

Metoda podziału i ograniczeń

– algorytm Little’a dla zagadnienie komiwojażera

Zadanie 1

Utwórz zespół 3 (4)-osobowy

- Zaimplementuj algorytm Little’a dla problemu TSP o rozmiarze $n \geq 6$
- Dane: macierz kosztów
- Lista podproblemów - struktury związane z P/PP :
 - Identyfikator/numer
 - Macierz zredukowana
 - LB
 - Lista odcinków rozwiązania TSP (częściowego)
 - Kryterium zamykania KZ0 – podział, KZ1-KZ3
- Wartość odcinająca - $v^* = \text{INF}$
- Kod źródłowy z komentarzami

Zadanie 2

- Wykonaj obliczenia dla zdefiniowanych danych – pokaż kolejne PP (numer, LB, KZ, rozwiązanie TSP dla PP) – końcowe rozwiązanie optymalne P oraz f. celu - v^*

Uwagi:

- Jako sprawozdanie wstępne umieścić na UPEL efekt działań z zajęć (indywidualnie).
- Sprawozdanie (końcowe) – jedno na cały zespół - proszę podać skład zespołu i zrealizowane działania – przed terminem kolejnych zajęć

Materiały:

1. Redukcja macierzy – z metody węgierskiej dla AP

Algorytm Little'a

Krok 1: Redukcja macierzy i wyznaczenie LB

- wiersze
- kolumny

Krok 2: Wyznaczenie odcinka $\langle i^*j^* \rangle$ o max optymistycznym koszcie wyłączenia (spośród wszystkich $a_{ij}=0$)

Krok 3: Podział problemu na dwa PP (1.-zawierający i 2.-nie wybrany odcinek $\langle i^*j^* \rangle$) - wyznaczenie LB dla PP

- Dla 1.PP: wykreślamy i^* -wiersz oraz j^* -kolumnę, zabraniamy podcyklu i na podstawie dodatkowej redukcji wyznaczamy nowe LB
- Dla 2.PP: zabraniamy $\langle i^*j^* \rangle$, redukcja, LB

Krok 4: Analiza PP i kryterium zakończenia obliczeń.

- Próba zamknięcia PP za pomocą KZ1, KZ2, KZ3 (v^* !)
- Jeżeli wszystkie zamknięte to **STOP** (v^* - f.c. X^*)

Krok 5: Wybór PP (nie zamkniętego) o min wartości LB

- idź do **Kroku 2.**

- Optymistyczny koszt wyłączenia odcinka wyznaczamy dla wszystkich odcinków zerowych – jest to suma min w wierszu i kolumnie z wyłączeniem tego elementu.

$$\forall_{a_{ij}=0} : d_{ij} = \min_{k=1, \dots, n \wedge k \neq j} a_{ik} + \min_{l=1, \dots, n \wedge l \neq i} a_{lj}$$

- Zabronienie przeciwdziałające powstaniu podcyklu polega na wykluczeniu z drogi odcinka, który wraz z ostatnio włączonym $\langle i^*j^* \rangle$ (i wcześniejszymi) domyka podcykl (o długości mniejszej niż n – rozmiar problemu)
 - Znalezienie p - początku łańcucha z odcinkiem $\langle i^*j^* \rangle$
 - Znalezienie k -końca łańcucha z odcinkiem $\langle i^*j^* \rangle$
 - Zabronienie odcinka $\langle kp \rangle$ (tzn. $a_{kp} := \infty$)
- Wielkość redukcji w 2.PP po dokonaniu zabronienia $\langle i^*j^* \rangle$ (tzn. $a_{i^*j^*} := \infty$) jest równa optymistycznemu kosztowi wyłączenia tego odcinka

Kryteria zamykania podproblemów

- Jeżeli $X(RP_i) = \emptyset \Rightarrow X(P_i) = \emptyset$ - zbiór rozwiązań dopuszczalnych jest pusty to RP_i oraz P_i jest sprzeczny
 - **KZ1**: Jeżeli $X(RP_i) = \emptyset$ to zamykamy P_i .
- Jeżeli rozważamy **minimalizację** to $v(P_i) \geq v(RP_i)$ - rozwiązanie optymalne problemu P_i nie jest lepsze niż dla problemu zrelaksowanego RP_i
- Jeżeli v^* jest **wartością odcinającą** - wartość funkcji celu najlepszego znanego rozwiązania dopuszczalnego P
 - **KZ2**: Jeżeli $v(RP_i) \geq v^*$ to zamykamy P_i .
- Jeżeli rozwiązanie optymalne RP_i jest rozwiązaniem dopuszczalnym dla P_i to jest rozwiązaniem optymalnym P_i - tzn. $v(P_i) = v(RP_i)$
 - **KZ3**: Jeżeli rozwiązanie optymalne RP_i jest dopuszczalne dla P_i to zamykamy P_i .
 - do **KZ3**: Jeżeli $v(P_i) < v^*$ to $v^* := v(P_i)$ - poprawa wartości odcinającej

Ogólna metoda B&B:

Algorytm B&B

- Krok 1:** Tworzymy listę kandydatów - **LK**, na której umieszczamy wszystkie nie zamknięte problemy
- $LK := \{P\}$ (wyjściowy problem)
 - $v^* := \infty$ (lub rozwiązanie przybliżone)
- Krok 2:** Wybór kandydata problemu - **KP**.
- Jeżeli $LK = \emptyset$ to **STOP** (v^* - f.c. rozwiązania opt.)
 - $KP :=$ wybór z LK (na podstawie dowolnej reguły)
 - $LK := LK - \{KP\}$
- Krok 3:** Rozwiąż problem zrelaksowany **RKP**.
- Algorytmem dokładnym wyznaczamy rozw. opt. RKP
- Krok 4:** Analiza KP.
- Próba zamknięcia KP za pomocą KZ1, KZ2, KZ3 (v^* !)
- Krok 5:** Jeżeli KP - zamknięty to idź do **Kroku 2**.
- Krok 6:** Podziel KP (wg. reguły podziału) - jego następniki umieść na LK i przejdź do **Kroku 2**.