

Propriedades dos Determinantes:

1.

①

$$\begin{bmatrix} p & 2 & 2 \\ p & 4 & 4 \\ p & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} p \cdot 2 \\ p \cdot 4 \\ p \cdot 4 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} p \cdot 4 \cdot 1 = 4p & -p \cdot 4 \cdot 2 = -8p \\ 2 \cdot 4 \cdot p = 8p & -4 \cdot 4 \cdot p = -16p \\ 2 \cdot p \cdot 4 = 8p & +1 \cdot p \cdot 2 = -2p \end{matrix}$$

$$4p + 8p + 8p - 8p - 16p - 2p = -18$$

$$20p - 26p = -18$$

$$-6p = -18$$

$$p = \frac{-18}{-6} \rightarrow p = 3$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & 4 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 \cdot -1 \\ 3 \cdot -2 \\ 3 \cdot -2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 3 \cdot -2 \cdot 1 = -6 & -3 \cdot -2 \cdot 2 = 12 \\ -1 \cdot 4 \cdot 3 = -12 & 2 \cdot 4 \cdot 3 = 24 \\ 2 \cdot 3 \cdot -2 = -12 & -1 \cdot 3 \cdot -1 = 3 \end{matrix}$$

$$-6 - 12 - 12 + 12 + 24 + 3$$

$$-30 + 39$$

$$9$$

R: E) 9

R: E) 9

2.

②

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = -6 \quad 2A = \begin{bmatrix} 2a_{11} & 2a_{12} & 2a_{13} & 2a_{14} \\ 2a_{21} & 2a_{22} & 2a_{23} & 2a_{24} \\ 2a_{31} & 2a_{32} & 2a_{33} & 2a_{34} \\ 2a_{41} & 2a_{42} & 2a_{43} & 2a_{44} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$\det = X - 97$

$-6 \cdot 16 = 96$ EXPLICAÇÃO: Percebi que ao multiplicar o determinante por 16 (basicamente 4×4 , que é o esquema da matriz), obtemos a determinante do dobro dessa matriz. Eu testei com outras matrizes 4×4 e todas "bateram", porém só funciona com matrizes de ordem 4. Não sei se essa "regrinha" já existe, se não, fica aí a minha descoberta. 😊

$X - 97 = -96$
 $X = -96 + 97$
 $X = 1$

R: C) 1

Resumo: $\det 2A = \det A \cdot 16$

R: C) 1

Explicação: Percebi que ao multiplicar o determinante por 16 (basicamente 4×4 , que é o esquema da matriz), obtemos a determinante do dobro dessa matriz. Eu testei com outras matrizes de ordem 4 e todas "bateram", porém por enquanto aparenta só funcionar com matrizes de ordem 4. Não sei se essa "regrinha" já existe, caso não exista, fica aí a minha descoberta :D.

Resumindo: $\det 2A = \det A \cdot 16$.

3.

③ $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2Y & 3 & 7 \\ 9Y & 2 & 2 \\ 5Y/X & 6/X & 4/X \end{bmatrix} = \frac{222Y}{X}$

Ao multiplicar somente uma coluna por Y e dividir somente uma linha por X, no final acaba que a determinante é multiplicada por Y e dividida por X. Então o que seria D viria $\frac{(D \cdot Y)}{X}$, ou $D \cdot \left(\frac{Y}{X}\right)$ ou até mesmo $D / \left(\frac{X}{Y}\right)$.

R: C) X/Y

R: C) X/Y

Explicação: Ao multiplicar somente uma coluna por Y e dividir somente uma linha por X, no final acaba que a determinante é multiplicada por Y e dividida por X. Então o que antes seria D, acaba virando $(D \cdot Y)/X$, ou $D \cdot (Y/X)$, ou até mesmo $D/(X/Y)$.

4.

④

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ K & K & K \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 21 \\ KK \\ 12 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 2 \cdot K \cdot -2 = -4K \\ 1 \cdot K \cdot 1 = K \\ 0 \cdot K \cdot 2 = 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} -1 \cdot K \cdot 0 = 0 \\ -2 \cdot K \cdot 2 = -4K \\ 2 \cdot K \cdot 1 = 2K \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} -4K + K - 4K + 2K = 10 \\ -8K + 3K = 10 \\ K = \frac{10}{-5} \Rightarrow K = -2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} K + 4 = 2 \\ K + 3 = 1 \\ K - 1 = -3 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 21 \\ 21 \\ 12 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 2 \cdot 1 \cdot -2 = -4 \\ 1 \cdot -3 \cdot 1 = -3 \\ 0 \cdot 2 \cdot 2 = 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} -1 \cdot 1 \cdot 0 = 0 \\ -2 \cdot -3 \cdot 2 = 12 \\ 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} -4 - 3 + 12 + 4 \\ -7 + 16 \\ 9 \end{matrix} \quad \det = 9 \quad \boxed{R: C) 9}$$

R: C) 9

5.

⑤ $\begin{bmatrix} 1 & -11 & 6 \\ -2 & 4 & -3 \\ -3 & -7 & 2 \end{bmatrix} = 0 \quad m \cdot \begin{bmatrix} 1 & -11 & 6 \\ -2 & 4 & -3 \\ 1 & -11 & 6 \end{bmatrix} + n \cdot \begin{bmatrix} 1 & -11 & 6 \\ -2 & 4 & -3 \\ -2 & 4 & -3 \end{bmatrix}$

$1 \cdot 4 \cdot 6 = 24$
 $-11 \cdot -3 \cdot 1 = 33$
 $6 \cdot -2 \cdot -11 = 132$
 $\rightarrow 189$

$-1 \cdot 4 \cdot 6 = -24$
 $11 \cdot -3 \cdot 1 = -33$
 $-6 \cdot -2 \cdot -11 = -132$
 $\rightarrow -189$

$+2 \cdot 4 \cdot 6 = +48$
 $-4 \cdot -3 \cdot 1 = +12$
 $+3 \cdot -2 \cdot -11 = +66$
 $\rightarrow +126$

$1 \cdot 4 \cdot -3 = -12$
 $-11 \cdot -3 \cdot -2 = -66$
 $6 \cdot -2 \cdot 4 = -48$
 $\rightarrow -126$

$m \cdot (189 - 189) + n \cdot (126 - 126)$
 $m \cdot 0 + n \cdot 0$
 0
 \downarrow

Os determinantes são
 nulos pois há duas
 filas paralelas iguais

R: D) Uma fila como combinação
 linear das outras duas filas paralelas.

R: D) Uma fila como combinação linear das outras duas filas paralelas.

6.

⑥ $\begin{bmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & -3 & 9 \end{bmatrix} = 0$

$1 \cdot 2 \cdot 9 = 18$ $-1 \cdot 2 \cdot x^2 = -2x^2$
 $x \cdot 4 \cdot 1 = 4x$ $3 \cdot 4 \cdot 1 = 12$
 $x^2 \cdot 1 \cdot -3 = -3x^2$ $-9 \cdot 1 \cdot x = -9x$

$-3x^2 + 4x + 18 - 2x^2 - 9x + 12 = 0$
 $-5x^2 - 5x + 30 = 0 \div 5$
 $-x^2 - x + 6 = 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 6$
 $\Delta = 1 + 24$
 $\Delta = 25$

$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$
 $\frac{1 \pm 5}{-2}$

$x' = \frac{1-5}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2$
 $x'' = \frac{1+5}{-2} = \frac{6}{-2} = -3$

R: $x' = 2$
 $x'' = -3$

R: $V = \{-3, 2\}$

7.

⑦

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & -2 & 0 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 3 \end{bmatrix}$

$D = 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot -2 \cdot 3$
 $D = -12$

R: $D = -12$

R: $D = -12$