

ĐÁP ÁN

Môn thi: TIN HỌC

Ngày thi: 28 tháng 9 năm 2022

Thời gian làm bài: 180 phút

Bài I. Số chính phương đặc biệt (5,0 điểm)

- Sub 1: Duyệt các số i từ a đến b , kiểm tra i là số chính phương, và $\text{sqrt}(i)$ là số nguyên tố.
- Sub 2: Sử dụng sàng nguyên tố các số từ $2..10^6$ cho vào mảng nt .
Duyệt mảng nt , kiểm tra $a \leq nt[i] * nt[i] \leq b$ thì $dem++$;

Bài II. Bảng số (5,0 điểm)

- Sub 1: Duyệt bảng vuông.
- Sub 2: Ta có nhận xét nếu i là ước của x thì x/i cũng là ước của x .
Duyệt i chạy từ 1 đến $\text{sqrt}(x)$ kiểm tra các cặp ước của x có nằm trong bảng vuông không.

Bài III. Chia tiền thưởng (4,0 điểm)

- Sub 1: Có thể sử dụng các câu `if else` để xét hết mọi trường hợp.
- Sub 2: Mỗi tờ tiền sẽ có 3 lựa chọn, An giữ, Bình giữ hoặc đem đi đầu tư. Có thể duyệt hết 3^n trường hợp.
- Sub 3,4:
 - o Gọi $f(i, \text{diff})$: Lượng tiền chia lớn nhất khi đến tờ i và chênh lệch giữa số tiền của An và Bình là diff .
 - o Do tổng giá trị của các tờ tiền $\leq 10^5$ nên bộ nhớ của mảng tối đa chỉ là: $500 \times 2 \times 10^5 = 10^8$
 - o Để giảm thiểu bộ nhớ của mảng f , ta hoàn toàn chỉ cần duy trì trạng thái của vị trí hiện tại i và vị trí trước đây $i-1$ và cập nhật lần lượt sau khi xét đến vị trí $i+1$.

Bài IV. Trạm gác trung tâm (3,0 điểm)

- Sử dụng thuật toán Floyd để tìm đường đi ngắn nhất giữa các điểm.
- Tạo hoán vị cây gồm k điểm và tính tổng, tìm min đường đi của các cây.

Bài V. Sắp xếp hoán vị (3,0 điểm)

- Sub 1: Duyệt trạng thái $9!$.
- Sub 2: Ta có nhận xét trong cách sắp xếp tối ưu tập các đoạn được chọn để sắp xếp là S thì với hai đoạn bất kì $[l_i, r_i]$ và $[l_j, r_j]$ thì giao của hai đoạn này bằng rỗng.
Do đó ta có thể $dp[i]$ là chi phí ít nhất để sort được từ 1 đến i , các vị trí i phải thỏa mãn $\max(a_1, \dots, a_i) = i$.

Ta có $dp[i] = \min(dp[j] + \lfloor \sqrt{i-j} \rfloor)$ với j thỏa mãn $\max(a_1, \dots, a_j) = j$.

Độ phức tạp $O(N^2)$.

- Sub 3: Vì chi phí không quá $\lfloor \sqrt{N} \rfloor$ và $dp[i] \geq dp[j]$ bởi $i \geq j$, nên với mỗi i ta chỉ cần quan tâm tối đa $\lfloor \sqrt{N} \rfloor$ vị trí j tương ứng với $\lfloor \sqrt{i-j} \rfloor = 1, 2, \dots, \lfloor \sqrt{N} \rfloor$.

Với chi phí x ta sẽ tìm j nhỏ nhất thỏa mãn $\lfloor \sqrt{i-j} \rfloor = x$

$\Rightarrow j \geq i - x^2 + 1$, (gọi $p[k] = j$ là vị trí nhỏ nhất lớn hơn k mà $\max(a_1, \dots, a_j) = j$)

$\Rightarrow j = p[i - x^2 + 1]$.

Độ phức tạp $O(N\sqrt{N})$.

- Sub 4: Từ nhận xét ở sub 3, ta biết chi phí tối đa không vượt quá \sqrt{N} và $dp[i] \geq dp[j]$ với $i \geq j$, nên ta quy hoạch động đổi biến $dp[x] = i$ là vị trí i lớn nhất mà chi phí nhỏ nhất sắp xếp từ 1 đến i là x .

Độ phức tạp là $O(\sqrt{N} \times \sqrt{N}) = O(N)$.

----- Hết -----