UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR

Unidad 0: Campo Magnético

Junior Zambrano
e-mail: 18-10929@usb.ve

OCTUBRE DE 2021

Introducción

El presente es un compendio teórico de la unidad de repaso del curso **Física 4 (FS-2212)** que trata del campo magnético. Este resumen fue elaborado a partir de apuntes, notas y síntesis de las clases dictadas por el profesor **Sttiwuer Díaz** mientras impartía dicho curso durante el trimestre virtual **Enero-Marzo 2021**.

Cualquier error y/o sugerencia, por favor notificar al autor de este documento.

1. Magnetismo y teoría electomagnética

1.1. Línea de tiempo del magnetismo

- 800 a.C.: Descubrimiento de la magnetita.
  - La magnetita es un mineral de hierro constituido por óxido ferroso (Fe_3O_4), capaz de atraer otros metales hacia sí misma.
  - Los materiales con esta propiedad recibieron el nombre de imán.
  - Los imanes pueden ser:
    - Naturales o permanentes: materiales compuestos de óxido ferroso.
    - Inducidos: son construidos con materiales metálicos y tienen propiedades similares a la magnetita.
- 1100: Aparición de la brújula.
  - Una brújula es un instrumento que utiliza una aguja imantada por inducción que, al dejarse rotar libremente, se orienta a una determinada dirección si se acerca a un imán permanente.
  - Fue descrita formalmente por primera vez por el matemático chino Sken Kua.
- 1269: Líneas de campo magnético.
  - Petrus Peregrinus de Maricourt
    - Las direcciones en las que apunta una aguja magnetizada en la cercanía de un imán (el imán utilizado fue uno esférico), las líneas bordeaban dicho imán y se hacían más intensas en los puntos extremos.

- El aspecto más relevante de este descubrimiento es que todo imán, independientemente de la forma que tenga, presenta dos polos (los cuales fueron llamados norte y sur) cuyas líneas de campo se orientan desde el polo norte al polo sur.
- Todas las líneas de campo magnético son líneas cerradas (conectadas).
- Esto implica que las fuentes de campo magnético no presentan flujo sobre superficies cerradas. La razón es porque la cantidad de líneas de campo que entran en dicha superficie coincide con la misma cantidad de líneas que salen de ella. Esto se conoce como la ley de Gauss magnética y se expresa:

$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot \hat{n} \mathrm{d}A = 0} \text{ (forma integral)} \Longleftrightarrow \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0} \text{ (forma diferencial)}$$

- 1600: Interacción magnética.
  - Sir William Gilbert
    - Establece que polos iguales se repelen y polos diferentes se atraen.
    - La tierra se comporta como una gran imán.
    - Nota: las brújulas apuntan hacia el polo sur magnético (S_m) de la tierra, que corresponde al polo norte geográfico (N_g).
- 1750: Fuerza magnética.
  - John Mitchell
    - Establece que en una región hay un campo magnético cuando se manifiestan acciones magnéticas sobre imanes.
- 1819: Electridad y magnetismo
  - Christian Oersted
    - Establece que las interacciones magnéticas son generadas por cargas en movimiento (corrientes).
- 1820: Ley de Biot-Savart
  - Biot y Savart hacen una caracterización completa de como serían las líneas de campo generadas por alambres con corriente eléctrica.
  - Expresión matemática de la Ley de Biot-Savart-Laplace:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{\mathrm{d}\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$

- 1826: Nacimiento de la Electrodinámica
  - André-Marie Ampère
    - Presenta su trabajo de electrodinámica, donde establece que los alambres con corriente interactúan magnéticamente entre sí.
    - Explica el magnetismo en la materia mediante corrientes moleculares.
    - Un cuerpo no magnetizado presenta corrientes dispuestas en forma aleatoria donde su efecto se neutraliza.
- 1831: Inducción magnética

- Henry, Faraday y Lenz descubrieron casi de forma independiente la ley de inducción magnética que establece:

  El magnetismo puede aparecer variando el flujo de campo magnético sobre una espira, induciendo con ello corrientes eléctricas o fem (fuerzas electromotriz).

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} \quad \Phi_B = \int \vec{B} \cdot \hat{n} \mathrm{d}a$$

- 1873: Electromagnetismo
  - James Clerk Maxwell
    - Teoría o conjunto de leyes que unifican la electricidad y el magnetismo.
    - Son tres los principales grupos en los que se divide el electromagnetismo:
      - Electrostática:
        1. Búsqueda de campos eléctricos a partir de cargas en reposo.
        2. Determinar la fuerza eléctrica que se ejercen sobre cargas en reposo o movimiento.
        3. Los campos son independientes del tiempo.
      - Magnetostática:
        1. Búsqueda de campos magnéticos a partir de cargas en movimiento.
        2. Determinar la fuerza magnética que se ejercen sobre cargas en movimiento.
        3. Los campos son independientes del tiempo.
      - Electrodinámica:
        1. Búsqueda de campos eléctricos y magnéticos dependientes del tiempo generadas por diversas fuentes de carga o corrientes.
        2. Determinar la fuerza de Lorentz (suma de la fuerza eléctrica más la fuerza magnética) o fuerzas de distribuciones de cargas.

$$\boxed{\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})}$$

        3. Generación de ondas electromagnéticas.

1.2. Imanes permanentes

- Los polos magnéticos de los imanes siempre ocurren por pares y no es posible aislarlos.

  Esto quiere decir que si divido un imán a la mitad se producen dos imanes con dos polos magnéticos cada uno.

- No hay evidencia experimental de los monopolos magnéticos.

1.3. Fuerza magnética

- Si se coloca una partícula cargada q dentro de un campo magnético, se obtienen los siguientes resultados:
  - La magnitud de la fuerza magnética es proporcional a la carga q de la partícula.
  - La magnitud de la fuerza magnética es proporcional a la magnitud de campo magnético B.
  - La fuerza magnética depende de la velocidad de la partícula.
  - La fuerza magnética $\vec{F_B}$ es siempre perpendicular a $\vec{B}$ y a $\vec{v}$.

    De manera que si la partícula se mueve en dirección del campo, lo que voy a obtener es que sobre la partícula no actúa ninguna fuerza magnética.

- La expresión matemática de la fuerza magnética sobre una partícula de carga q y masa m que se mueve con una cierta velocidad $\vec{v}$ inmersa en una región de campo magnético $\vec{B}$ puede describirse como:

$$\boxed{\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}}$$

En conclusión:

$$\boxed{\left|\vec{F}_B\right| = |q| \left|\vec{v} \times \vec{B}\right| = |q| \, vB \sin\phi}$$

Donde ϕ es el menor ángulo entre la velocidad y el campo magnético.

- Valor máximo de la fuerza:

$$|\sin\phi| \leq 1 \Rightarrow |q| \, vB \sin\phi \leq |q| \, vB \Rightarrow \boxed{\left|\vec{F}_B\right| \leq |q| \, vB}$$

- La unidad del campo magnético en el Sistema Internacional de Unidades (SI) es el tesla (T).

$$\boxed{\left[\vec{B}\right] = 1\frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} = 1\frac{N \cdot s}{C \cdot m} = 1\frac{N}{A \cdot m} = 1tesla = 1T}$$

Otra unidad de uso común es el gauss (G), donde $1G = 10^{-4}T$.

- Por otro lado, las dimensiones del campo magnético son:

$$\boxed{[B] = \frac{[F]}{[q] \, [v] \, [\sin\phi]} = \frac{M\cancel{L}T^{-2}}{I\cancel{T}\cancel{L}\cancel{T^{-1}}} = \frac{M}{IT^2}}$$

2. Interacción magnética sobre cargas en movimiento

2.1. Despejes de la expresión de la fuerza magnética

- Despeje de la velocidad:

$$\vec{B} \times \vec{F}_B = q\vec{B} \times \left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$
$$\vec{B} \times \vec{F}_B = q\left(\vec{B} \cdot \vec{B}\right)\vec{v} - q\left(\vec{B} \cdot \vec{v}\right)\vec{B}$$
$$\boxed{\vec{v} = \frac{\vec{B} \times \vec{F}_B}{q|\vec{B}|^2} + \frac{\vec{B} \cdot \vec{v}}{|\vec{B}|^2}\vec{B}}$$

  - Caso particular:

$$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{B} \cdot \vec{v} = 0 \;\therefore\; \boxed{\vec{v} = \frac{\vec{B} \times \vec{F}_B}{q|\vec{B}|^2}}$$

➢ Despeje del campo magnético:

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\vec{F}_B \times \vec{v}}{q\,|\vec{v}|^2} + \frac{\vec{v}\cdot\vec{B}}{|\vec{v}|^2}\vec{v}}$$

➢ Caso particular:

$$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{B}\cdot\vec{v} = 0 \ \therefore \ \boxed{\vec{B} = \frac{\vec{F}_B \times \vec{v}}{q\,|\vec{v}|^2}}$$

2.2. Movimiento de una carga dentro de un campo magnético

➢ Si el campo magnético es perpendicular a la velocidad que lleva la partícula cargada cuando atraviesa dicho campo, la partícula viajará con rapidez constante mientras describe una trayectoria circular (debido a la ausencia de fuerzas en la dirección tagencial de la partícula dentro del campo) y la fuerza magnética estará dirigida hacia el centro de la circunferencia.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}_c$$
$$\vec{F}_B = m\vec{a}_c$$
$$\boxed{q\vec{v}\times\vec{B} = m\vec{a}_c}$$

Donde $\vec{a}_c$ es la aceleración centrípeta. Dado que $\vec{v} \perp \vec{B}$, entonces:

$$\boxed{qvB = ma_c}$$

También podemos expresar la aceleración centrípeta en función de la rapidez lineal y angular, de modo que:

$$\boxed{qB = m\frac{v}{r}} \quad \boxed{qB = m\omega}$$

Donde r es el radio de la trayectoria circular y recordando que $a_c = \dfrac{v^2}{r}$ y que $v = r\omega$.

➢ Mientras más intenso sea el campo magnético o mayor sea el valor carga eléctrica, más pequeño será el radio de la trayectoria circular que describe la partícula cargada.

$$\boxed{r = \frac{mv}{qB}}$$

➢ La frecuencia de rotación (frecuencia ciclotrónica) de la partícula cargada es independientemente de la rapidez inicial de la misma (la rapidez con la que ingresa al campo magnético).

$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m}}$$

- En caso de que la partícula cargada ingrese a la región de campo magnético con una velocidad que no sea perpendicular a dicho campo, la trayectoria que describirá la partícula será helicoidal y la componente de la velocidad que es paralela al campo magnético permanece constante durante todo el recorrido.

$$\boxed{qv_{\perp}B = ma_c}$$

  Donde $v_{\perp}$ es la componente perpendicular al campo magnético de la velocidad de ingreso a la región de campo magnético.

- El paso (distancia medida desde el eje de simetría que se recorre durante un período de la helicoide) de una cierta partícula cargada puede calcularse mediante la expresión:

$$\boxed{p = \Delta x = v_{\parallel}T = \frac{2\pi m}{qB}v_{\parallel}}$$

  Donde $v_{\parallel}$ es la componente paralela al campo magnético de la velocidad de ingreso a la región de campo magnético y T el período del movimiento helicoidal.

3. Interacción magnética sobre alambres y espiras con corriente

3.1. Fuerza magnética sobre una corriente eléctrica

- Considere un alambre conductor que transporta una cierta corriente de intensidad I y que está dentro de una región de campo magnético $\vec{B}$. Un elemento infinitesimal de carga del alambre puede escribirse como $\mathrm{d}q = I\mathrm{d}t$ sobre el que actúa un elemento infinitesimal de fuerza magnética $\mathrm{d}\vec{F}_B$

$$\mathrm{d}\vec{F}_B = I\mathrm{d}t\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

  Y, puesto que $v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\mathrm{u}_r$, tenemos:

$$\mathrm{d}\vec{F}_B = I\left(\mathrm{u}_T \times \vec{B}\right)\mathrm{d}s$$

- La fuerza magnética sobre el alambre puede escribirse como:

$$\boxed{\vec{F}_B = \int_C I\left(\mathrm{u}_T \times \vec{B}\right)\mathrm{d}s = I\int_C\left(\mathrm{d}s \times \vec{B}\right)}$$

  - Si el campo magnético es uniforme y la corriente eléctrica que pasa por el alambre siempre es la misma, se tiene que:

$$\boxed{\vec{F}_B = I\left(\int_C \mathrm{d}s\right) \times \vec{B}_0 = I\vec{\ell}_{AB} \times \vec{B}_0}$$

    Donde $\vec{\ell}_{AB}$ es el vector que une los extremos A y B del cable de estudio con la corriente dirigida desde A hasta B.

- Si el circuito eléctrico es cerrado:

$$\boxed{\oint \mathrm{d}s = \vec{\ell}_{AB} = 0 \therefore \vec{F}_B = 0}$$

3.2. Momento magnético

- Solo se puede definir el momento magnético para corrientes eléctricas cerradas. Por ejemplo, una espira.
- Para una espira, el momento magnético se define como el vector que se obtiene de la multiplicación del número de vueltas por la corriente por el área que tiene la espira.

$$\boxed{\vec{\mu} = \vec{m} = NIA\hat{n}}$$

  La dirección del momento magnético se consigue con la regla de la mano derecha, extendiendo la mano verticalmente hacia el sentido del flujo de la corriente.

- Cuando una espira se pone en presencia de un campo magnético uniforme $\vec{B}_0$ esta tiende a rotar y el torque que se genera por dicha rotación corresponde a:

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}_0}$$

- La espira almacena energía debido a su interacción con el campo magnético.

$$\boxed{U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_0}$$

- El trabajo realizado por la espira viene dado por:

$$\boxed{W_{campo} = -\Delta U = -\left(\vec{\mu}_f - \vec{\mu}_i\right) \cdot \vec{B}_0 = -W_{externo}}$$