ISSTECO
Institut Supérieure des Sciences, de Technologie et de Commerce

ANNEE ACADEMIQUE : 2017- 2018
Durée : 3 heures

CONTRÔLE CONTINU DE MATHEMATHIQUES

EXERCICE : 1 (8pts)

A Soit g la fonction définie sur $]-1;\ +\infty[$ par : $g(x) = \frac{x}{x+1} - 2\ln(x+1)$.

1) Étudier les variations de g et dresser son tableau de variation.
2) Calculer $g(0)$. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet exactement deux solutions. (On noter α la plus petite de ces solutions.)
3) Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.
4) Donner le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

B Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2}$.

1) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2) Calculer $f'(x)$ et déduire son signe en utilisant la partie A.
3) Dresser le tableau de variation de f.
4) Montrer que $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$. (α de la partie A). Déduire une valeur approchée de $f(\alpha)$ à 10^{-2} près.
5) Tracer la courbe (C_f) dans un repère orthonormé d'unité $2cm$.
6) Déterminer graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre et le signe de solutions de l'équation $mx^2 - 2x^2 - \ln(x+1) = 0$.
7) Soit h la restriction de f à l'intervalle $I =]\alpha; 0[$.
   a) Montrer que h est bijective sur I. Dresser le tableau de variation de h^{-1} bijection réciproque de h .
   b) Construire la courbe de h^{-1} dans le même repère.

EXERCICE : 2 (6pts)

1) Résoudre l'équation : $\cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x = -1$.
2) Calculer : $\tan(\arccos x)$ $x \in [-1\,;0[\ \cup\ ]0;1]$ et $\tan(\arcsin x)$ $x \in]-1;1[$
3) Montrer que $\arctan x + \arctan\frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}(signe\ de\ x)$.
4) En remarquant que $\arctan x + \arctan y = \arctan\frac{x+y}{1-xy}$; résoudre l'équation $\arctan 2x + \arctan x = \frac{\pi}{4}$.

EXERCICE : 3 (6pts)

1) Soit $g(x) = \ln x$. Donner l'expression de la dérivée d'ordre n $(n \geq 1)$ de g.
2) Soit $h(x) = \tan x$ définie sur $J =]\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$.
   a) Démontrer que h est bijective de J vers un autre intervalle à préciser.
   b) Calculer $(h^{-1})'(\sqrt{3})$.
3) $\forall x \in [-1;1]$, montrer que: $\cos(Arcsin x) = \sin(Arc\cos x) = \sqrt{1-x^2}$
4) $\forall x \in]-1;1[$, montrer que $\tan(Arcsin x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.
5) Résoudre les équations : i) $chx = 2$ ii) $2chx + shx = 5$

Proposée par Mme Mbouombouo