

**EPREUVE MATHÉMATIQUE BTS 2019 NAMEKONG**

**Epreuve 1** (5pts)

1) On donne trois lingots, le premier contient 20 gr d'or, 30 gr d'argent et 40 gr de cuivre. Le 2<sup>ème</sup> contient 30 g d'or, 40 g d'argent et 50 g de cuivre. le 3<sup>ème</sup> contient 40 g d'or, 50 g d'argent et 90 g de cuivre

Déterminer la masse qu'il faudra prendre à chacun pour former des lingots de 34 g d'or, 46 g d'argent et 67 gramme de cuivre.

2) on considère l'espace  $\mathbb{R}^3$  muni de sa base canonique  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  soit  $f$  un endomorphisme de

$\mathbb{R}^3$  dont la matrice dans la base B est  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

a) Calculer  $\det A$  et montrer que  $A$  est inversible

b) Calculer  $\ker f$  et  $\text{Im} f$

c) On donne la matrice  $T = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -5 \\ -2 & 5 & 10 \\ 1 & -2 & -4 \end{pmatrix}$ . Calculer  $T^{-1}$

3) soit  $f$  une fonction définie par  $f(x) = -x + 2 + e^{\frac{1}{2x}}$

a) Déterminer le Df

b) Calculer les limites aux bornes

c) Calculer la dérivée et dresser le tableau de variation

**Epreuve 2 :** (5 pts)

Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  à l'aide du pivot de gauss le système

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = -1 \\ x + 3y - 2z = 3 \\ -2x + y + z = 5 \end{cases}$$

2) Soit  $E$  un espace vectoriel de dimension 2 sur  $\mathbb{R}$ , on considère l'application  $f$  dans  $E$  qui à tout vecteur fait correspondre le vecteur  $u = xi + yj$  fait correspondre un vecteur

$$u' = x'i + y'j \text{ tel que : } \begin{cases} 3x + y = x' \\ x - 2y = y' \end{cases}$$

a) montrer que  $f$  est une application linéaire

b) Déterminer le noyau et l'image de  $f$

c) calculer  $f(i)$  et  $f(j)$  et déduire la matrice de  $f$

d) On donne la matrice  $T = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -5 \\ -2 & 5 & 10 \\ 1 & -2 & -4 \end{pmatrix}$ . Calculer  $T^{-1}$

3) Soit  $g$  une fonction définie par  $g(x) = \ln(2x + 1)$

a) Déterminer le domaine de définition de  $g$  et calculer les limites aux bornes de  $Dg$

b) Calculer la dérivée, donner le sens de variation et le tableau de variation

### Epreuve 3 : (4 pts)

1) considère la fonction définie par  $f(x) = (x + 2)e^{-x}$

a) Déterminer le domaine de définition de  $f$

b) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$  et que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  et en déduire

c) montrer que  $f'(x) = (-x - 1)e^{-x}$  et déduire le sens de variation

d) Dresser le tableau de variation

2) On considère l'espace vectoriel  $E$  dans  $\mathbb{R}^3$  muni de la base canonique  $B = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ,  $\varphi$  un

endomorphisme de  $E$  donc la matrice dans la base  $B$  est  $\begin{pmatrix} 5 & -1 & 6 \\ 3 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Déduire  $\text{Ker } \varphi$  et  $\text{Im } \varphi$

### Epreuve 4 : (4 pts)

1) on considère une fonction  $g(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1}$

a) Donner le domaine de définition de  $g$

b) déterminer les limites aux bornes de  $Dg$

c) Calculer  $g'(x)$ , donner le sens de variation et dresser le tableau de variation

2) Soit  $E = \mathbb{R}^3$ , un espace vectoriel muni de sa base canonique

$B = \begin{pmatrix} -6 & 9 & 4 \\ -10 & 17 & 8 \\ 12 & -21 & -10 \end{pmatrix}$  la matrice de l'endomorphisme  $f$  dans cette base

a) Définir et calculer  $\text{Ker } f$  et  $\text{Im } f$

b) Calculer  $B^2$