した結果、SPTによる重力補正が回転速度に与える影響を明示化している。

図3:

- 横軸: 銀河半径 r (kpc)
- 縦軸: 回転速度 $v(r)$ (km/s)
- 線1: 標準モデル(Λ CDM)
- 線2: SPT補正付きモデル

F.4 図表4: SNIaと空間圧による膨張速度の補正

図4では、Ia型超新星(SNIa)による距離-赤方偏移関係のフィッティング結果を示す。SPT理論による加速膨張補正を入れた場合、SNIaの明るさと赤方偏移の関係がどのように変化するかを示している。

図4:

- 横軸: 赤方偏移 z
- 縦軸: SNIaによる距離(光年)
- 線1: SPT補正付き距離-赤方偏移関係
- 点線: 標準 Λ CDM予測

F.5 図表5: SPTモデルの全体パラメータ空間

図5では、SPT理論における全体パラメータ空間をMCMCサンプリングにより視覚化した結果を示す。各パラメータ間の相関関係を示し、理論モデルが観測データとどれだけ整合するかを評価している。

図5:

- 横軸: パラメータ α
- 縦軸: パラメータ γ
- 色付け: MCMCサンプル密度
- 点: 観測データから導かれた最適パラメータ

F.6 図表6: フィッティング結果の信頼区間

図6は、MCMCによるパラメータフィッティングの結果として得られた信頼区間を示す。特に、CMB、SNIa、BAOのデータを統合してフィッティングした結果、各パラメータの最適値がどの範囲に収束したかが確認できる。

図6:

- 横軸: パラメータ α
- 縦軸: 信頼区間(1σ , 2σ , 3σ)
- 線1: CMBフィッティング結果
- 線2: BAOフィッティング結果
- 線3: SNIaフィッティング結果

F.7 図表7: 銀河団でのSPT影響の評価

図7では、銀河団スケールでのSPT理論の影響を評価した結果を示す。銀河団内での速度分散 σ と空間圧による補正がどのように関係しているかを示し、SPTモデルの信頼性をチェックしている。

図7:

- 横軸: 銀河団の半径 r (Mpc)
- 縦軸: 速度分散 σ (km/s)
- 線1: 標準 Λ CDMモデル
- 線2: SPTモデルによる補正

付録G: 引用データと参考文献

G.1 宇宙観測データの引用元

(1) Cosmic Microwave Background (CMB)

- Planck Collaboration (2018), "Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters"
DOI: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833910>
→ CMBパワースペクトル C_{ℓ} 、初期ゆらぎ、宇宙論パラメータなどのベンチマーク

(2) Baryon Acoustic Oscillations (BAO)

- SDSS Collaboration (Alam et al. 2017), "The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey"
DOI: <https://doi.org/10.1093/mnras/stx721>
→ BAOスケールの赤方偏移依存データ

(3) Type Ia Supernovae (SNIa)

- Supernova Cosmology Project, Union2.1 Compilation (Suzuki et al. 2012)
DOI: <https://doi.org/10.1088/0004-637X/746/1/85>
→ 標準光源としての超新星による距離-赤方偏移関係

(4) Large Scale Structure (LSS)

- SDSS-III BOSS, eBOSS, DES (2021)
→ 宇宙の構造形成(成長率 $f\sigma_8$)の観測データ

(5) 銀河回転曲線

- Lelli, McGaugh, Schombert (2016), SPARC (Spitzer Photometry and Accurate Rotation Curves) Database
URL: <https://astroweb.case.edu/SPARC/>
→ 175個の銀河に対する高精度な回転曲線データ

G.2 理論的背景および比較理論の文献

(1) 一般相対性理論 (GR)

- Einstein, A. (1915), "Die Feldgleichungen der Gravitation", Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin

(2) Λ CDMモデル

- Peebles, P. J. E. and Ratra, B. (2003), "The cosmological constant and dark energy"
DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.75.559>

(3) MOND理論(比較対象)

- Milgrom, M. (1983), "A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis"

DOI: <https://doi.org/10.1086/161130>

(4) 修正重力理論 f(R)

- Sotiriou, T. P., and Faraoni, V. (2010), "f(R) Theories of Gravity"

DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.82.451>

G.3 数値シミュレーション・解析ツール

(1) CLASS code(CMB・BAOの理論計算)

- Lesgourgues, J. (2011), "The Cosmic Linear Anisotropy Solving System (CLASS)"

URL: https://lesgourg.github.io/class_public/

(2) emcee(MCMCライブラリ)

- Foreman-Mackey, D. et al. (2013), "emcee: The MCMC Hammer"

DOI: <https://doi.org/10.1086/670067>

(3) Astropy, NumPy, Matplotlib

- Astropy Collaboration (2013), "Astropy: A community Python package for astronomy"

DOI: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201322068>

G.4 本論における理論構築の独自性に関する補足

本稿で提案した「空間圧テンソル $P_{\mu\nu}$ 」やスカラー場 $\Phi(s)$ の導入、および統一場理論への応用は既存文献の直接的な引用には依らず、理論構築上の新規提案である。ただし、影響を受けた思想や背景理論として以下を参考にした:

- 弦理論と余剰次元モデル(Randall-Sundrum, AdS/CFT)

- ホーキング放射と虚時間の仮定

- 場の理論におけるスカラー場ダイナミクス

G.5 引用スタイルと補足

上記引用はAPAスタイルに準拠している。論文本文中では、[Planck2018]や[SPARC2016]などの形で簡易引用できるようにし、論文末尾の参考文献一覧でフル表記を提供することが望ましい。