
 isstecoa	Filières : TC		Niveau : 1et2		2019		 isstecoa
	SEMESTRE 1	Matière : Mathématiques Générales					
		Examen Premier Semestre					
		DUREE : 03H		M. FOMEKONG			
2019/2020	Documents Autorisés		Calculatrice Autorisée				2019/2020
	OUI	NON☒	OUI☒	NON			

Exercice 1 : Matrice (5pts)

Soit la matrice A suivante : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

- Déterminer le polynôme caractéristique de A et en déduire ces valeurs propres. (1pts)

- On considère la matrice $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}$

- Calculer la matrice inverse P^{-1} de P. (1.25pts)
- Calculer la matrice $D = P^{-1}AP$. (1pts)
- Déduire de la matrice P trois vecteurs propres de A. (0.75pts)

- On considère la matrice $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

- Déterminer la matrice Y telle que $DY = P^{-1}B$. (1pts)
- En déduire la résolution du système d'équation linéaire $AX = B$ où A et B sont les matrices précédentes. (1pts)

Exercice 2 : suite Numérique (5pts)

$(U_n)_n$ est une suite de nombres réels définie par :

$U_0 = 1; U_1 = 3$ et la relation de récurrence $\forall n \geq 1, U_{n+1} = \frac{4}{3}U_n - \frac{1}{3}U_{n-1}$

- On pose :

$$\forall n \geq 0, V_n = U_{n+1} - U_n$$

Démontrer que $(V_n)_n$ est une suite géométrique. (1pts)

- Exprimer $(V_n)_n$ en fonction de n et calculer sa limite. (1pts)

3. On pose :

$$\forall n \geq 0, \quad S_n = V_0 + V_1 \dots \dots \dots + V_{n-1}$$

- a) Calculer S_n en fonction de n . (1pts)
- b) En déduire U_n en fonction de n . (1pts)
- c) Etudier la convergence éventuelle de la suite $(U_n)_n$. (1pts)

Problème : Etude des fonctions (10pts)

Partie A

Soit la fonction g définie par $g(x) = \ln(1 - x) + \frac{x}{x-1}$

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction g
2. Calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition
3. Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation
4. Déterminer le signe de g

Partie B

Soit la fonction $f: \begin{cases} x \ln(1 - x) + 1 & \text{si } x < 0 \\ (x + 1)e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

1. Quel est le domaine de définition de f ?
2.
 - a) Calculer la limite de f en $-\infty$ et $+\infty$ et conclure
 - b) Calculer la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $-\infty$ et conclure
3. Etudier la dérivabilité de f en 0
4. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation
5. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans \mathbb{R} et vérifier que cette solution appartient à l'intervalle $[-1,3 ; -1,2]$
6. Construire la courbe de f
7. Soit $A(\lambda) = \int_0^\lambda f(x)dx$ avec $\lambda > 0$
 - a) Interpréter graphiquement cette intégrale
 - b) Calculer cette intégrale
 - c) Calculer la limite de cette intégrale en $+\infty$