



INSTITUT CATHOLIQUE DE BAFOUSSAM (ICAB)

~~Examen~~

Epreuve de mathématique générale (2 heures)

Niveau 1

La qualité de la rédaction et la clarté du raisonnement seront prises en compte dans la correction de ce devoir. Bien mentionner les questions auxquelles vous répondez!

Exercice 1 (10 points) étude d'une fonction numérique (logarithme)

On considère la fonction f définie dans \mathbb{R} par

$$f(x) = 0,5x + \frac{\ln x + 1}{x}$$

1) vérifier que le domaine de définition de cette fonction est $]0, +\infty[$

2) a) calculer les limites de f aux bornes du domaine de définition (il y a deux limites à calculer)

b) donner une interprétation de la limite de f en 0

3) dans cette question, on considère la fonction $g(x) = x^2 - 2 \ln x$

a) calculer la dérivée de g

b) dresser le tableau de variation de g

c) en déduire le signe de g

4) vérifier qu'on a : $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$

5) dresser le tableau de variation de f

6) déterminer l'équation de (T) , tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1

7) représenter dans un repère orthonormé (T) , la courbe de f et ses asymptotes.

Exercice 2 (10 points) suite numérique

Une grande entreprise cherche des locaux à louer. Elle a le choix entre deux locaux qui pourraient convenir dans une même ville

- Local 1 : Loyer initial de 10000 par mois avec une augmentation de 5% par mois

- Local 2 : Loyer initial de 9000 par mois avec une augmentation de 900 par mois

Il vous revient de conseiller l'entreprise sur le local à louer selon la durée de location souhaitée par l'entreprise.

1. *étude du loyer du local 1 :*

Soit $u_1 = 10000$ le montant du loyer mensuel initial et u_n le montant du loyer mensuel au $n^{\text{ième}}$ mois de location.

- (a) calculer u_2, u_3 , et u_4 ,
- (b) donner, en justifiant, la nature de la suite (u_n) ainsi que son premier terme et sa raison
- (c) exprimer u_n en fonction de n
- (d) calculer le total S_5 des loyers à payés pour 6 mois de location.

$$S_5 = u_1 + u_2 + \dots + u_5$$

2. *étude du loyer du local 2 :*

Soit $v_1 = 9000$ le montant du loyer mensuel et v_n le montant du loyer mensuel au $n^{\text{ième}}$ mois de location.

- (a) calculer v_2, v_3 et v_4
- (b) donner, en justifiant, la nature de la suite (v_n) ainsi que son premier terme et sa raison
- (c) exprimer v_n en fonction de n
- (d) résoudre l'inéquation $v_n > 20000$
- (e) conjecturer (imaginer) la valeur de limite de v_n sans justifier
- (f) calculer le total S'_5 des loyers payés pour 6 mois de location

$$S'_5 = v_1 + v_2 + \dots + v_5$$

3. comparaison des loyers :

On donne :

$$u_n = u_0 \times q^n ; S_n = u_0 \frac{1 - q^n}{1 - q} ; v_n = v_1 + (n - 1)r ; S'_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$$

(a) à partir des formules précédentes écrire plus précisément, $u_n ; S_n ; v_n$; et S'_n

(a) quel est le loyer le moins cher au 20^e mois de location ?

(b) quel est le local le moins cher pour une durée de 20 mois de location

(c) l'entreprise souhaite louer pour 2 ans, quel local lui conseillez-vous?