

Composition de	Session de	Niveau	Filières	Durée	Crédit
<b>MATHEMATIQUES</b>	<b>Février 2021</b>	<b>1</b>	<b>Industrielles</b>	<b>03 h</b>	<b>03</b>

**Exercice 1 : Etude de fonctions** (2 + 1,5 + 2)pts = 5,5pts)

1. Etudier les variations de la fonction  $f$ , définie par :  $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$ .
2. Construire soigneusement  $(C_f)$ , ainsi que ses différentes asymptotes.
3. Déduire sur le même graphe la construction de la fonction  $h(x) = |f(-x)|$ , après avoir expliqué brièvement comment obtenir  $(C_h)$  à partir de  $(C_f)$ .

**Exercice 2 : Intégrales et équations différentielles** (1 \* 6)pts = 6pts)

1. On se propose de calculer l'intégrale  $I$  suivante :  $I = \int_0^1 \frac{x^3}{1+x^2} dx$ 
  - a. Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que  $\frac{x^3}{1+x^2} = ax + b + \frac{c}{1+x^2}$ .
  - b. Déduire la valeur de  $I$ .
2. On se propose de résoudre l'équation différentielle :
 
$$(E): y'' + 2y' - 3y = 2e^{2x} - 2x^2 + 1$$
  - a. Déterminer  $y_h$ , solution de l'équation  $(E_h): y'' + 2y' - 3y = 0$ .
  - b. Déterminer  $y_{p1}$ , solution particulière de l'équation  $(E_1): y'' + 2y' - 3y = 2e^{2x}$
  - c. Déterminer  $y_{p2}$ , solution particulière de l'équation  $(E_2): y'' + 2y' - 3y = -2x^2 + 1$
  - d. Déduire en utilisant le théorème de superposition la solution générale de l'équation  $(E)$ .

**Exercice 3 : Développement limité** (2 + 2 + 2 + 2 + 1,5)pts = 9,5pts)

1. Calculer les limites suivantes :

$$A = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[ e^{\frac{1}{1-x}} - e^{\frac{1}{x}} \right]; A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$$

2. Calculer le DL des fonctions suivantes en 0 :  $f(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$ ,  $g(x) = \frac{2}{(1-x)^2}$ ,  $h(x) = \frac{x}{(1-x)^3}$